

Gaz granulaires : dynamique et effets collectifs

Alain Barrat et Emmanuel Trizac

Laboratoire de Physique Théorique, Bâtiment 210, Université de Paris-Sud, 91405 ORSAY

Introduction

D'illustres personnes ont manipulé la matière à l'état de grain : Coulomb, Faraday, Huygens ou encore Reynolds parmi les pionniers. Ce domaine d'étude a ensuite été l'apanage des sciences de l'ingénieur avant que les physiciens ne se réapproprient progressivement les questions posées. Depuis une dizaine d'années, on peut même parler de réel engouement. Au delà des effets de mode et d'enjeux industriels certains, le comportement de la matière granulaire, ni tout à fait solide, ni tout à fait liquide, ni tout à fait gazeux appelle une description statistique qui se révèle délicate [1].

Les systèmes considérés sont pourtant simples à définir. Il s'agit de particules « macroscopiques » au sens large (taille supérieure à quelques dizaines de micromètres). Deux des caractéristiques cruciales des matériaux en grains sont des conséquences directes de cette contrainte de taille :

- la température ordinaire ne joue aucun rôle car l'énergie de mise en mouvement d'un grain est très supérieure à l'énergie d'agitation thermique microscopique
- les interactions entre grains sont dissipatives. Elles mettent en jeu des processus complexes à des échelles inférieures à la taille du granulat : adhésion, fracturation, friction, vibrations internes...

Ainsi, les mécanismes d'exploration de l'espace des phases (espace des configurations possibles) sont inhabituels et toute dynamique est le résultat d'un apport externe d'énergie. Les états stationnaires que l'on peut créer diffèrent souvent de ceux que l'on peut observer dans les systèmes conservatifs, parfois de manière spectaculaire et non intuitive. Le fil conducteur de cet article sera de présenter succinctement quatre manifestations de ces différences. Nous nous concentrerons sur l'état complètement fluidisé de la matière granulaire, où un régime gazeux est obtenu par une excitation très violente. Cela ne signifie pas que la densité doit être faible. Dans ce régime (opposé à la limite quasi-statique qui a également été beaucoup étudiée), les seuls contacts entre grains sont obtenus lors des collisions. Les gaz en question se prêtent aussi bien à des études expérimentales que théoriques.

Expériences

L'expérience typique permettant de créer un gaz granulaire peut être facilement réalisée. Il suffit de mettre des billes de verre, d'acier, du sable... dans un récipient fermé, et de le secouer vigoureusement. L'énergie ainsi fournie permet aux billes de se comporter essentiellement comme les molécules d'un gaz, et de suivre des trajectoires balistiques entre collisions. Toutefois, ces collisions font perdre de l'énergie au système, qui se

retrouve donc rapidement au repos si l'agitation cesse. La partie délicate de l'expérience réside dans la mesure de différentes quantités (densité locale, vitesses des billes...), qui exige l'utilisation de moyens de détection sophistiqués : caméras ultrarapides, « Diffusive Wave Spectroscopy », imagerie par résonance magnétique, localisation de particule par émission de positrons etc...

Les dispositifs expérimentaux les plus fréquemment adoptés mettent en jeu soit des récipients cylindriques, ce qui peut poser des problèmes de visualisation, soit des cages de faible épaisseur avec parois transparentes, qui rendent le système étudié quasi bidimensionnel. Afin d'obtenir des résultats fiables et reproductibles, des billes sphériques typiquement millimétriques, et monodisperses (c'est-à-dire quasiment de même taille) sont utilisées. Il s'agit donc de « granulaires » très particuliers.

Modélisation et approches théoriques

Pour ce qui concerne les aspects théoriques et numériques, deux aspects fondamentaux sont généralement retenus : l'aspect « volume exclu » (cœur dur) d'une part, et d'autre part, l'aspect dissipatif des collisions. Nous obtenons ainsi le modèle des sphères dures inélastiques, qui s'est imposé comme un paradigme. Dans cette approche, des grains sphériques n'interagissant pas à distance subissent des collisions qui conservent la quantité de mouvement totale, mais dissipent une fraction de l'énergie cinétique barycentrique (voir encadré). Ces collisions sont considérées comme instantanées, de sorte que les événements impliquant plus de deux corps peuvent être négligés. La fraction d'énergie cinétique dissipée est déterminée par le *coefficient de restitution*, égal à 1 pour des collisions parfaitement élastiques, et inférieur à 1 pour des collisions inélastiques. Par souci de simplicité, il est en général pris constant pour un type de billes donné, c'est-à-dire indépendant de la vitesse relative ou de l'angle d'impact. Peu d'études expérimentales de ce coefficient ont été réalisées même si l'on sait qu'il dépend des paramètres de la collision. Pour autant, le modèle simplifié à coefficient constant est largement utilisé, car il permet de reproduire la riche phénoménologie observée expérimentalement tout en autorisant certaines études analytiques.

Concernant le volet théorique, les méthodes vont de la théorie cinétique (description microscopique), à l'hydrodynamique (au sens d'une description de type milieu continu, à plus grande échelle, dont le but est de relier les différentes densités locales, de particules, de quantité de mouvement, d'énergie cinétique etc...). Dans un gaz moléculaire ou un liquide ordinaire, la validité de l'approche hydrodynamique repose sur l'existence d'invariants collisionnels, en particulier sur la conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie cinétique. Cela autorise à restreindre la description aux champs associés à des quantités conservées. Dans un gaz granulaire, la dissipation complique singulièrement la donne, et l'on ne peut se contenter de cette approche. De nouvelles échelles caractéristiques de temps et de longueur apparaissent. Ces quantités peuvent interférer aussi bien avec les échelles macroscopiques que microscopiques et en définitive, indépendamment des difficultés techniques et des succès rencontrés, une description de type milieu continu est controversée.

Du “Démon” de Maxwell...

En 1871, James Clerk Maxwell imaginait un démon qui soit capable de séparer molécules lentes et rapides dans un gaz, afin de créer un compartiment « chaud » et un compartiment « froid ». Plusieurs physiciens parmi lesquels Léon Brillouin ont contribué à exorciser ce démon : dans un gaz à l'équilibre, une telle séparation spontanée est bien sûr impossible. En revanche, comme souligné en introduction, un « gaz granulaire » ne constitue pas un système à l'équilibre : il est maintenu dans son état « gazeux » par un apport continu d'énergie. Plusieurs groupes ont montré qu'une séparation spontanée similaire à celle imaginée par Maxwell est alors possible [2].

Le dispositif expérimental est étonnamment simple : on utilise une boîte divisée en deux compartiments communiquant par une ouverture (voir figure 1). Cette boîte contient des billes qui peuvent éventuellement passer d'un compartiment à l'autre. Si on soumet le récipient à une agitation très forte, les billes forment un « gaz granulaire » qui se répartit symétriquement dans les deux compartiments; si on diminue lentement l'agitation, la situation reste symétrique jusqu'à un seuil critique en dessous duquel la symétrie se brise spontanément entre les deux compartiments. L'un des deux devient plus peuplé, la dissymétrie augmentant encore si l'on abaisse l'amplitude d'agitation. Dans le compartiment le plus peuplé, les billes subissent plus de collisions, dissipent plus d'énergie d'où une énergie cinétique moyenne plus faible. En identifiant énergie cinétique moyenne des billes et « température », par analogie avec les gaz moléculaires (cf. plus bas), on obtient ainsi un compartiment plus dense et plus « froid », en contact avec un compartiment plus dilué et plus « chaud ». Ce résultat explique que le nom « démon de Maxwell » soit souvent donné à ce type d'expériences [4]. Le second principe de la thermodynamique n'est toutefois pas remis en question ! Contrairement aux molécules que Maxwell avait en tête, les grains sont ici de taille macroscopique et absorbent ou dissipent de l'énergie.

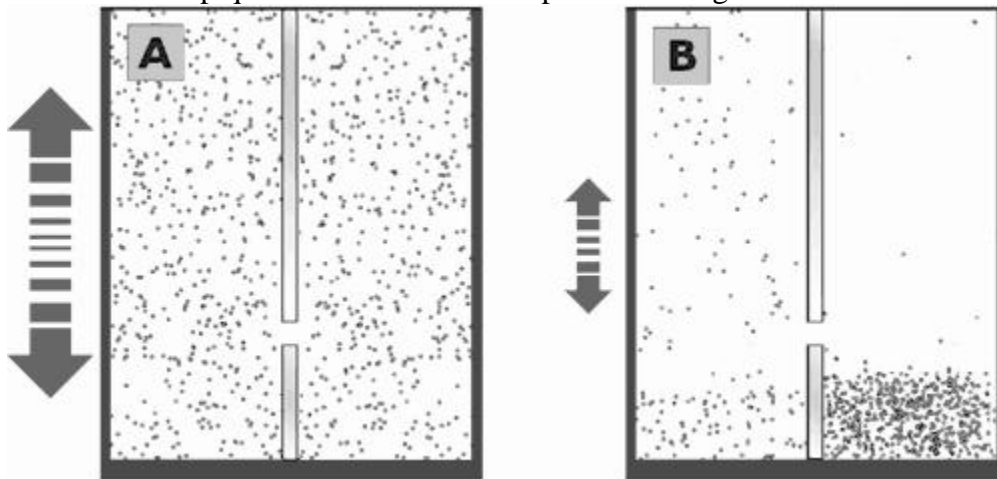


Figure 1 : un matériau granulaire se trouve dans un récipient constitué de deux compartiments communiquant par une ouverture de petite taille. Une excitation périodique maintient l'ensemble dans un état gazeux. (A) pour les fortes amplitudes de vibration, la répartition des grains est symétrique droite/gauche. (B) en diminuant progressivement l'amplitude de forçage, on observe que les grains peuplent majoritairement un compartiment, qui devient plus « froid » que l'autre [3].

L'instabilité droite/gauche peut être expliquée relativement simplement. A cause de l'inélasticité, une région plus dense, dans laquelle se produisent donc plus de collisions, a

une énergie moyenne plus basse. Considérons alors une fluctuation qui rend un des compartiments légèrement plus peuplé que l'autre. L'énergie moyenne dans ce compartiment diminue, et par suite, les particules s'en échappent moins facilement. A l'inverse, l'énergie moyenne dans l'autre compartiment augmente un peu et les particules peuvent d'autant mieux s'échapper. La fluctuation se trouve amplifiée. Si la vibration de la base est suffisamment forte, l'apport d'énergie peut l'annihiler. Si au contraire cet apport est trop faible, une brisure de symétrie se produit.

Des approches phénoménologiques ont été proposées pour affiner l'argument, mais aucune description rigoureuse --avec un point de départ microscopique-- n'a été élaborée à ce jour. Il en va autrement lorsque l'ouverture entre les deux compartiments est de grande taille (par exemple lorsqu'elle permet le libre passage sur une moitié de la hauteur totale, dans la partie inférieure du récipient) et que l'agitation fournie est suffisamment forte pour pouvoir négliger la force de pesanteur. En maintenant l'agitation constante, la brisure de symétrie apparaît alors lorsque l'on augmente le nombre de billes N au-delà d'une valeur critique. L'état stationnaire symétrique, dans lequel le nombre moyen de particules dans chaque compartiment vaut $N/2$, est alors instable. L'un des compartiments devient plus dense et donc plus « froid » que l'autre. Remarquablement, cette brisure de symétrie apparaît au niveau d'une description hydrodynamique simplifiée [5], dont les prédictions sont par ailleurs en excellent accord avec les simulations numériques mettant en jeu les sphères dures inélastiques.

... à la Loi de Fourier

L'approche hydrodynamique (dont le point de départ microscopique est l'équation de Boltzmann adaptée au cas dissipatif [5]) précise également la forme des relations constitutives entre flux et gradients. En particulier, la loi de Fourier --qui relie dans un matériau le flux de chaleur \mathbf{j} au gradient de température-- est profondément modifiée par rapport au cas conservatif usuel. Elle se met sous la forme $\mathbf{j} = -\kappa \mathbf{grad} T - \mu \mathbf{grad} n$. Dans cette expression, la température T , dite température granulaire, n'a pas de fondement thermodynamique, mais un statut purement cinétique. Il ne s'agit pas de la température habituelle (ici non significative comme nous l'avons mentionné dans l'introduction) mais de la variance des fluctuations de vitesse en un point donné. La quantité nT représente donc la densité locale d'énergie cinétique dans le référentiel du centre de masse local (n désignant la densité locale de particules). Cette définition de la température granulaire a le mérite d'en autoriser la mesure expérimentale relativement directement, et de coïncider avec la définition thermodynamique pour un système à l'équilibre. Le coefficient κ est ainsi le pendant de la conductibilité thermique, tandis que μ , sans analogue dans les systèmes élastiques, est non nul (positif) dès que les collisions sont dissipatives. La présence du terme en $\mu \mathbf{grad} n$ dans le flux de chaleur a des conséquences profondes sur le comportement du système, dont l'une est l'inversion du profil de température schématisée sur la figure 2. Considérons un gaz granulaire « chauffé » par le bas, c'est-à-dire par exemple un ensemble de billes dans un cylindre dont la base est en vibration. Puisque l'énergie est injectée en $z=0$, et dissipée en volume ($z>0$), il semble raisonnable que la température décroisse quand z augmente. Les grains étant alors moins rapides, la densité devrait augmenter. C'est bien ce que l'on observe au voisinage de la paroi vibrée. Toutefois, $T(z)$ n'est pas une fonction décroissante de l'altitude, mais passe par un

minimum puis devient croissante. Ce comportement semble contradictoire avec l'aspect dissipatif des collisions. Il en est pourtant une conséquence directe. Cette augmentation de la température s'accompagne d'une décroissance très rapide de la densité (cf. figure 2), de sorte que le terme en $\mu \text{grad } n$ représente la contribution dominante au flux de chaleur, qui est quant à lui dirigé vers les $z > 0$, comme il se doit. On peut enfin noter que cette dernière contrainte impose que la densité atteigne son maximum à une altitude inférieure à celle où T est minimum.

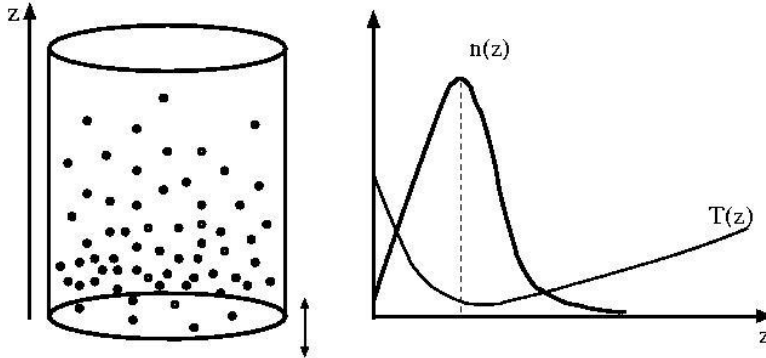


Figure 2 : inversion du profil de température. La ligne pointillée indique que le maximum de la densité et le minimum de la température ne coïncident pas.

Non-équipartition de l'énergie dans les mélanges

Considérons maintenant un mélange de deux gaz moléculaires (1) et (2), à l'équilibre. Leurs deux températures sont alors égales ($T_1 = T_2$) et l'énergie cinétique moyenne d'une molécule du gaz (1) est égale à celle d'une molécule du gaz (2). On peut alors se demander si cette équipartition est encore valable dans un mélange binaire de grains maintenus dans un état "gazeux"... Deux groupes d'expérimentateurs se sont indépendamment penchés sur la question [6]. Leurs résultats montrent clairement que les températures granulaires des deux composants diffèrent. L'énergie cinétique moyenne des billes les plus lourdes est plus élevée que celle des billes plus légères. Ces études expérimentales ont motivé une série de travaux théoriques (théorie cinétique des sphères dures inélastiques essentiellement). Le traitement analytique de modèles simplifiés permet de déterminer comment la non-équipartition varie avec les différents paramètres du problème (rapport des masses, des tailles, inélasticités), et donne des résultats qualitativement en accord avec les expériences. La non-équipartition est ainsi plus forte si l'inélasticité augmente, ou si le rapport des masses croît ; elle dépend en revanche très faiblement des densités relatives des deux espèces [7]. Des simulations numériques sur des modèles plus réalistes ont permis également de mieux quantifier le phénomène.

Distribution de vitesses

Une autre caractéristique des gaz moléculaires réside dans la distribution $f(v)$ des vitesses des molécules : le caractère conservatif des collisions impose qu'il s'agisse d'une maxwellienne (loi gaussienne). On peut légitimement anticiper que cette propriété tombe pour un gaz granulaire. Les premières mesures de cette distribution, peu précises, n'ont toutefois pas montré de déviation particulière à la gaussienne, et ce n'est que récemment que le perfectionnement des techniques expérimentales a permis de mettre en évidence

des différences (plus fortes aux vitesses élevées, correspondant à de faibles probabilités d'observation). Dès lors, la distribution de vitesse est-elle universelle, de même que la gaussienne est universelle pour les gaz à l'équilibre ?

Diverses expériences ont été réalisées dans des conditions différentes. En particulier, une étude réalisée à l'Université du Massachusetts a suscité un certain écho [8]. D'une part, elle semblait indiquer une distribution de vitesse indépendante des détails de l'expérience, comme la densité de grains. D'autre part, la forme trouvée, en exponentielle étirée de paramètre 1.5 [$f(v) \propto \exp(-A v^{1.5})$], semblait en accord avec certaines prédictions de la théorie cinétique, pourtant obtenues dans un cadre très simplifié (i.e. dans un système homogène avec forçage effectif en volume via un bruit blanc, alors que dans la réalité, le forçage a lieu en surface, et la densité ou la température varient avec le point considéré). Malheureusement, l'accord théorie/expérience ne résiste pas à une analyse plus poussée. Le régime en $\exp(-A v^{1.5})$ prédit par la théorie cinétique n'est atteint que pour des vitesses de très loin supérieures à celles qui sont accessibles expérimentalement [9]. Il ne s'agit pas là d'un échec de la théorie cinétique, mais de l'insuffisance d'une modélisation trop crue (le problème de trouver un bruit de forçage effectif raisonnable est délicat). Les distributions mesurées expérimentalement attendent donc toujours une explication théorique...

Malgré tout, les nombreuses simulations numériques réalisées par divers groupes ont permis de donner des indications concernant la question de l'universalité. En modélisant de façon relativement réaliste les conditions expérimentales, on peut tester l'influence des différents paramètres. Les résultats obtenus, compatibles avec les mesures expérimentales, sont néanmoins plus précis que ces dernières. Ils indiquent de manière concordante qu'aux grandes vitesses, les distributions sont génériquement surpeuplées par rapport à la gaussienne. En revanche, les détails fins de la distribution de vitesse dépendent de tous les paramètres (densité, inélasticité, mode d'injection de l'énergie), et même de la position à laquelle on la mesure dans l'échantillon. La valeur 1.5 obtenue dans la référence [8] pour le paramètre de l'exponentielle étirée n'a donc probablement pas de signification particulière, et son apparente robustesse pourrait être due à la difficulté de faire varier les paramètres de l'expérience sur une large gamme de valeurs.

Le fait que les études expérimentales aient donné des résultats contradictoires n'est peut-être pas surprenant. Les distributions de vitesse ne sont pas gaussiennes, mais, on peut le regretter, aucun caractère universel ne semble émerger. Différentes conditions expérimentales, différents moyens d'injecter l'énergie conduisent à des distributions de vitesses différentes. Bien sûr, cette conclusion se fonde sur l'étude de modèles numériques simplifiés, si bien que l'on peut encore considérer la question de l'universalité comme ouverte du point de vue expérimental. Un seul trait commun peut être dégagé : la surpopulation des distributions par rapport à la gaussienne, surpopulation observée aux grandes vitesses. Cependant, aucun argument simple ne semble exister pour expliquer ce phénomène.

Conclusions

Les fondements de la mécanique statistique hors équilibre sont moins bien établis que

ceux de la mécanique statistique à l'équilibre, et l'on espère dégager de l'étude de problèmes aussi simples que possible les concepts qui conduiront à la formulation d'une description cohérente. Dans ce contexte, les gaz granulaires constituent un point de rencontre fécond entre expérience, simulation et théorie. Nous avons tenté de donner un aperçu de la riche phénoménologie qui leur est associée. Les différences frappantes par rapport au comportement des gaz moléculaires sont des conséquences directes du caractère dissipatif des collisions. En général, peu d'explications intuitives sont disponibles. Les phénomènes observés, en revanche, sont reproduits par des modèles d'une grande simplicité, comme celui des sphères dures inélastiques.

Notre présentation est très partielle. Nous nous sommes limités à des aspects qui n'avaient que peu été discutés en dehors des revues spécialisées. En particulier, nous n'avons pas développé une caractéristique importante que présentent ces systèmes : la tendance à développer des hétérogénéités spatiales et à former des amas [10]. Même si cette tendance est à l'origine de l'instabilité observée dans l'expérience du Démon de Maxwell, elle se manifeste dans des contextes beaucoup plus larges, par exemple en astrophysique pour expliquer la formation d'anneaux autour de certaines planètes...

Nous remercions B. Jancovici et F. van Wijland pour leur relecture attentive du manuscrit.

Références

[1] Dans un article de revue qui a fait date [Rev. Mod. Phys. **68**, 1259 (1996)], Jaeger, Nagel et Behringer suggèrent même de considérer qu'il s'agit là d'un état de la matière à part entière.

[2] H.J. Schlichting et V. Nordmeier, Math. Naturwiss. Unterr. **49**, 323 (1996) ; K. van der Weele, D. van der Meer, M. Versluis et D. Lohse, Europhys. Lett. **53**, 328 (2001). Le deuxième article établit le résultat intéressant que la brisure de symétrie en question peut se voir comme une transition de phase du premier ordre lorsque le récipient est constitué de trois compartiments, et comme une transition du second ordre dans le cas avec deux compartiments.

[3] Pour plus de détails, on pourra consulter l'article de J. Eggers [Phys. Rev. Lett. **83**, 5322 (1999)] ainsi que le site <http://www.aip.org/physnews/graphics/html/maxwell.html> dont la figure 1 est issue.

[4] Les expériences dont il est question ici ont été déclinées sous de nombreuses variantes, par exemple avec plusieurs compartiments [2], ou en fluidisant des mélanges binaires avec des grains de différentes tailles. Dans ce dernier cas, la combinaison de l'instabilité droite/gauche avec les effets de ségrégations dus à la différence de taille peut produire un effet spectaculaire. Une véritable horloge granulaire se met en place, les grains passant périodiquement d'un compartiment à l'autre. Les grains de grande et de petite taille n'oscillent toutefois pas en phase, cf R. Lambiotte *et al*, Europhys. Lett (2004), à paraître.

[5] J. Brey, F. Moreno, R. Garcia-Rojo, M. Ruiz-Montero, Phys. Rev. E **65**, 011305

(2001). J. Brey *et al* Phys. Rev. E **58**, 4638 (1998).

[6] K. Feitosa et N. Menon, Phys. Rev. Lett. **88**, 198301 (2002) ; R.D. Wildman et D.J. Parker, Phys. Rev. Lett. **88**, 064301 (2002).

[7] A. Barrat et E. Trizac, Granular Matter **4**, 57 (2002).

[8] F. Rouyer et N. Menon, Phys. Rev. Lett. **85**, 3676 (2000).

[9] A. Barrat et E. Trizac, Eur. Phys. J E **11**, 99 (2003).

[10] pour une illustration expérimentale, voir par exemple E. Falcon, R. Wunenburger, P. Evesque, S. Fauve, C. Chabot, Y. Garrabos et D. Beysens, Phys. Rev. Lett. **83**, 440 (1999).