Formation hiérarchique des galaxies

Concepts clés I

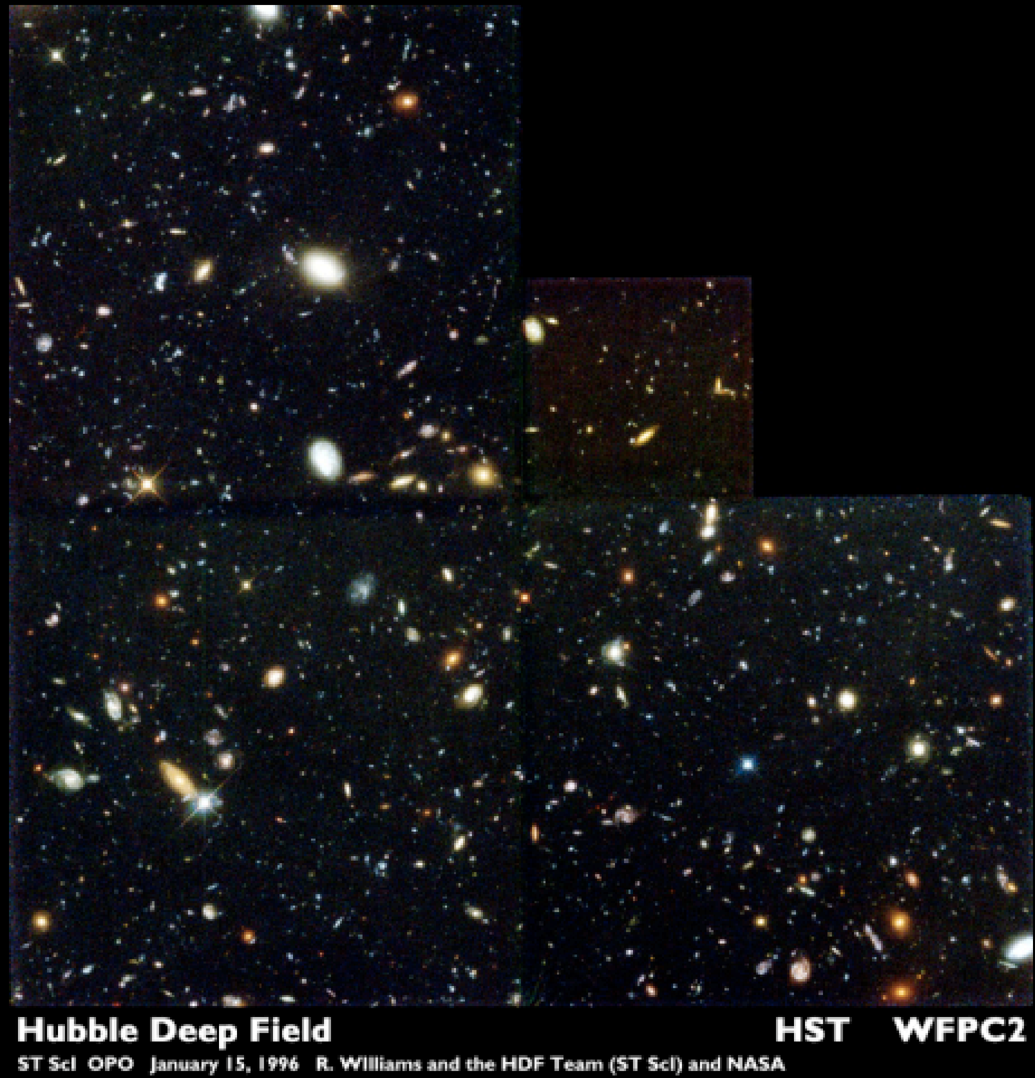
Bruno Guiderdoni
Institut d’Astrophysique de Paris, CNRS

Formation hiérarchique des galaxies I

- Le paradigme de la FHG et le rôle de matière sombre (DM, *dark matter*)
- Génération et croissance linéaire des perturbations de DM
- Croissance linéaire des perturbations de DM dans un univers dominé par la matière (MD, *matter dominated*)
- Croissance non-linéaire MD: le *top hat* et *Press-Schechter*
- Croissance non-linéaire MD: simulations numériques

Le Champ Profond de Hubble

une pierre angulaire pour l'évolution des galaxies

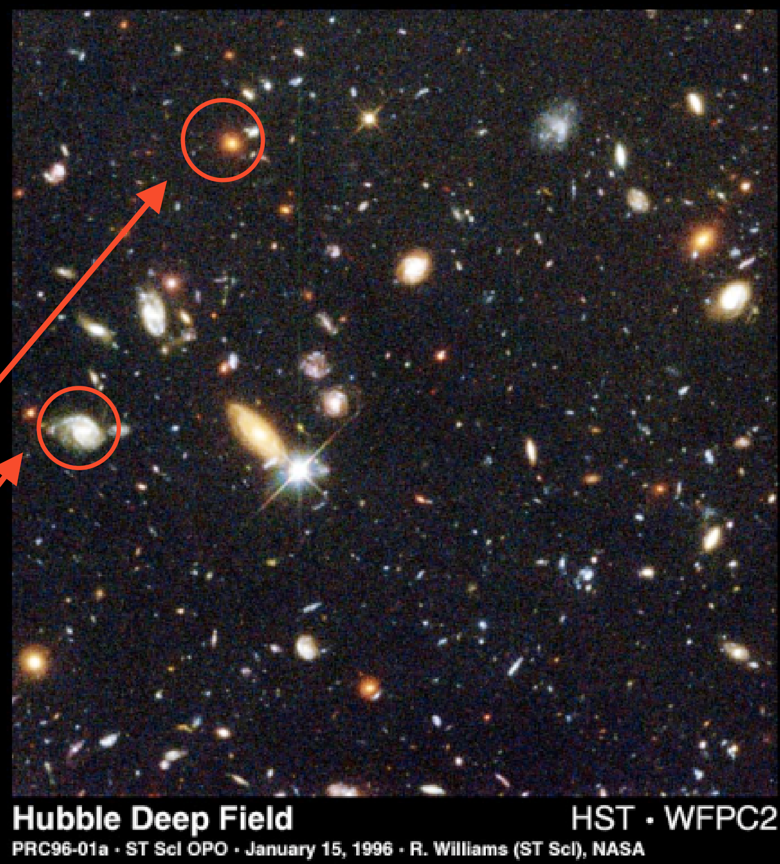


t_{exp}=150 h

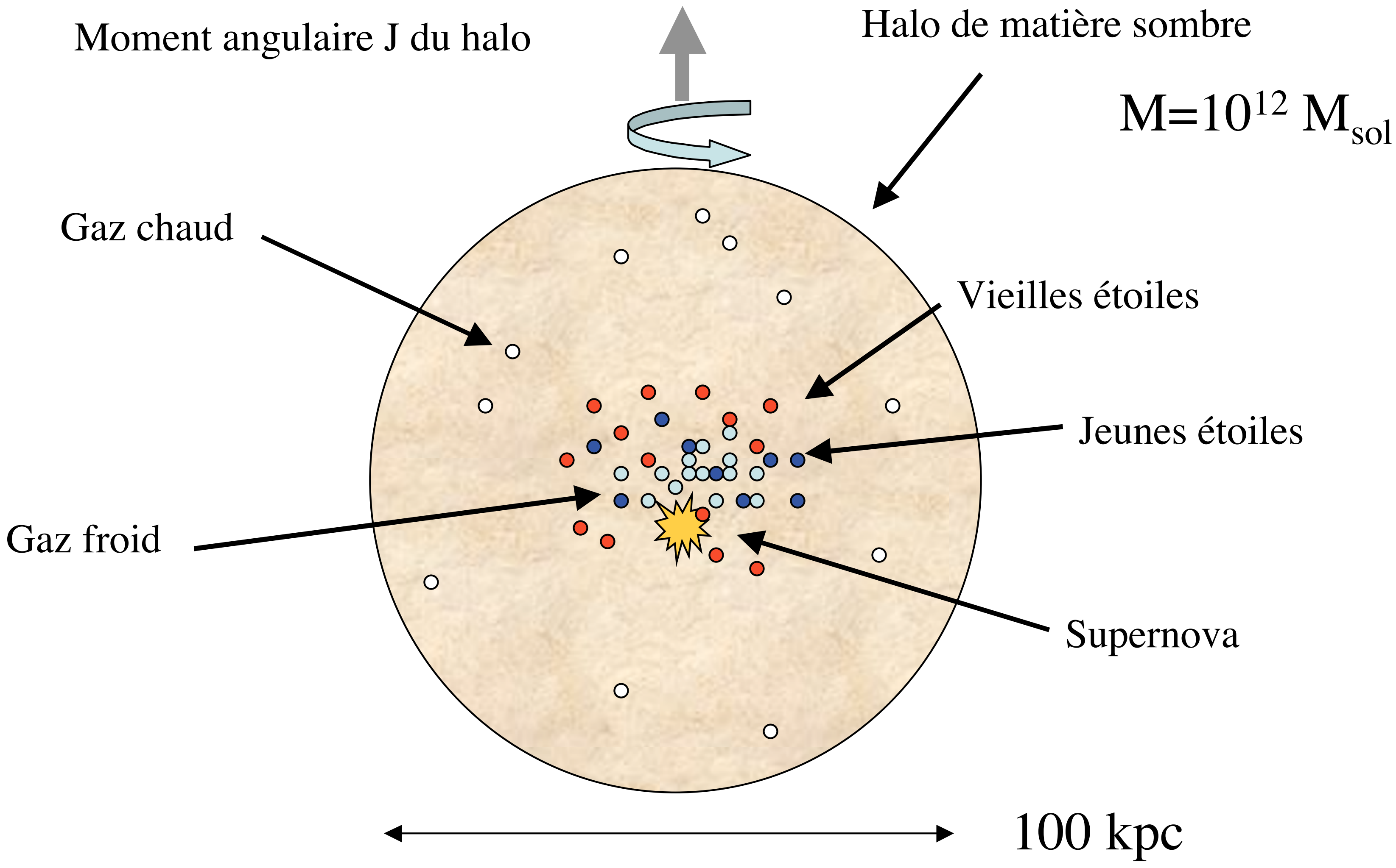
3000 objets dans 5.3 arcmin^2

Comment les galaxies se sont-elles formées ?

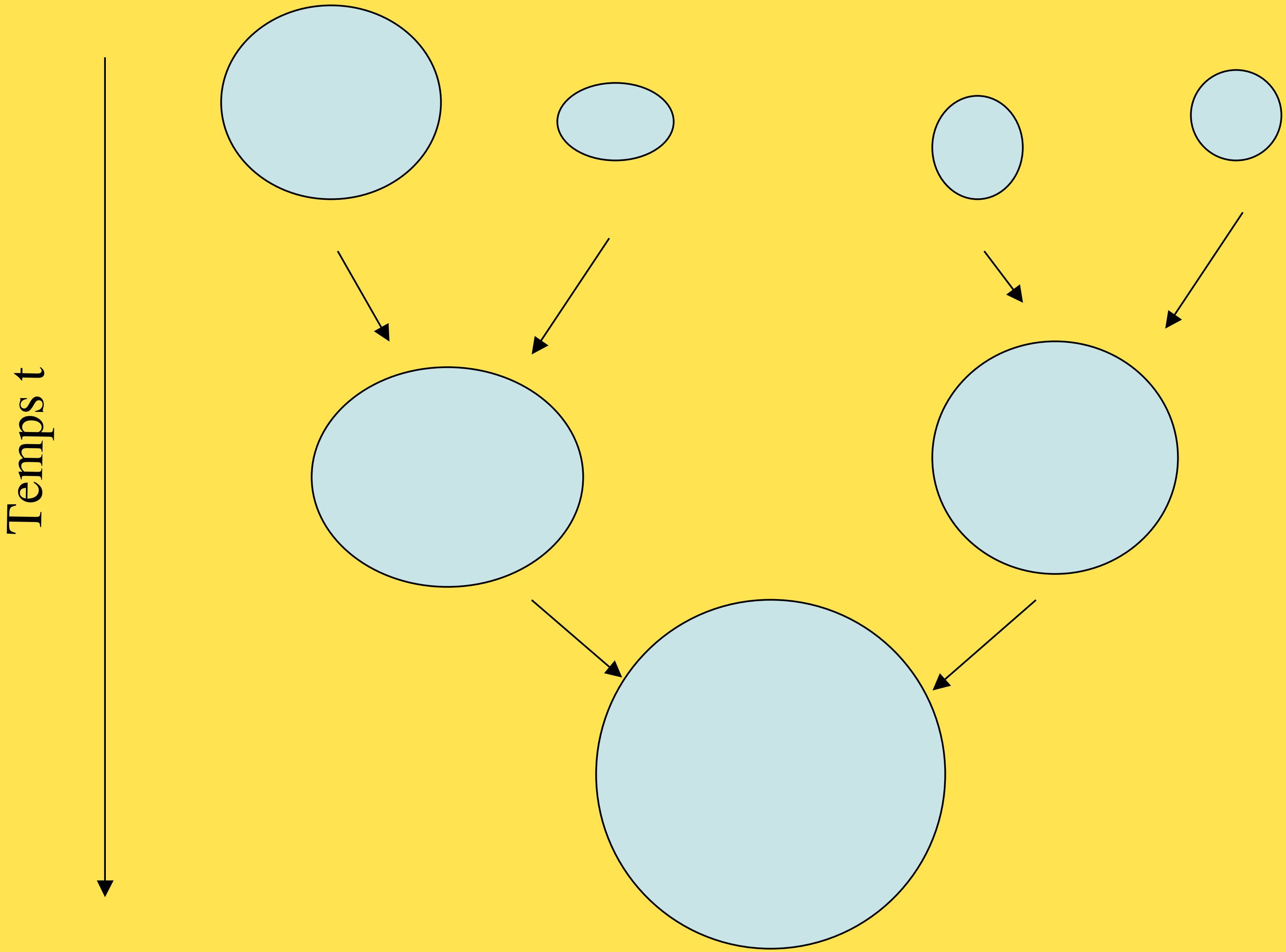
- Quand la formation des *galaxies* a-t-elle commencé ?
- Quand la formation des *étoiles* a-t-elle commencé ?
- Quelle est l'histoire cosmique du taux de formation des étoiles et des éléments lourds ?
- Comment les sphéroïdes (bulbes et elliptiques) se sont-ils formés ?
- Comment les disques se sont-ils formés ?
- Quel est le rôle de l'extinction dans le bilan de luminosité des galaxies ?
- Etc.



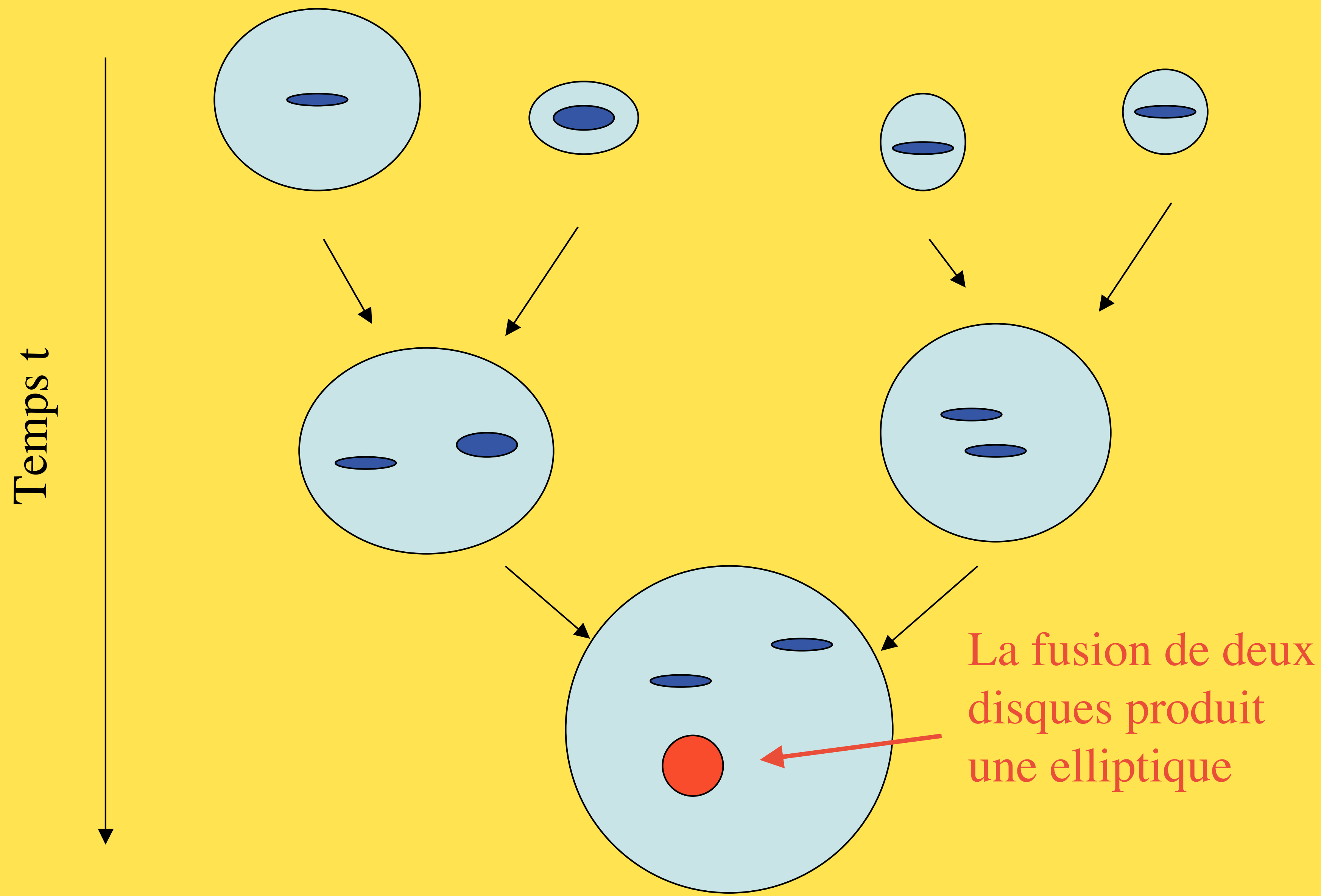
Une galaxie :le sommet d'un iceberg de matière sombre



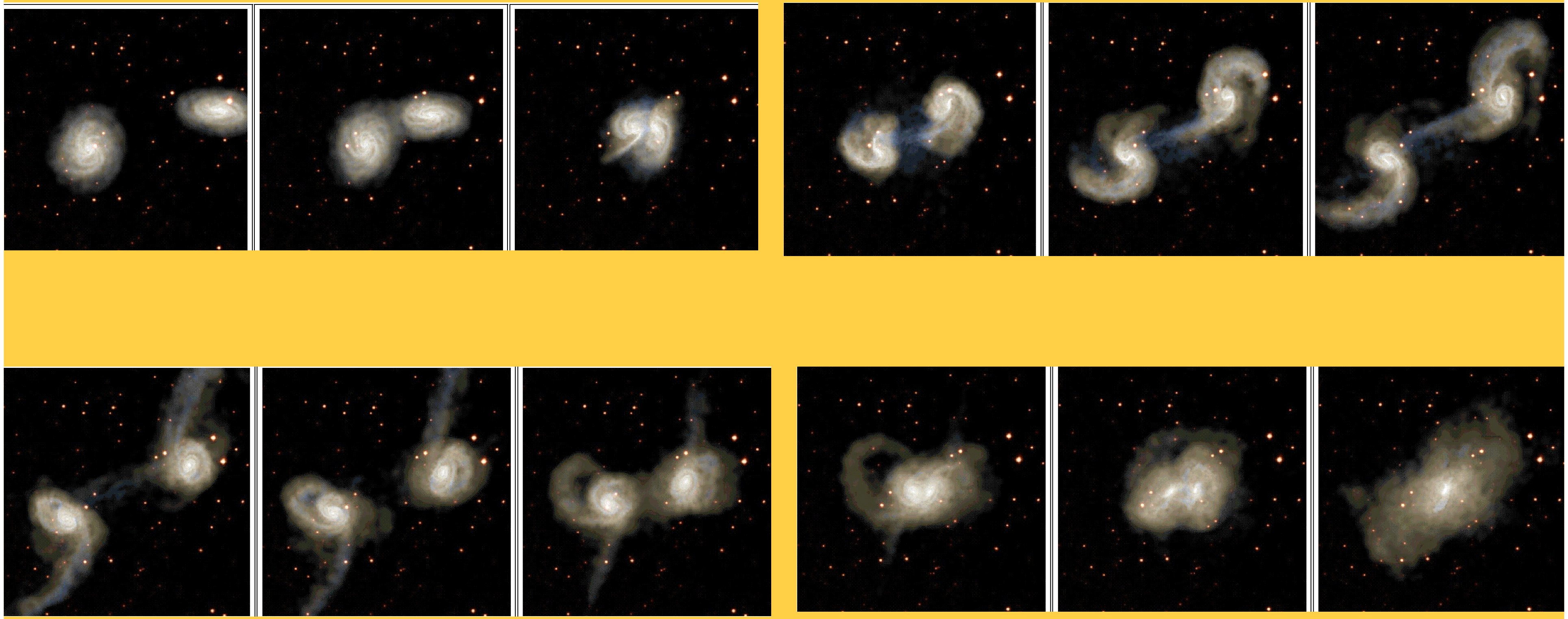
Formation hiérarchique des structures de matière sombre



Formation hiérarchique des galaxies



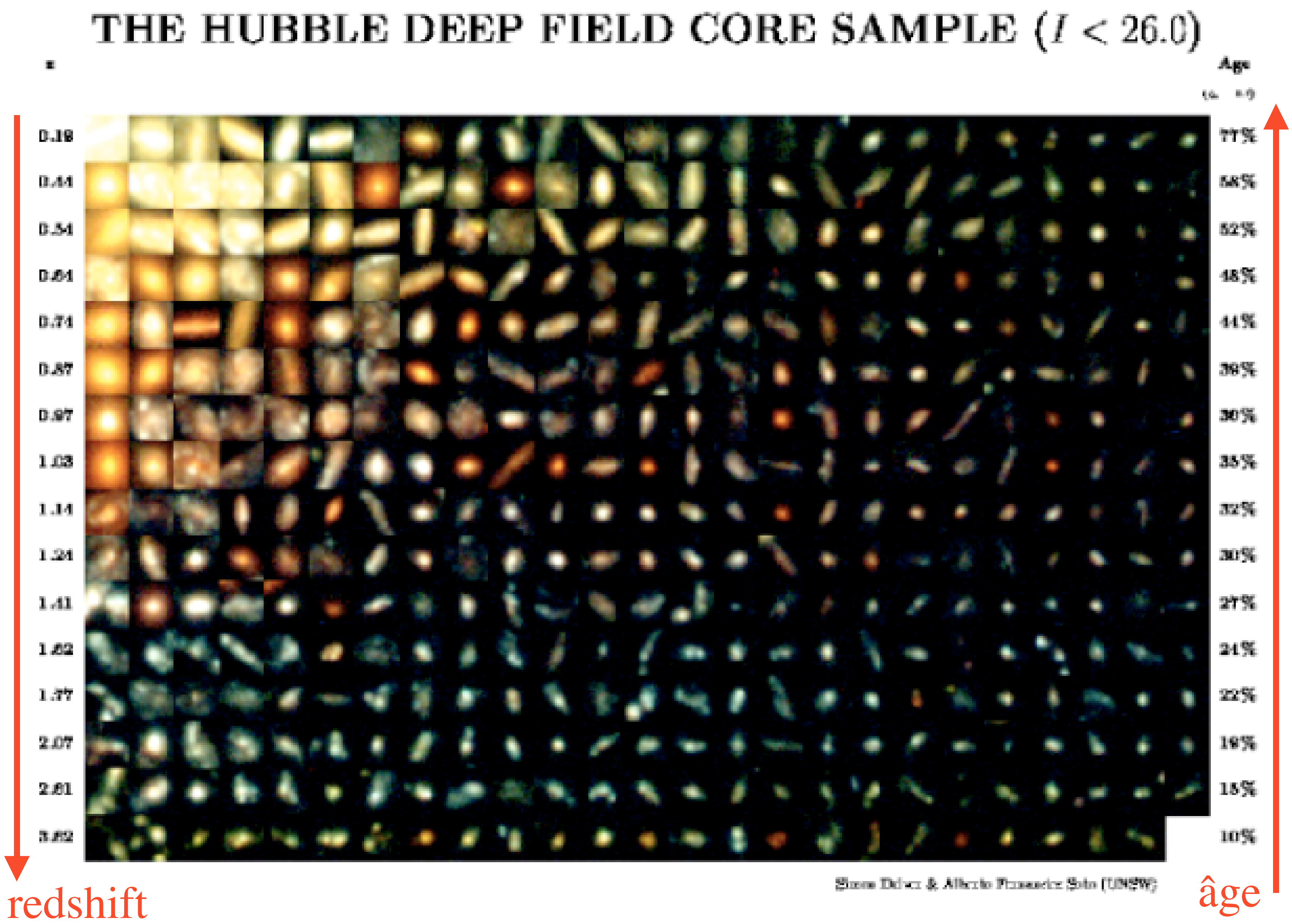
Simulation numérique de fusion de deux galaxies à disque



La fusion des disques de masse comparable produit un sphéroïde (galaxie elliptique, ou bulbe de galaxie spirale)

GADGET, Springel et al. 2001

Une évolution morphologique des galaxies ?



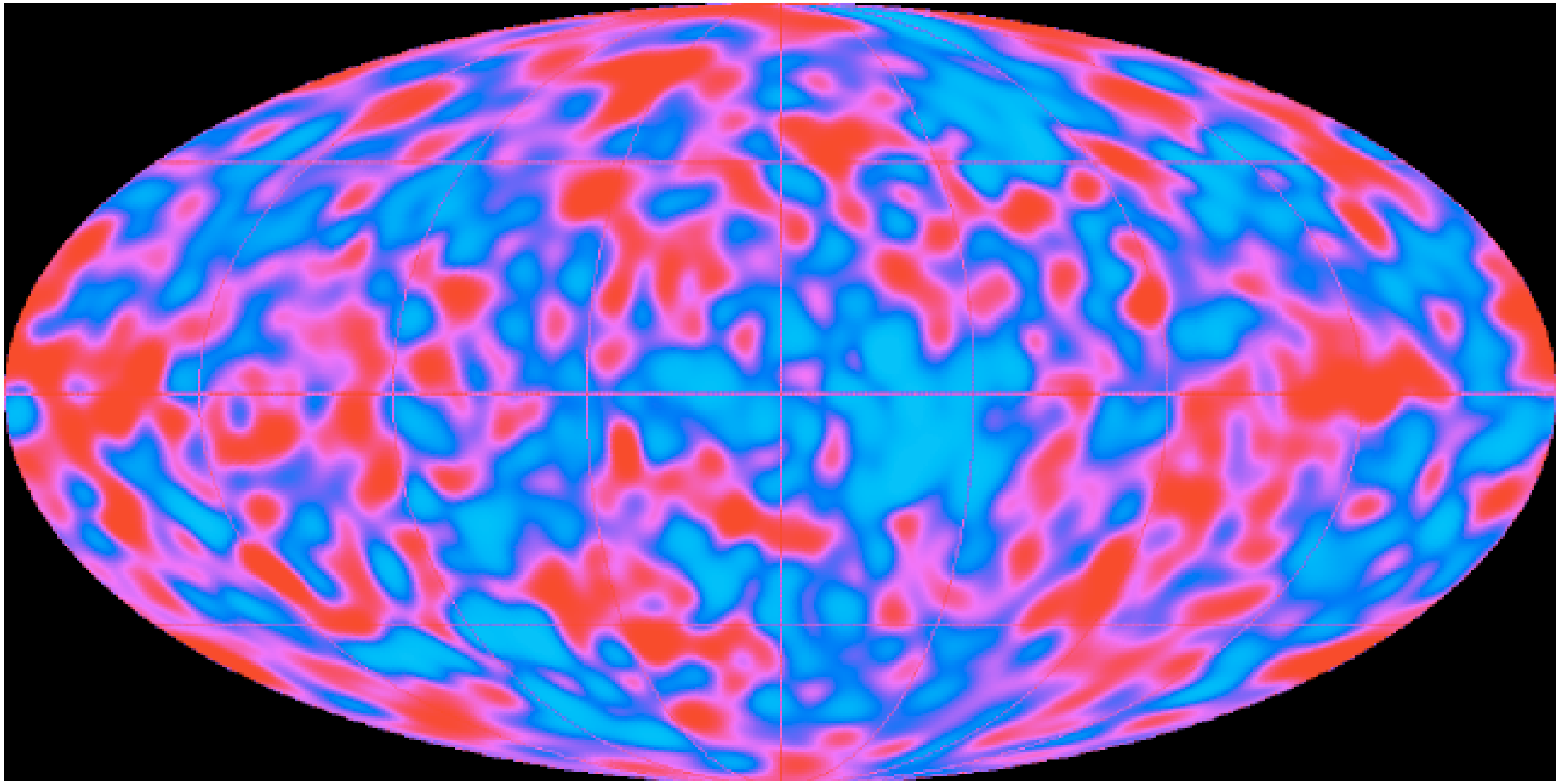
Formation hiérarchique des galaxies

- La formation des galaxies n'est plus un *événement*: c'est un ***processus.***
- Le «*redshift de formation* z_{for}» n'est plus défini de façon unique. La notion de «*galaxie primordiale*» devient plus floue.
- Les différents trajets évolutifs des galaxies doivent expliquer les corrélations entre propriétés : ***moyennes*** et ***dispersions***.
- N.B. La formation hiérarchique est un ***cadre général*** (un «paradigme») dans lequel différents modèles physiques pour le devenir des baryons et la physique des galaxies sont possibles (refroidissement du gaz, formation d'étoiles, etc.).
- La séquence de Hubble évolue fortement.
- ***Le test crucial est la formation des elliptiques.***

Génération et croissance linéaire des perturbations de matière sombre

Spectre de puissance $P(k)$ du champ de fluctuation aléatoire gaussien

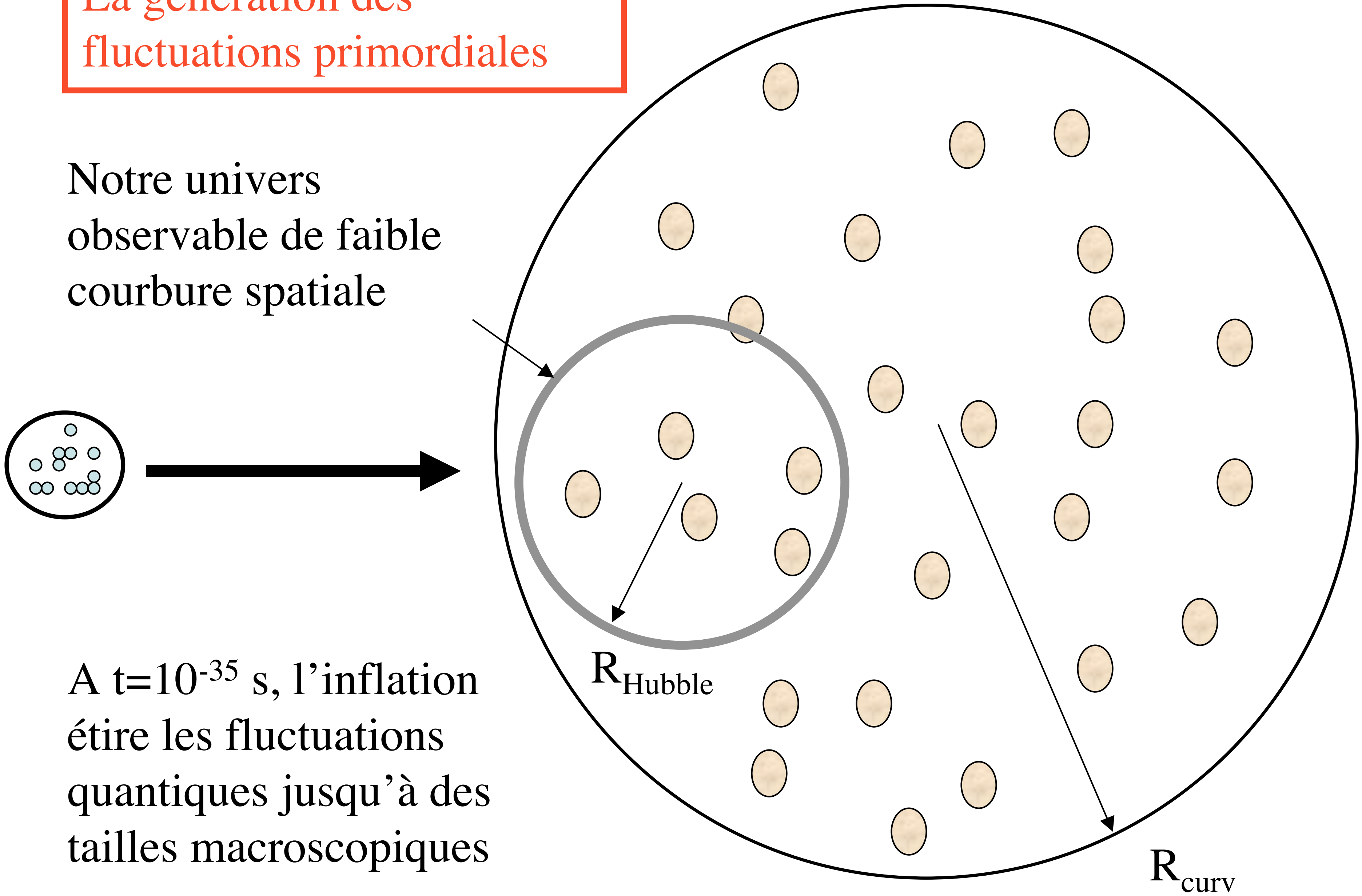
Une carte des anisotropies du fond diffus cosmologique (CMB)
obtenue avec l'instrument DMR du satellite COBE



$$Q \equiv \frac{\Delta T}{T} \approx 10^{-5}$$

La génération des fluctuations primordiales

Notre univers observable de faible courbure spatiale



A $t=10^{-35}$ s, l'inflation étire les fluctuations quantiques jusqu'à des tailles macroscopiques

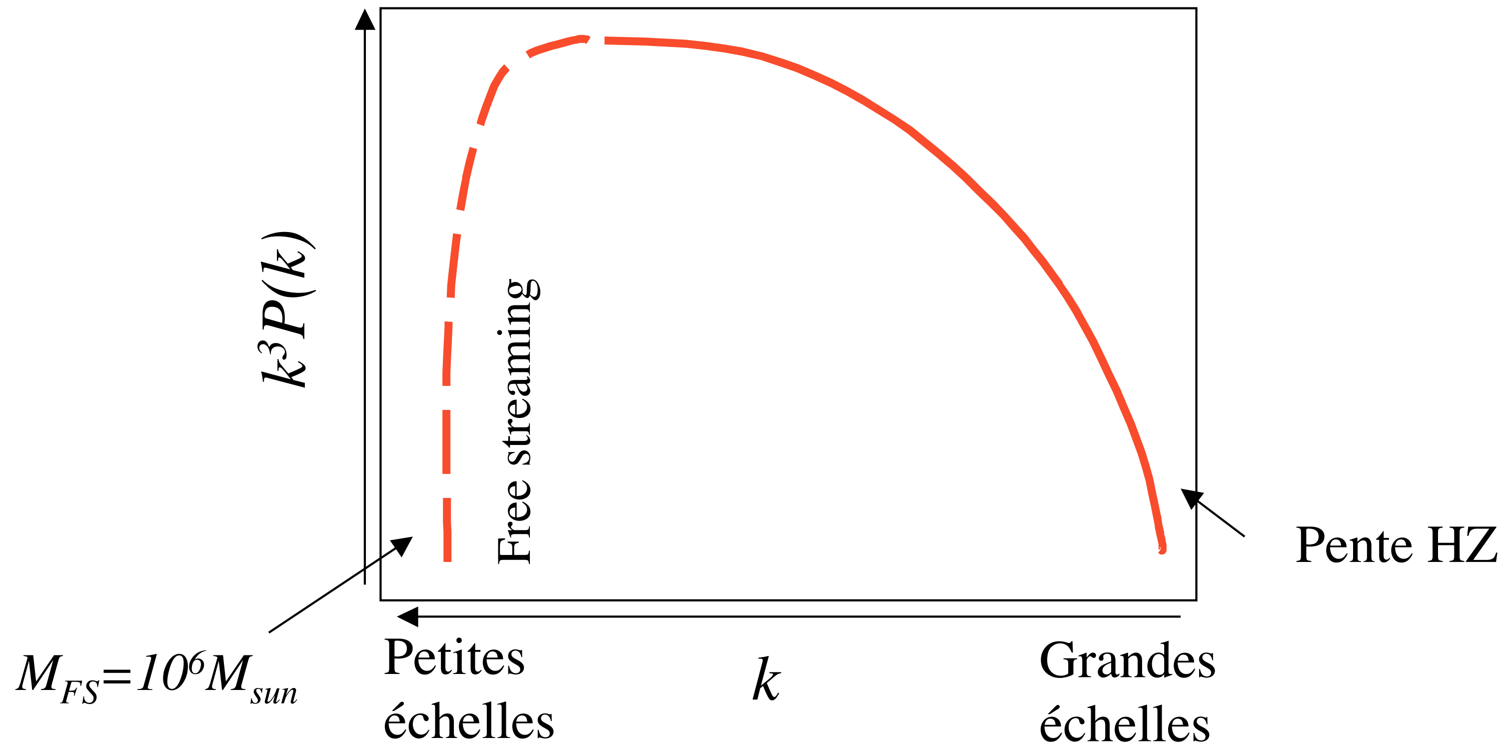
$P(k) \equiv |\square_k|^2 \quad k^n$ Harrison-Zel'dovich : $n = 1$

Normalisation

Fonction de transfert

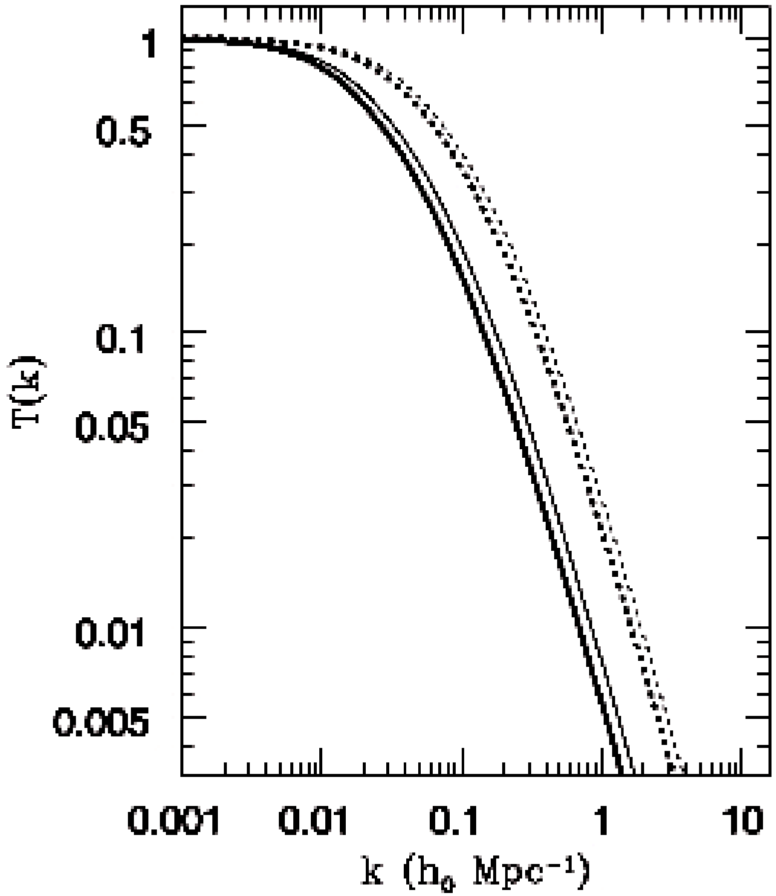
$$P(k) = AkT(k)^2 \quad k^m$$

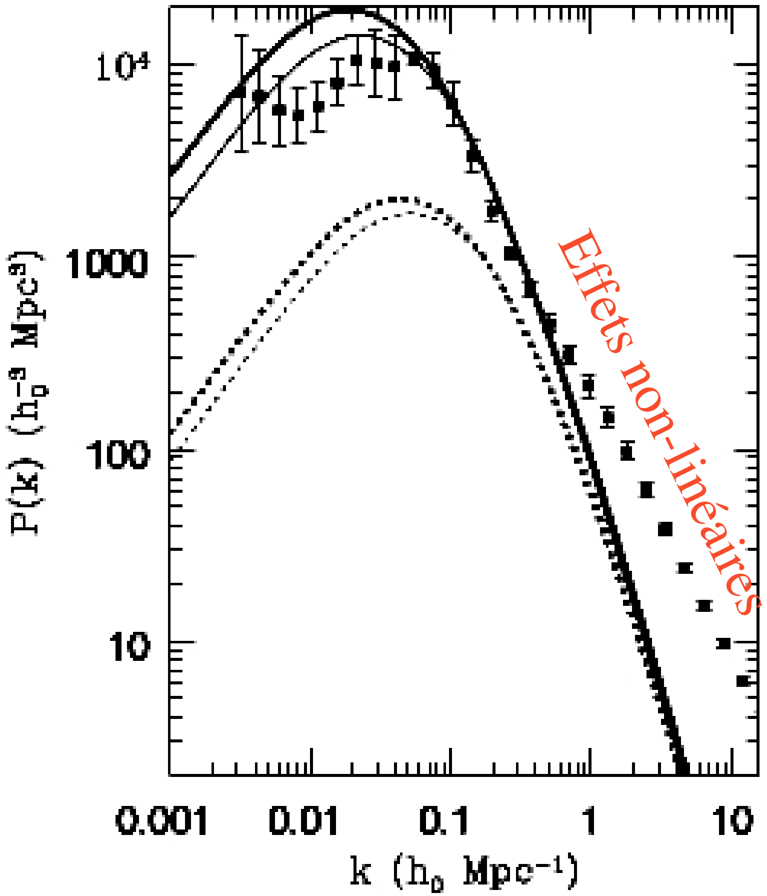
Cold Dark Matter : $\square 3 \square m \square 1$ & M_{FS}=$10^6 M_{sun}$



$P(k) = AkT(k)^2 \quad k^m$

Données : galaxies APM, avec une normalisation □$_{8/h}$=1 (i.e. biais linéaire b=1)





□$_{bar}$=0 (traits épais) ou 0.02h^{-2} (traits fins)

Pointillés: SCDM. Traits pleins: LCDM

Comment les perturbations de densité croissent

Quand aucun processus ne peut lutter contre l'attraction gravitationnelle, par exemple lorsque la taille de la perturbation est plus grande que le rayon de Hubble

$$\lambda_{pert} > d_H(t) \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^{-1} \equiv \frac{1}{H(t)}$$

Fond:

$$H_{back}^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_{back}$$

Perturbation:

$$H_{pert}^2 + \frac{1}{a_{pert}^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho_{pert}$$

A un temps tel que:

$$H_{pert} = H_{back}$$

$$\delta \equiv \frac{\rho_{pert} - \rho_{back}}{\rho_{back}} = \frac{3}{8\pi G \rho_{back} a_{pert}^2} \approx \frac{3}{8\pi G \rho_{back} a_{back}^2}$$

$t < t_{eq}$	$\rho_{back} \propto a^{-4}$	$\Rightarrow$	$\delta \propto a^2$
$t > t_{eq}$	$\rho_{back} \propto a^{-3}$	$\Rightarrow$	$\delta \propto a$

Comment les perturbations de densité ne croissent pas

$$\lambda_{pert} < d_H(t)$$

1) Quand les forces de pression de la composante perturbée dépassent l'attraction gravitationnelle de la composante dominante

$$\frac{\lambda_{pert}}{v_{pert}} \approx t_{press} < t_{grav} \approx \frac{1}{(G\rho_{dom})^{1/2}}$$

$$\lambda_{pert} < \lambda_J \equiv \sqrt{\pi}\,\frac{v_{pert}}{(G\rho_{dom})^{1/2}}$$

Longueur de Jeans

2) Quand l'expansion du fond régie par la composante dominante est plus rapide que le collapse de la composante perturbée

$$t < t_{eq}$$

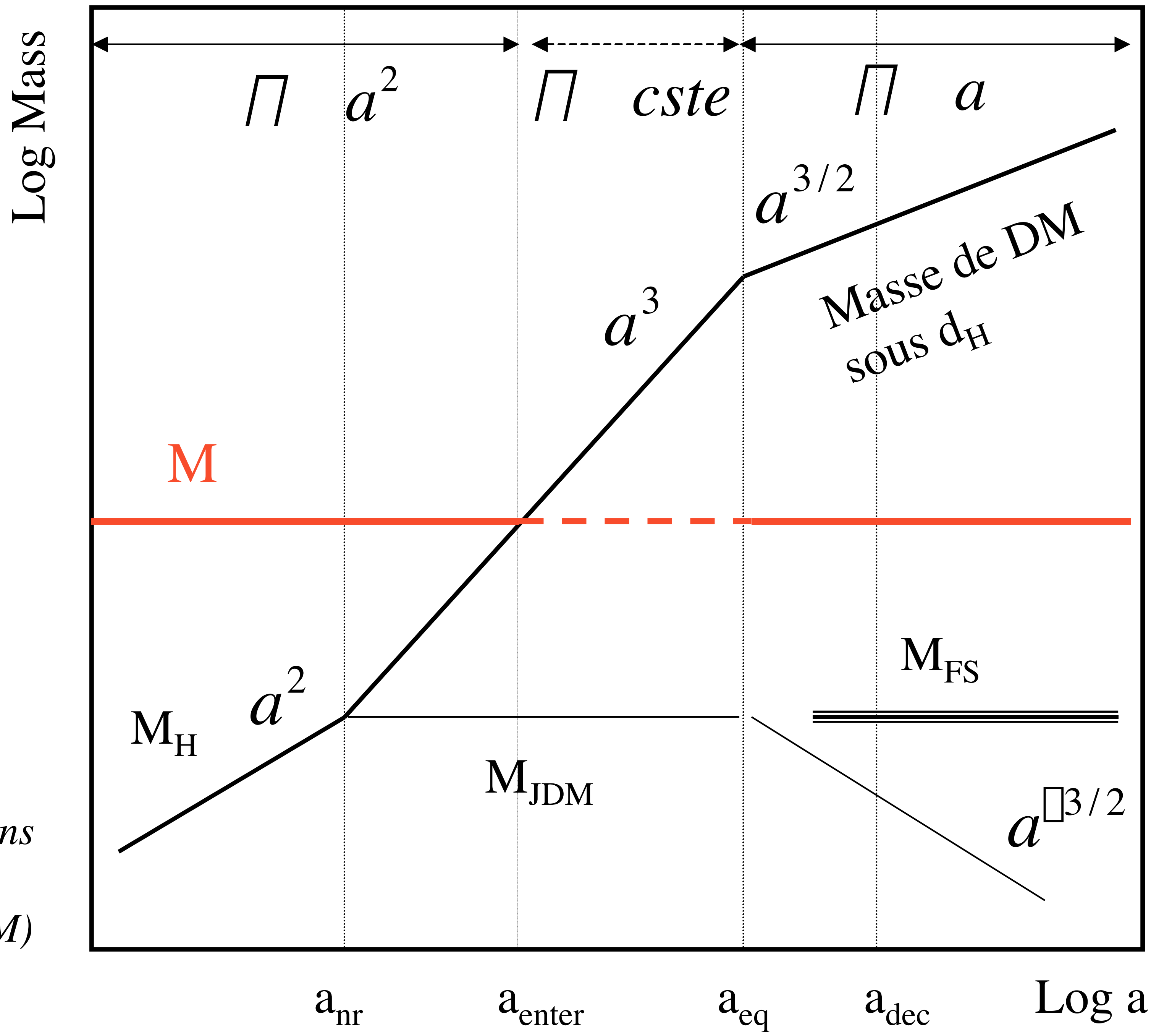
$$t_{\exp} \approx \frac{1}{(G\rho_R)^{1/2}} < t_{grav} \approx \frac{1}{(G\rho_{DM})^{1/2}} < t_{press} \approx \frac{\lambda_{pert}}{v_{pert}}$$

Cela arrive avant l'équivalence, dans la phase dominée par la radiation

Variations de la masse de Hubble et de la masse de Jeans

	ρ_{DM}	ρ_R	d_H	M_{HDM}	λ_J	v_{DM}	M_{JDM}
$t<t_{nr}$	a^{-4}	a^{-4}	a^2	a^2	a^2	1	a^2
$t_{nr} <t<t_{eq}$	a^{-3}	a^{-4}	a^2	a^3	a	a^{-1}	cste
$t_{eq} <t$	a^{-3}	a^{-4}	$a^{3/2}$	$a^{3/2}$	$a^{1/2}$	a^{-1}	$a^{-3/2}$

$$M_{HDM} = \frac{4\pi}{3} d_H^3 \rho_{DM} \qquad M_{JDM} = \frac{4\pi}{3} \lambda_J^3 \rho_{DM}$$



Croissance des perturbations de matière sombre (DM)

Croissance linéaire des perturbations de matière sombre

Univers dominé par la matière (MD)

A $t > t_{eq}$

$$\frac{\partial \square}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \vec{r}}(\square \vec{u}) = 0$$

Equation de continuité

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u}.\frac{\partial \vec{u}}{\partial \vec{r}} = \square \frac{\partial \square}{\partial \vec{r}}$$

Equation d'Euler

$$\square\square = 4\square G \square\square\ \square$$

Equation de Poisson

Passage des coordonnées physiques aux coordonnées comobiles

$$\vec{r} = a\vec{x}$$

$$\vec{u} = \frac{da}{dt}\vec{x} + \vec{v} = \frac{\dot{a}}{a}\vec{r} + \vec{v}$$

En coordonnées comobiles

$$\frac{\partial \square}{\partial t} + \frac{3\dot{a}}{a}\square + \frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial \vec{x}}(\square \vec{v}) = 0$$

Equation de continuité

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{a}\vec{v}.\frac{\partial \vec{v}}{\partial \vec{x}} + \frac{\dot{a}}{a}\vec{v} = \square\frac{1}{a}\frac{\partial \square\square}{\partial \vec{x}}$$

Equation d'Euler

$$\frac{1}{a^2}\square_x \square\square = 4\square G\square\square\square + 3\frac{\ddot{a}}{a}$$

Equation de Poisson

$$\square\square \equiv \square + \frac{1}{2}a\ddot{a}\vec{x}^2$$

Linéarisation

$$\rho = \rho_b(1+\delta) \qquad \delta << 1$$

Avec : $$\ddot{a} = \frac{4\pi G\rho_b a}{3} + \frac{\Lambda}{3} a$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{1}{a}\frac{\partial \vec{v}}{\partial \vec{x}} = 0 \qquad \text{Equ. A}$$

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + 2\frac{\dot{a}}{a}\frac{\partial \delta}{\partial t} = 4\pi G\rho_b \delta \qquad \text{Equ. B}$$

$$\nabla_x(\nabla \phi) = 4\pi G\rho_b a^2 \delta \qquad \text{Equ. C}$$

On obtient deux solutions, l'une décroissante, l'autre croissante :

$$D_d[z] = H_0[\Omega_0(1+z)^3 + (1-\Omega_0-\Lambda_0)(1+z)^2 + \Lambda_0]^{1/2}$$

$$D_c[z] = \frac{D_d[z]}{a_0^2}\int_z^{\infty}\frac{(1+w)}{D_d^3[w]}dw$$

Si, à l’instant initial t_i, la vitesse particulière est nulle :

$$\delta[z] = \{\frac{3}{2}\Omega_0(1+z_i) + 1 - \Omega_0 - \Lambda_0\}H_0^2 a_0^2 D_c[z]\delta_i$$

Ex. Pour un univers Einstein-deSitter Ω_0=1, Λ_0=0 dominé par la matière (MD), on peut essayer, dans l’équation B : $D \propto t^{\alpha}$

Et l’on trouve deux modes, l’un croissant, l’autre décroissant :

$\alpha = 2/3$ $\quad D_c \propto t^{2/3} \propto a \propto (1+z)^{-1}$ Mode croissant

$$\delta[z] = \frac{3}{5}\frac{1+z_i}{1+z}\delta_i$$

$\alpha = -1$

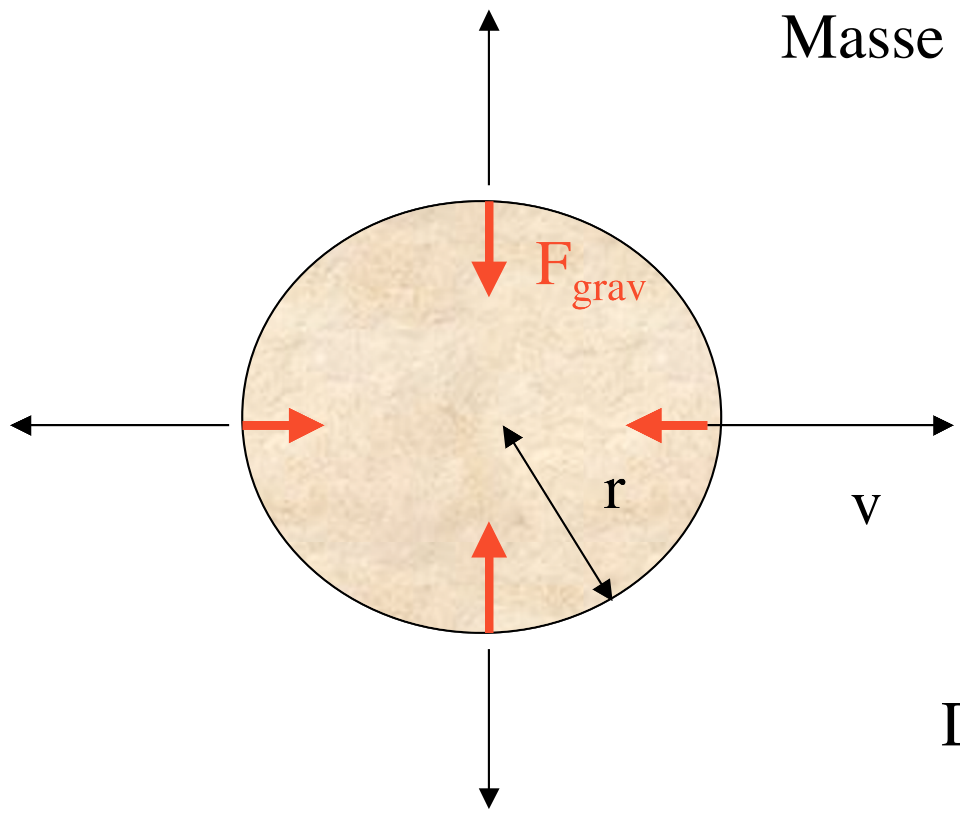
Croissance non-linéaire des perturbations

Perturbation sphérique et homogène

(le modèle dit *top hat* ou «du chapeau haut-de-forme»)

L'amplification gravitationnelle des perturbations initiales

Masse $M=4\pi r^3\rho/3$, densité ρ



Expansion de l'univers $v=Hr$

Densité moyenne ρ_b

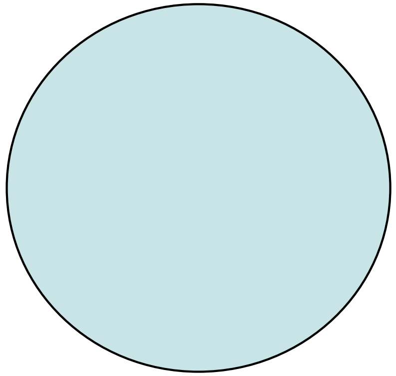
Si le contraste de densité $\delta=(\rho-\rho_b)/\rho_b > \delta_{crit}$, collapse

Couche sphérique externe

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 - \frac{GM}{r} = E$$

Conditions initiales

$r=r_i$ à $t=t_i$



$$K_i = \frac{1}{2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2_{t=t_i} = \frac{H_i^2 r_i^2}{2}$$

$$U_i = -\left(\frac{GM}{r}\right)_{t=t_i} = -\frac{1}{2}H_i^2 r_i^2 \Omega_i (1+\delta_i) = -K_i \Omega_i (1+\delta_i)$$

D'où $\quad E = K_i \Omega_i [\Omega_i^{-1} - (1+\delta_i)]$

$$\boxed{E < 0 \quad \text{si} \quad \delta_i > \frac{1}{\Omega_i} - 1}$$

Rayon d'expansion maximale r_m au temps t_m

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)_{t=t_m} = 0$$

$$E = -\frac{GM}{r_m} = -\frac{r_i}{r_m} K_i \Omega_i (1+\delta_i)$$

D'où

$$\frac{r_m}{r_i} = \frac{1+\delta_i}{\delta_i - (\Omega_i^{-1} - 1)} \qquad \text{Equ. 1}$$

La solution de l'équation du mouvement est:

$$r = A(1-\cos\theta) \qquad r_m = 2A$$
$$t + T = B(\theta - \sin\theta) \qquad t_m + T = \pi B$$
$$A^3 = GMB^2$$

T fixé par les conditions initiales est très petit devant t_i

Ces équations fixent *A*, puis *B*:

$$A = \frac{r_i}{2}\frac{1+\delta_i}{[\delta_i - (\Omega_i^{-1} - 1)]}$$
$$B = \frac{1+\delta_i}{2H_i\Omega_i^{1/2}[\delta_i - (\Omega_i^{-1} - 1)]^{3/2}}$$

Cas de l'univers plat, k=0 :

$$\delta = \frac{9}{2}\frac{(\theta - \sin\theta)^2}{(1-\cos\theta)^3} - 1$$

Développement limité

$$\delta \approx \frac{3\theta^2}{20}$$
$$t \approx \frac{B\theta^3}{6}$$
$$r \approx \frac{A\theta^2}{2}$$

D’où les évolutions très simples:

$$\square = \frac{3}{5}\square_i \left(\frac{t}{t_i}\right)^{2/3} = \frac{3}{5}\square_i \frac{1+z_i}{1+z}$$

$$r_m = \frac{r_i}{\square_i}$$

En définissant les grandeurs linéairement extrapolées à $z=0$:

$$R \equiv r_i \frac{a_0}{a_i} = r_i(1+z_i)$$

$$\square_0 \equiv \frac{3}{5}\square_i(1+z_i)$$

On obtient finalement :

$$(1+z_m) = \frac{5}{3}\frac{\square_0}{\left(3\square/4\right)^{2/3}}$$

$$\frac{r_m}{R} = \frac{3}{5\square_0}$$

Collapse, relaxation et virialisation du halo

Effondrement dans un temps de collapse egal au temps d'expansion. D'ou $t_{coll}=2t_m$

Relaxation : formation d'un potentiel moyen vu par toutes les particules

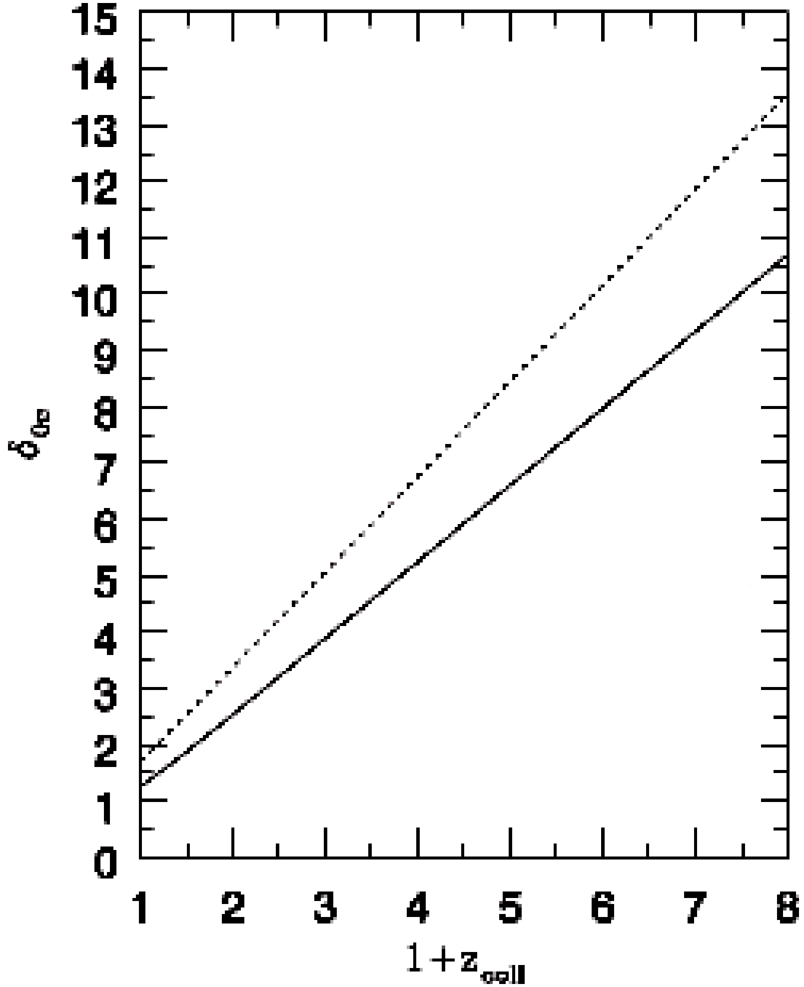
Virialisation : $2K_V+U_V=0$

$E=E_V=U_V+K_V=U_V/2$ implique que le rayon du halo vaut la moitié du rayon d'expansion maximale

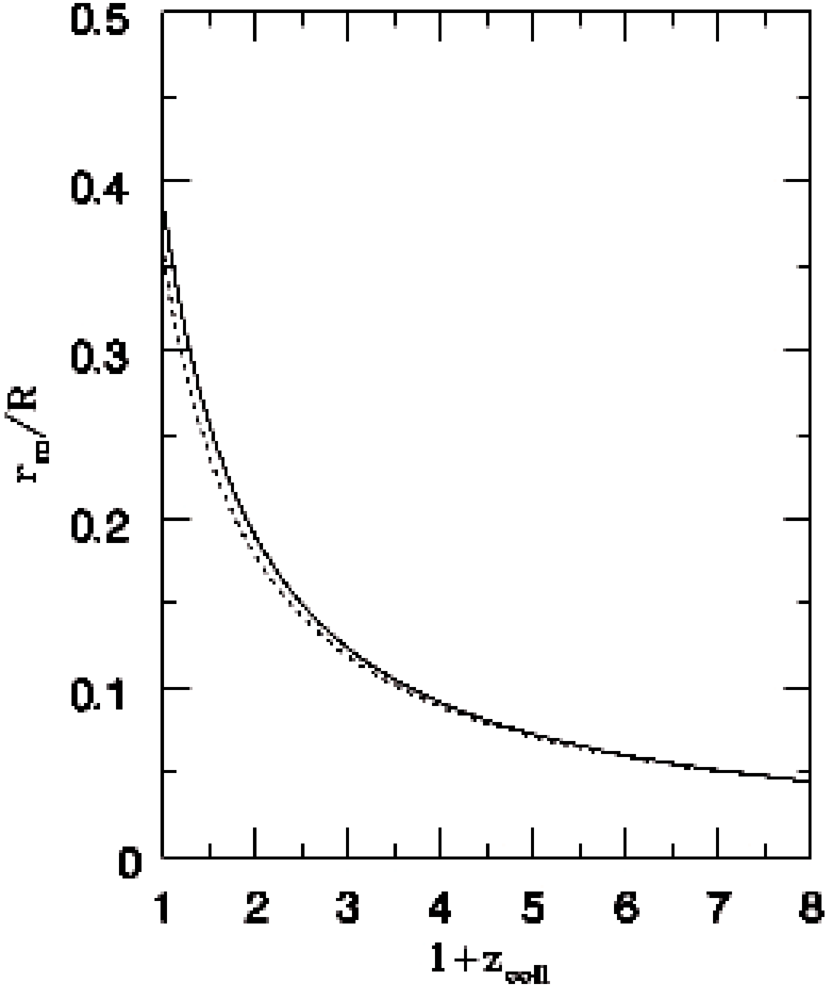
$$(1+z_{coll}) = (1+z_m)\left(\frac{t_m}{t_{coll}}\right)^{2/3} = \frac{\delta_0}{(3\pi/2)^{2/3}\,3/5}$$

$$r_V = \frac{1}{2}r_m = \frac{3R}{10\delta_0}$$

Seuil en contraste de densité linéairement extrapolé



Rayon d'expansion maximum



Pointillés: h_0=0.5, $□_0$=1, $□_0$=0. Traits pleins h_0=0.67, $□_0$=1/3, $□_0$=2/3.

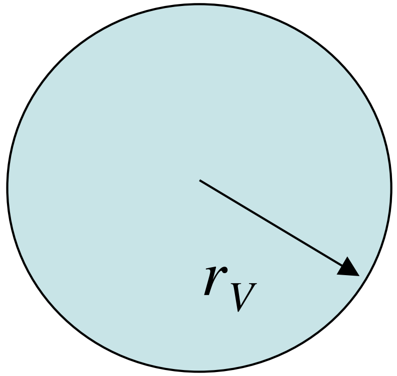
Le modèle de la sphère isotherme singulière tronquée

Example univers plat, Λ=0

$$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_b$$
$$\Omega_0$$

suffisent à définir la structure

Halo de matière sombre relaxé et virialisé



$$\rho(r) = \frac{V_c^2}{4\pi G r^2} \qquad r < r_V$$

$$1 + z_{coll} = \frac{\delta_0}{\delta_c}$$

$$\delta_c = 1.686$$

$$\frac{r_V}{R} = \frac{3}{10\delta_0}$$

$$\bar{\rho} = \frac{3M}{4\pi r_V^3} = \rho_b \left(\frac{R}{r_V}\right)^3 = \left(\frac{10\delta_c}{3}\right)^3 \rho_b (1 + z_{coll})^3$$

$$V_c = \left(\frac{GM}{r_V}\right)^{1/2} = \left(\frac{5}{3}\right)^{1/2} H_0 R \delta_0^{1/2}$$

$$T_V = \frac{\mu m_p}{2k} V_c^2$$

Halos de matière sombre : ordres de grandeur

$$r_V = 258(1+z_{coll})^{-1}\left(\frac{M}{10^{12}M_{sun}}\right)^{1/3} h_{50}^{-2/3} \quad kpc$$

$$V_c = 100(1+z_{coll})^{1/2}\left(\frac{M}{10^{12}M_{sun}}\right)^{1/3} h_{50}^{1/3} \quad kms^{-1}$$

$$T_V = 2.32 \times 10^5 (1+z_{coll})\left(\frac{M}{10^{12}M_{sun}}\right)^{2/3} h_{50}^{2/3} \quad K$$

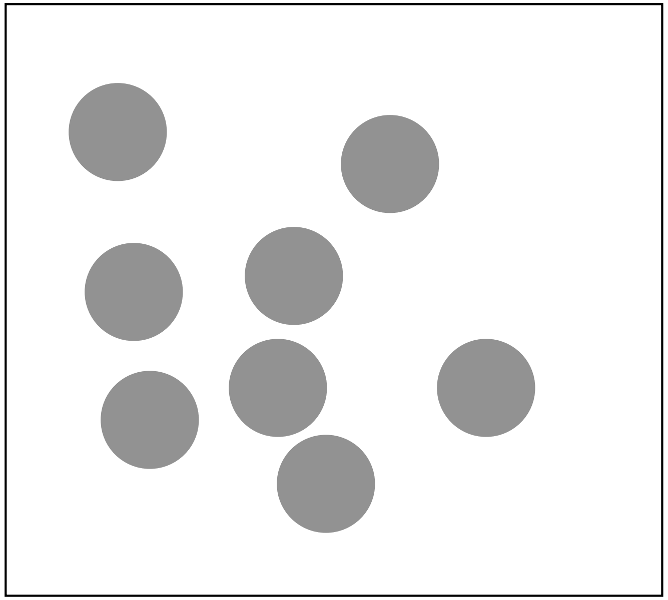
$$\bar{\rho} = 176\rho_b(1+z_{coll})^3$$

Univers plat, Λ=0, mais faible dépendance en Ω_0 et Λ.

Fonction de masse des structures collapsées

Le formalisme de Press et Schechter

Champ gaussien de fluctuations linéaires de densité



Quelle est la fraction de masse totale sous forme d'objets de masse M ayant collapsé au redshift z ?

$$\boxed{f(M) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\nu_z(M)}^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{2}\nu^2\right) d\nu}$$

$$\nu \equiv \frac{\delta_0}{\sigma_0(M)}$$ Fluctuation relative de densité

$$\sigma_0^2(M) \equiv \left\langle \delta_0(M)^2 \right\rangle$$ Variation du champ lissé sur l'échelle de masse M

$$\nu_z(M) \equiv \frac{\delta_c(1+z)}{\sigma_0(M)}$$ Seuil pour le collapse au redshift z

$$\sigma^2(M) = \frac{1}{2\pi^3} \int d^3k P(k) \left|W_k(R)\right|^2$$

Univers plat, Λ=0

Nombre d’objets de masse [lnM,lnM+dlnM[par unité de volume comobile

$$n(M,z)\,d\ln M = \frac{\rho_b}{M}\left|\frac{df(M)}{d\ln M}\right| d\ln M$$

$$\frac{\rho_b}{M}\left|\frac{df(M)}{d\nu_z(M)}\right|\left|\frac{\nu_z(M)\,d\ln\nu_z(M)}{d\ln M}\right| d\ln M$$

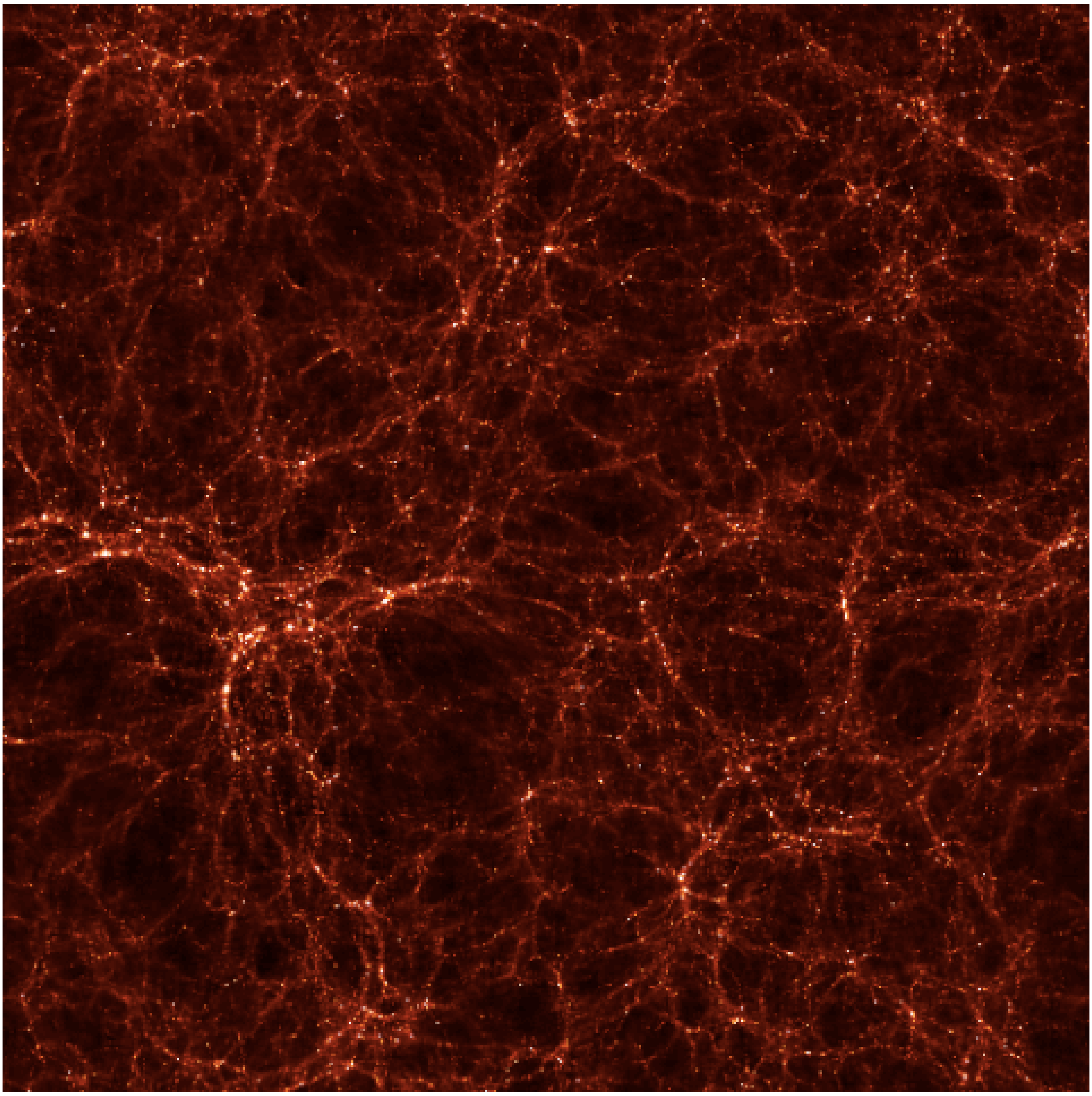
$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{\rho_b}{M}\nu_z(M)\exp\left(-\frac{1}{2}\nu_z(M)^2\right)\left|\frac{d\ln\sigma_0(M)}{d\ln M}\right| d\ln M$$

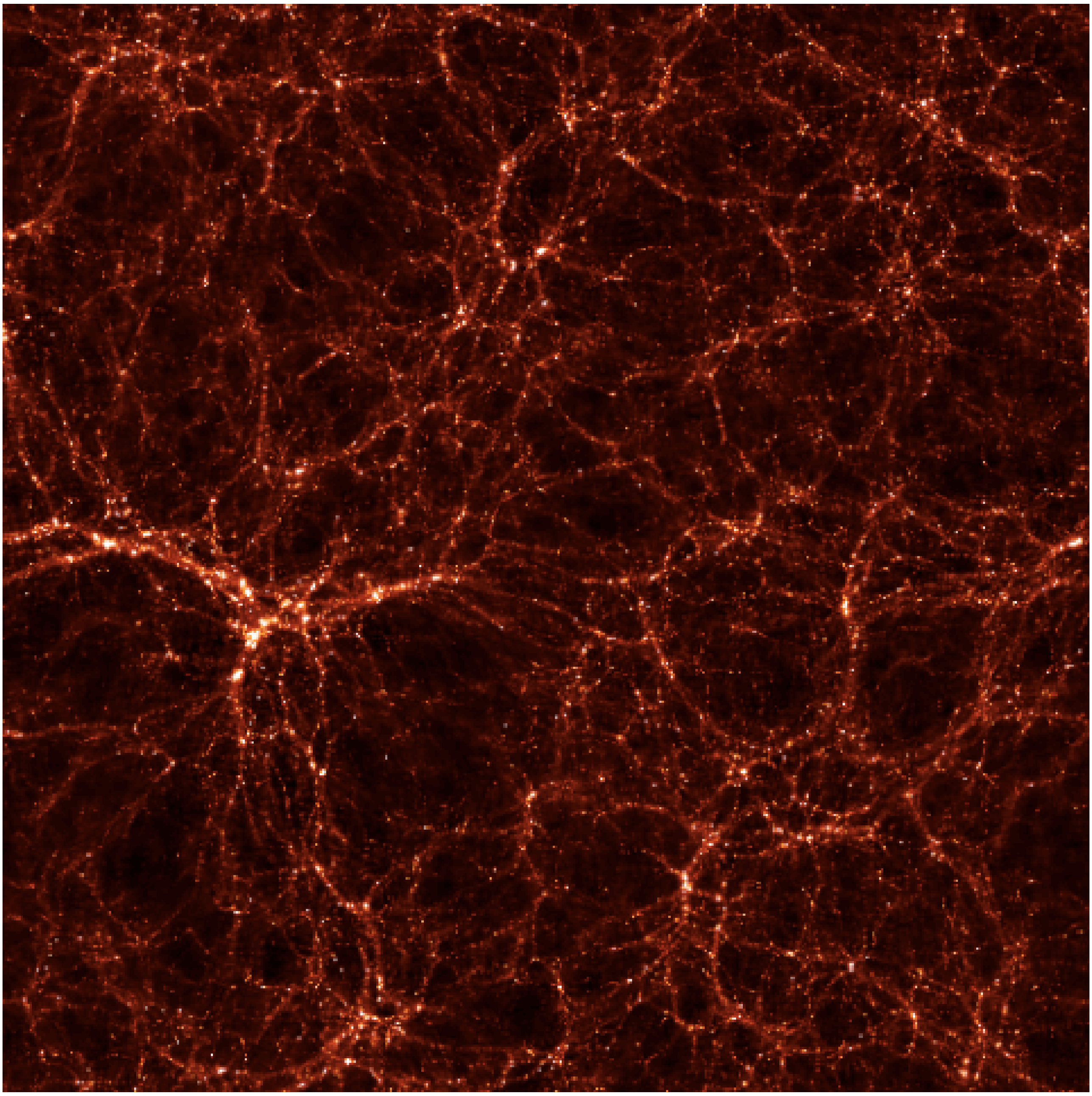
Fudge factor x 2 pour tenir compte de la matière dans les régions sous-denses

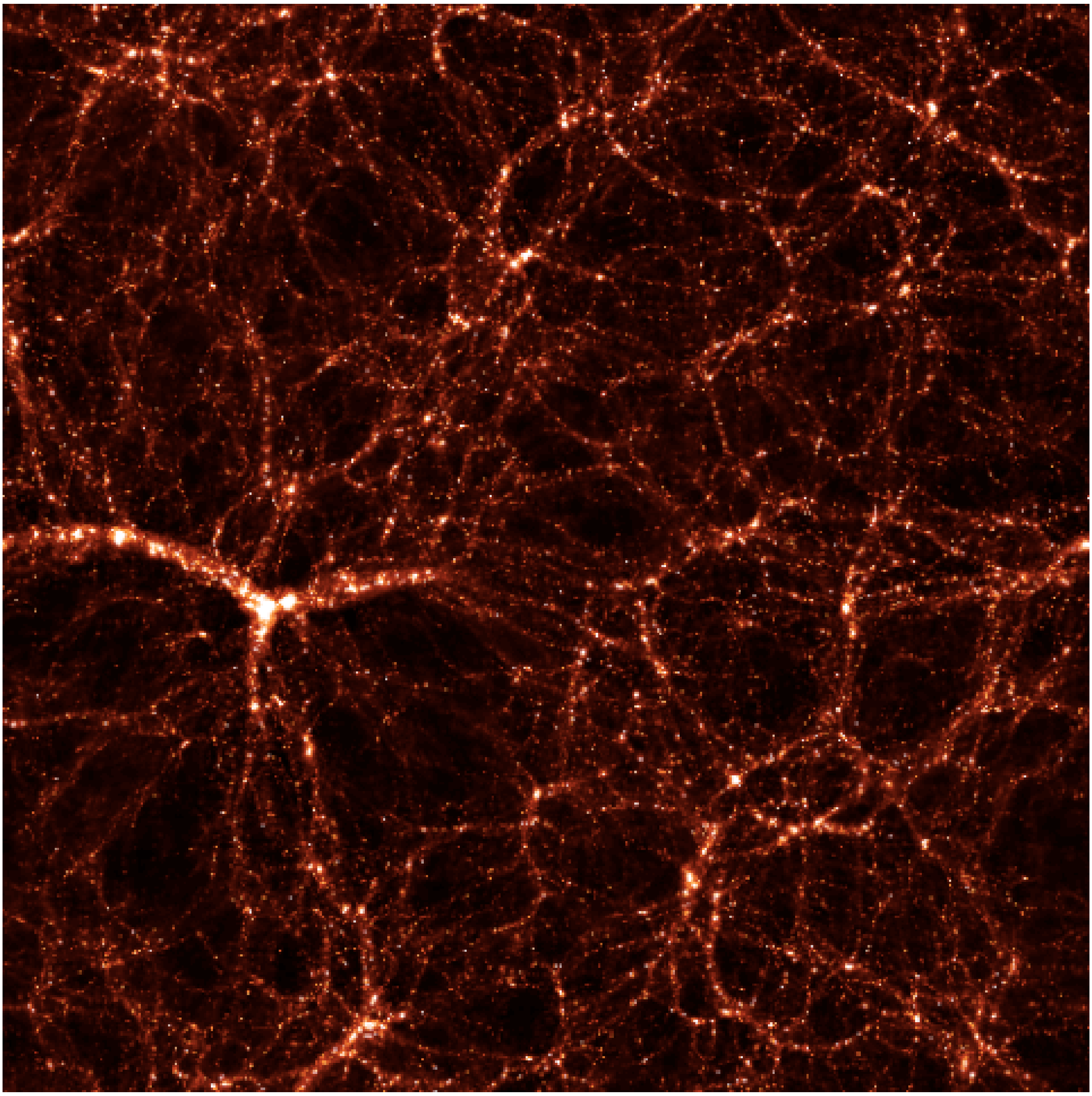
$$\boxed{n(M,z)\,d\log M = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{\rho_b}{M}\nu_z(M)\exp\left(-\frac{1}{2}\nu_z(M)^2\right)\left|\frac{d\log\sigma_0(M)}{d\log M}\right| d\log M}$$

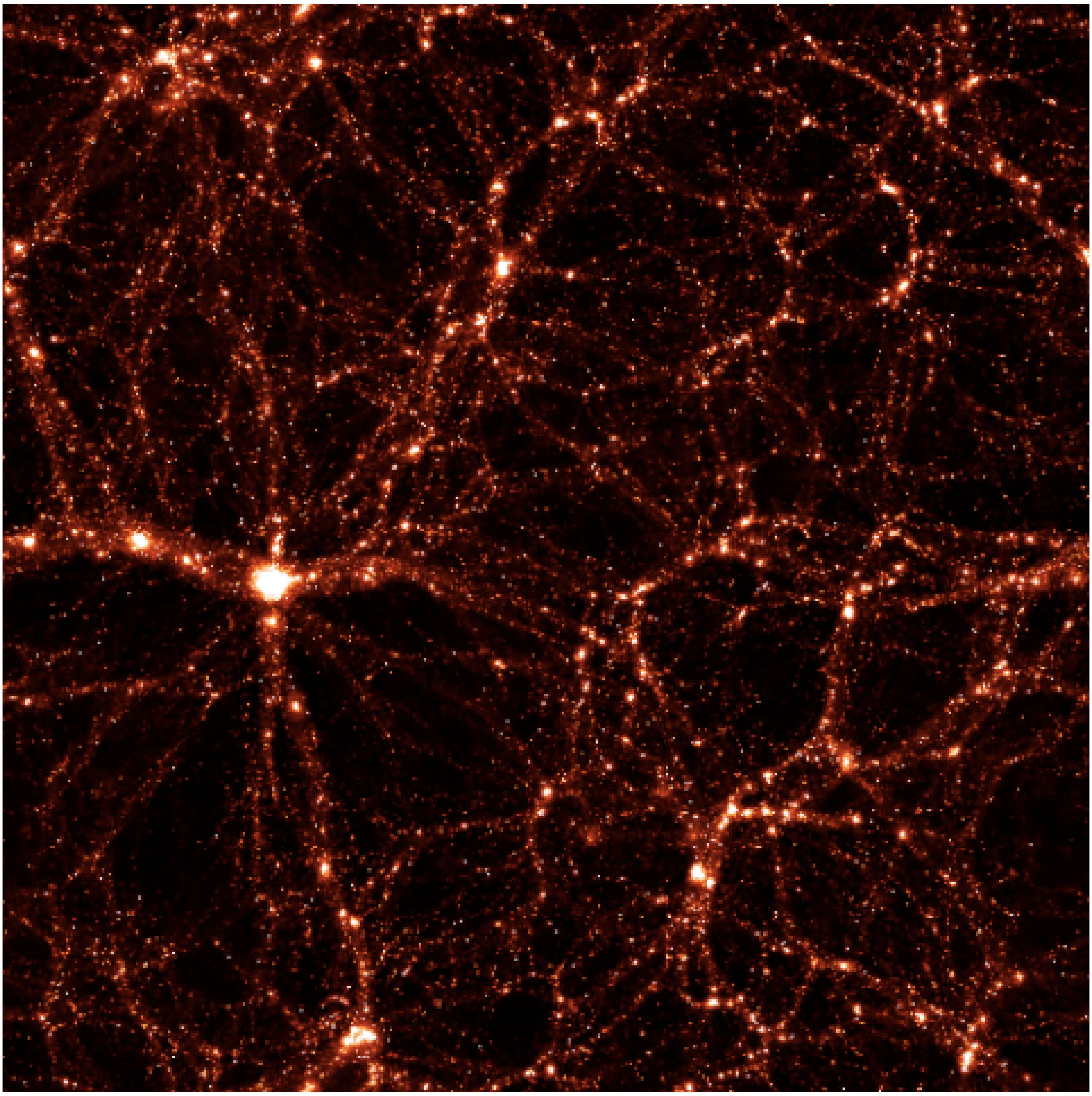
Simulations à N-corps du collapse gravitationnel de la Matière Sombre

- Code en arbre parallèle tournant sur le CRAY T3E de l'IDRIS. ~50000 heures pour une simulation.
- Paramètres cosmologiques ΛCDM.
- 256^3 particules dans une boîte cubique comobile de taille 150 Mpc; masse d'une particule m_{par}=8 x10^9 M_{sun}
- 100 sorties. Les images suivantes montrent les sorties à z=3, 2, 1 et 0, pour 1/10 de la boîte.

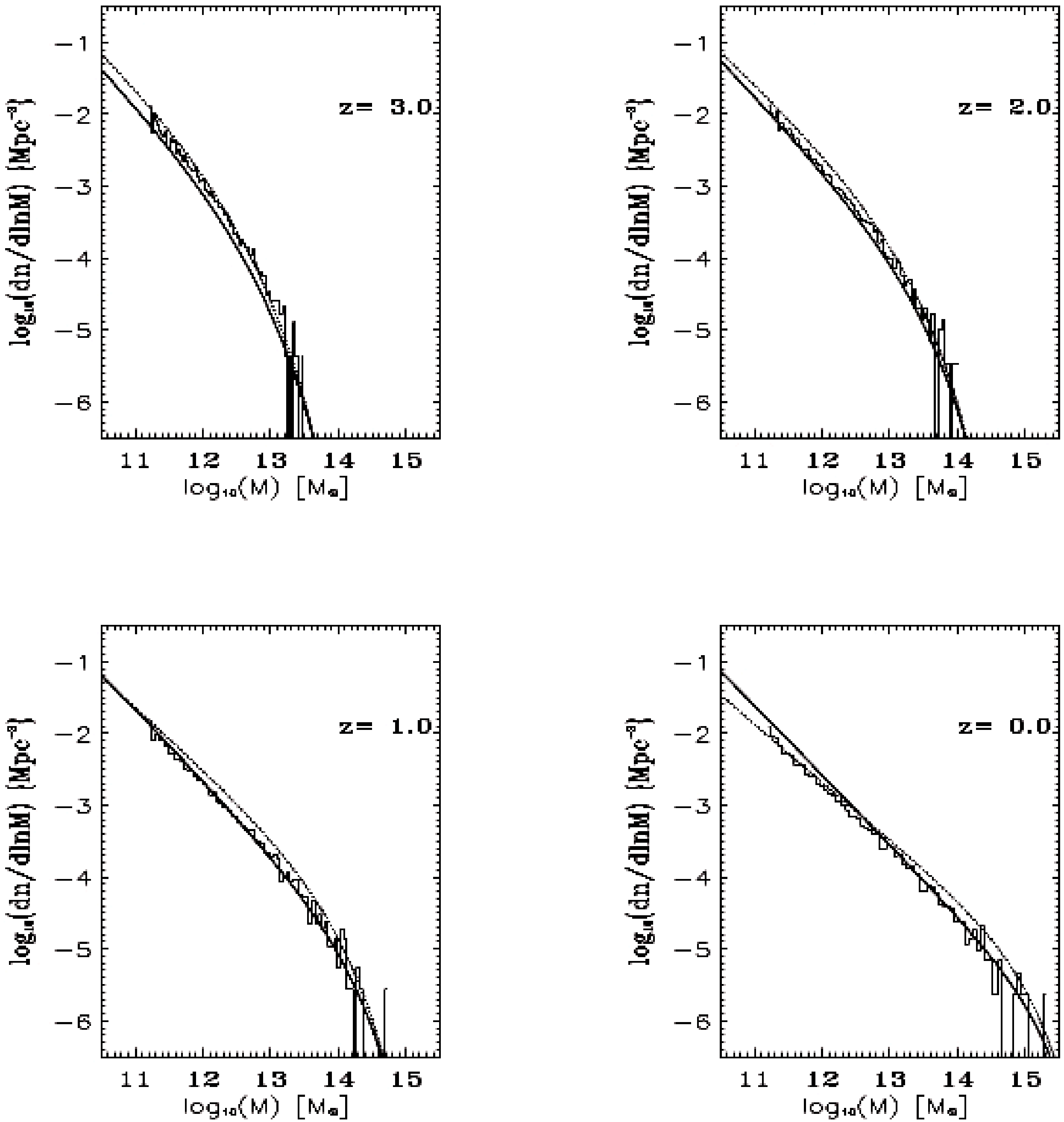




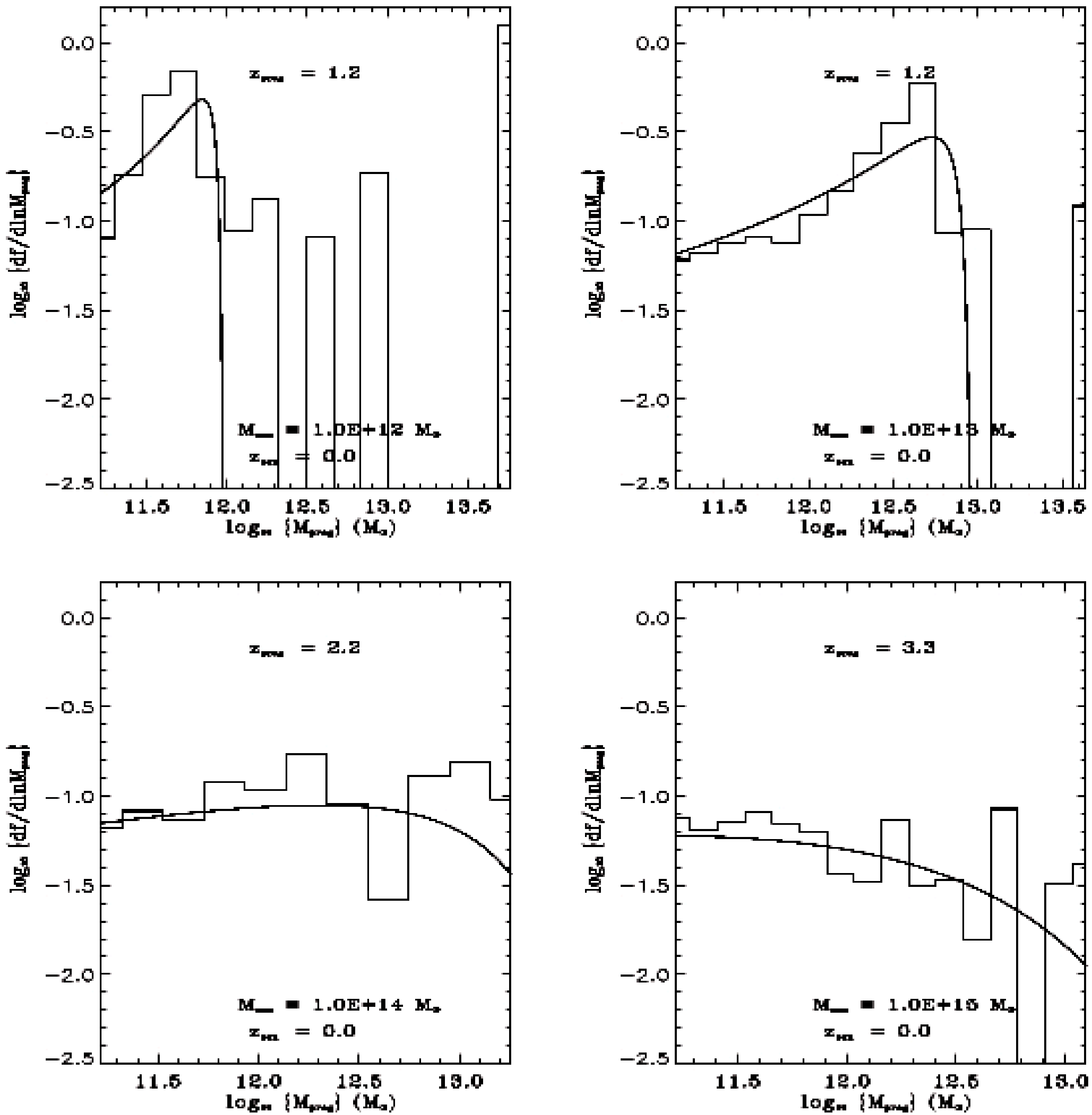


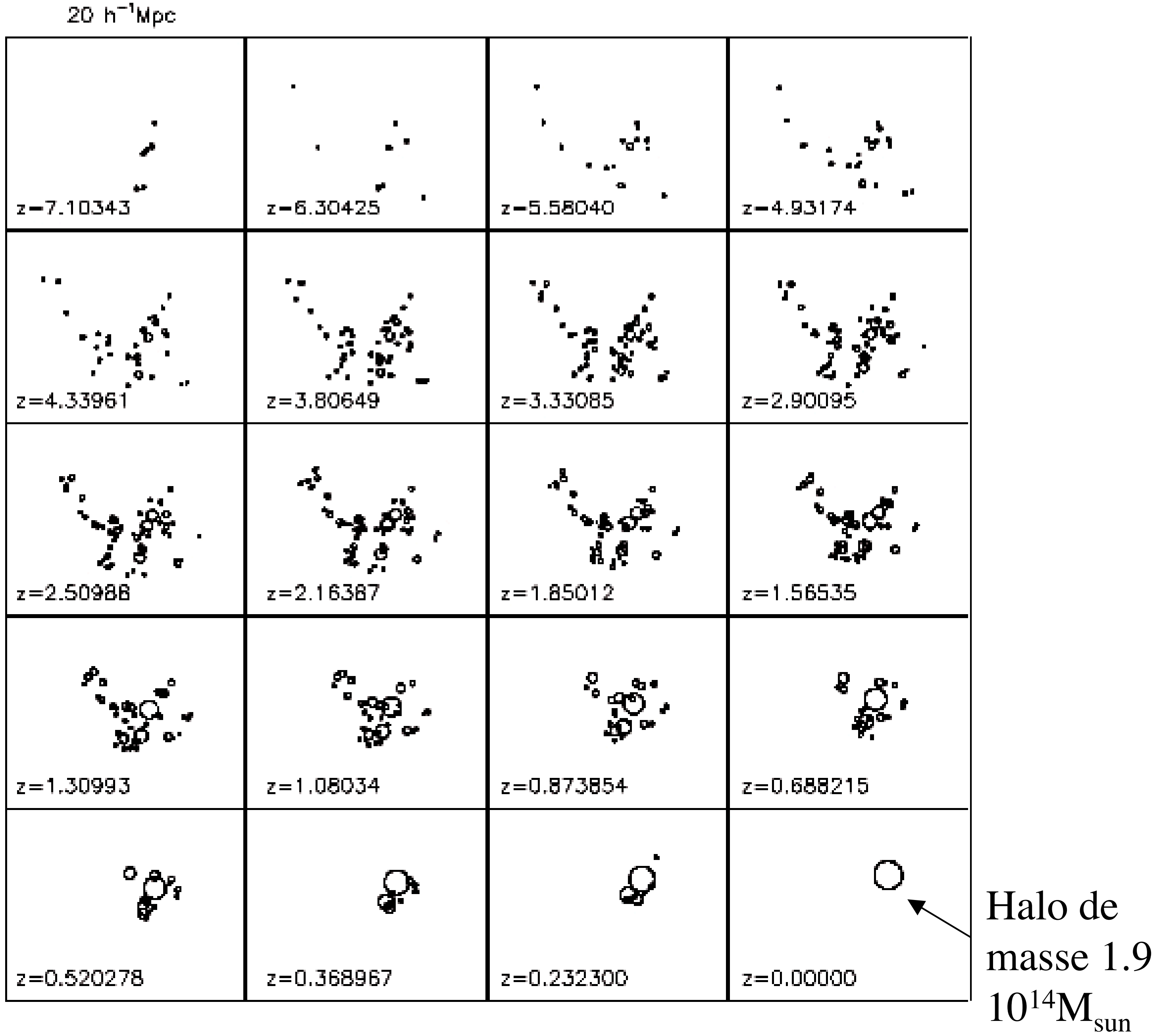


Evolution de la fonction de masse issue de la **simulation**, comparée à la **théorie des pics** (traits pleins) et à **Press-Schechter** (pointillés)



Fonction de masse des progéniteurs de halos de masses 10^{12}, 10^{13}, 10^{14}, et 10^{15} M_{sun} à z=0, comparée à la prédiction du formalisme de Press-Schechter étendu

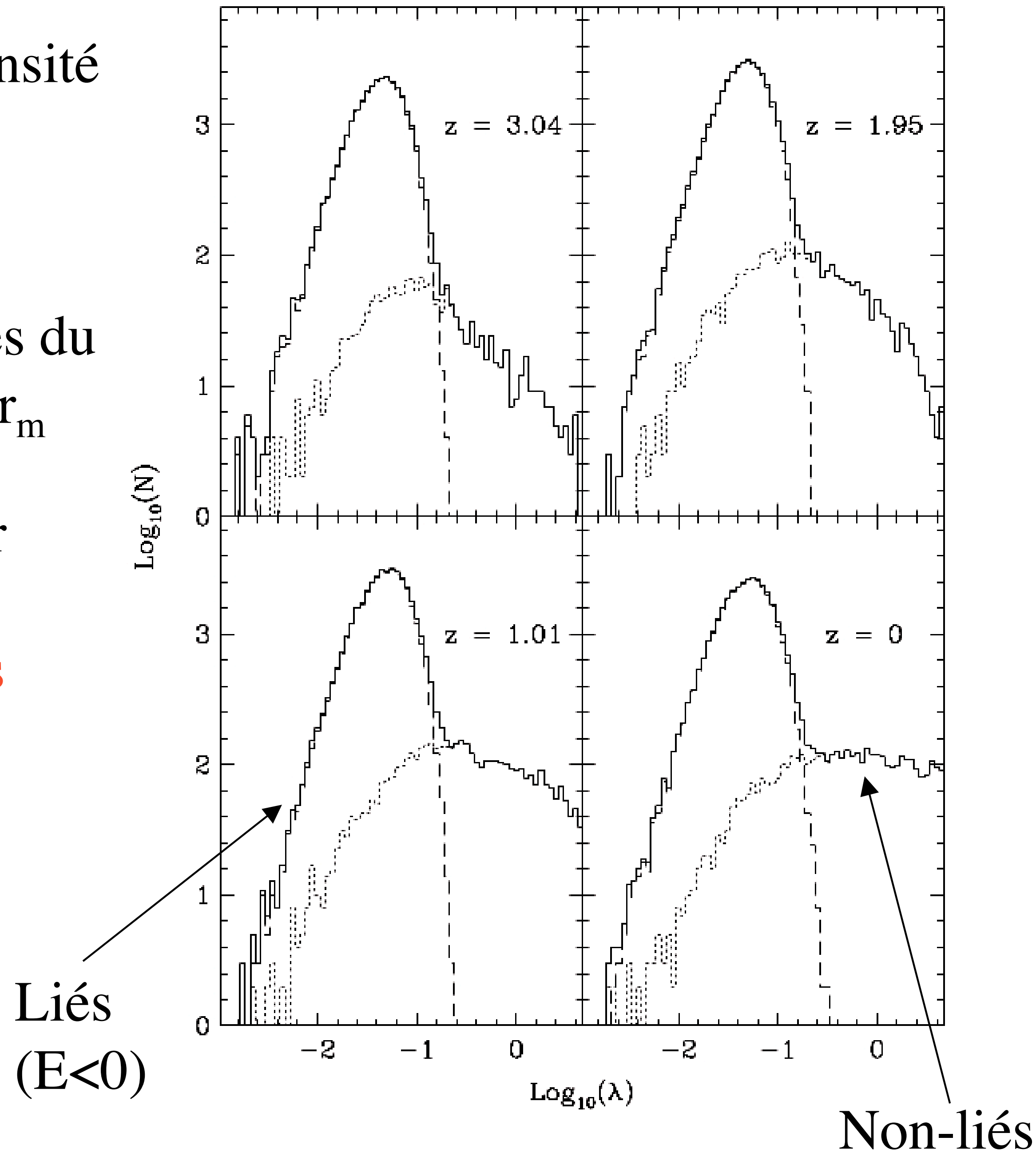



20 h^{-1}Mpc
z=7.10343
z=6.30425
z=5.58040
z=4.93174
z=4.33961
z=3.80649
z=3.33085
z=2.90095
z=2.50988
z=2.16387
z=1.85012
z=1.56535
z=1.30993
z=1.08034
z=0.873854
z=0.688215
z=0.520278
z=0.368967
z=0.232300
z=0.00000
Halo de
masse 1.9
$10^{14} M_{sun}$

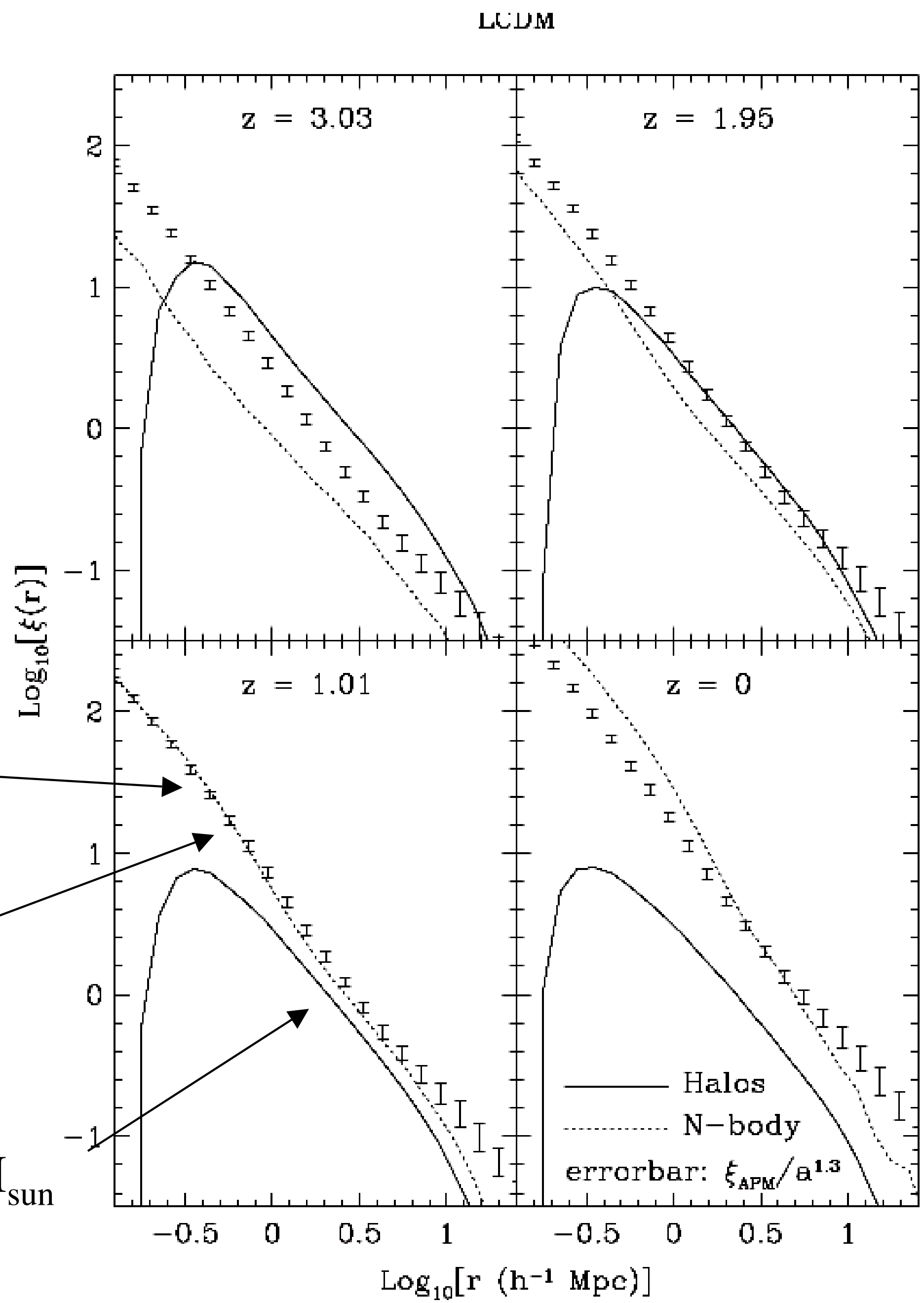
Les perturbations de densité acquièrent un moment angulaire **J** par effet de marée, essentiellement lorsqu'elles sont proches du maximum d'expansion r_m

Il est pratique de définir pour chaque halo le «paramètre de spin sans dimension», dont la distribution évolue peu:

$$\lambda \equiv \frac{|E|^{1/2}|\vec{J}|}{GM^{5/2}}$$



Evolution de la fonction de corrélation à 2 points des halos



Données galaxies APM

Halos de masse $M>10^{12}\ M_{sun}$

Halos de masse $M>1.7\ 10^{11}\ M_{sun}$