

**Examen Partiel : Physique de la Matière Condensée**

3 novembre 2010

*Durée : 2 h 15 min*

*Calculatrices autorisées*

Données numériques :

Constante réduite de Planck,  $\hbar = 1,05459 \times 10^{-34}$  J.s

Constante de Boltzmann,  $k_B = 1,38 \times 10^{-23}$  J.K<sup>-1</sup>

Constante des gaz parfaits,  $R = N k_B = 8,314$  J.mol<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>

Charge d'un électron,  $e = 1,6 \times 10^{-19}$  C

Masse d'un électron,  $m = 9,1 \times 10^{-31}$  kg

Nombre d'Avogadro,  $N = 6,022 \times 10^{23}$  mol<sup>-1</sup>

-----

**I. Propriétés électroniques du rubidium**

Le rubidium (Rb) est monovalent et cristallise dans la structure cubique centrée avec un paramètre de maille  $a = 5,59$  Å. On se propose d'étudier ses propriétés électroniques.

1. On considère d'abord le problème de  $N$  électrons libres dans une boîte cubique de côté  $L$ . En imposant à la fonction d'onde électronique les conditions aux limites périodiques de Born et von Karman (BvK), exprimer la densité d'états électroniques par unité de volume et par unité d'énergie, que l'on notera  $g(E)$ . Tracer qualitativement l'allure de la variation de  $g(E)$  en fonction de l'énergie  $E$ .

2. Montrer que la densité d'états au niveau de Fermi,  $g(E_F)$ , s'écrit  $g(E_F) = \frac{3n}{2E_F}$ , où  $n$  est le nombre d'électrons libres par unité de volume et  $E_F$  désigne l'énergie de Fermi.

3. Calculer, dans le cas du rubidium, les valeurs numériques des quantités suivantes :  $n$ ,  $k_F$  (le vecteur d'onde de Fermi),  $E_F$  (exprimée en J et en eV),  $v_F$  (la vitesse de Fermi) et  $T_F$  (la température de Fermi).

4. Dans le modèle de Sommerfeld, la chaleur spécifique électronique est donnée par  $c_v = \gamma T$ , où  $\gamma = \frac{\pi^2}{3} k_B^2 g(E_F)$  et  $T$  est la température. Calculer le coefficient  $\gamma$  pour le Rb, d'abord par unité de volume (en J.m<sup>-3</sup>.K<sup>-2</sup>) puis par mole (en J.mol<sup>-1</sup>.K<sup>-2</sup>). Comparer cette valeur théorique de  $\gamma$  à sa valeur expérimentale qui est de 2,41 mJ.mol<sup>-1</sup>.K<sup>-2</sup>.

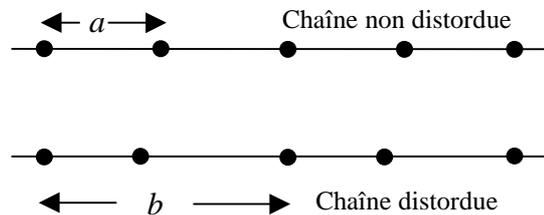
5. En utilisant l'expression de  $c_v$  donnée ci-dessus, vérifier que la loi de Wiedemann et Franz est respectée et en déduire la valeur numérique du nombre de Lorenz,  $L$ , tel qu'il découle de ce modèle de Sommerfeld (on rappelle que la conductivité thermique,  $\kappa$ , est donnée par  $\kappa = \frac{1}{3} v^2 \tau c_v$ , où  $\tau$  est le temps de relaxation).

## II. Système uni-dimensionnel (1D)

A. Soit une chaîne monoatomique linéaire, de paramètre de maille  $a$  et de longueur  $L = Na$  ( $L \gg a$ ). Les atomes de cette chaîne sont monovalents.

1. Donner le paramètre de maille du réseau réciproque, et représenter sur un schéma les limites de la 1<sup>ère</sup> zone de Brillouin.
2. Représenter qualitativement, sur un schéma de *zone étendue* et en supposant que les électrons sont *libres*, la variation de l'énergie en fonction du vecteur d'onde  $k$  (on étendra l'axe des  $k$  jusqu'aux limites de la 3<sup>ème</sup> zone de Brillouin).
3. Reprendre la question 2 mais en faisant un schéma en *zone réduite* et en supposant que les électrons sont *presque libres*.
4. Combien peut-on loger d'électrons par bande ?
5. Les atomes étant monovalents, la chaîne est-elle conductrice, isolante ou semi-conductrice ?

B. Cette chaîne subit une distorsion périodique qui donne lieu à un déplacement infiniment petit de 1 atome sur 2 (voir schéma ci-dessous).



1. Quelle est la nouvelle période, que l'on notera  $b$ , du système ?
2. Quelles sont les limites de la nouvelle version de la 1<sup>ère</sup> zone de Brillouin ?
3. Les électrons étant *presque libres*, la chaîne distordue est-elle métallique, isolante ou semi-conductrice ?