



# **Le Modèle Standard de la cosmologie**

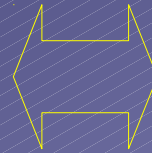
**Plan :**

# 1) Le modèle :

## a - Géométrie de l'univers :

HYPOTHESE 1 :

ISOTROPIE autour de la Terre  
+  
PRINCIPE COPERNICIEN



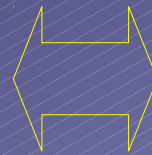
**PRINCIPE  
COSMOLOGIQUE**

# 1) Le modèle :

## a - Géométrie de l'univers :

HYPOTHESE 1 :

ISOTROPIE autour de la Terre  
+  
PRINCIPE COPERNICIEN



PRINCIPE  
COSMOLOGIQUE

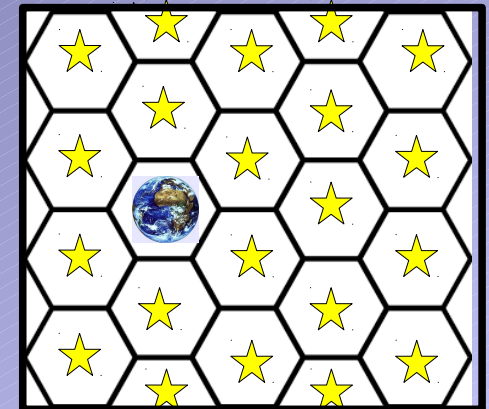
⇒ Métrique de Robertson - Walker (RW)

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 \left[ d\chi^2 + S_k(\chi)^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right]$$

Facteur  
d'échelle

où

$$S_k(\chi) = \begin{cases} \sin(\chi), & k=1 \\ \chi, & k=0 \\ \sinh(\chi), & k=-1 \end{cases}$$

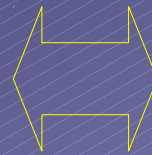


# 1) Le modèle :

## a - Géométrie de l'univers :

HYPOTHESE 1 :

ISOTROPIE autour de la Terre  
+  
PRINCIPE COPERNICIEN



PRINCIPE  
COSMOLOGIQUE

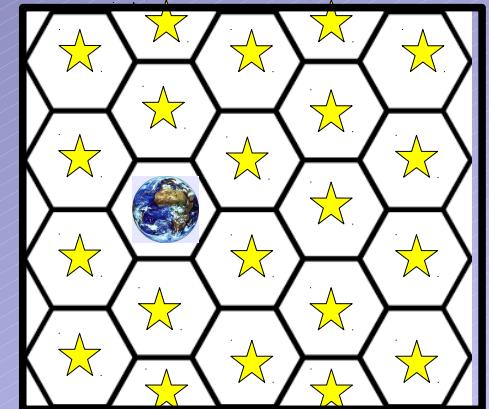
⇒ Métrique de Robertson - Walker (RW)

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 \left[ d\chi^2 + S_k(\chi)^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right]$$

Facteur  
d'échelle

où

$$S_k(\chi) = \begin{cases} \sin(\chi), & k=1 \\ \chi, & k=0 \\ \sinh(\chi), & k=-1 \end{cases}$$

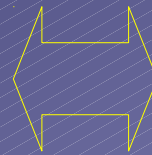


# 1) Le modèle :

## a - Géométrie de l'univers :

HYPOTHESE 1 :

ISOTROPIE autour de la Terre  
+  
PRINCIPE COPERNICIEN



PRINCIPE  
COSMOLOGIQUE

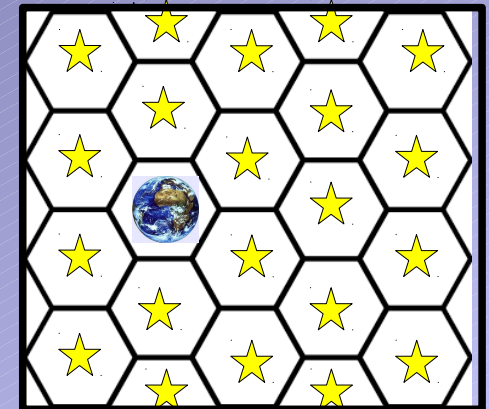
⇒ Métrique de Robertson - Walker (RW)

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 \left[ d\chi^2 + S_k(\chi)^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right]$$

Facteur  
d'échelle

où

$$S_k(\chi) = \begin{cases} \sin(\chi), & k=1 \\ \chi, & k=0 \\ \sinh(\chi), & k=-1 \end{cases}$$



$a \sim$  “rayon” de l'univers

$a \sim$  “rayon” de l'univers

Décalage spectral  $z$  :

$$1 + z = \frac{\nu(t_e)}{\nu_0}$$

RW



$$1 + z = \frac{a_0}{a(t_e)}$$

$a$  aujourd'hui

$a$  (émission)

$a \sim$  "rayon" de l'univers

Décalage spectral  $z$  :

$$1 + z = \frac{\nu(t_e)}{\nu_0}$$

RW



$$1 + z = \frac{a_0}{a(t_e)}$$

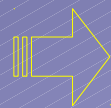
$a$  aujourd'hui

$a$  (émission)

Si  $z > 0$



$$a_0 > a(t_e)$$



Univers en expansion

Hubble (1930)

## b - Dynamique de l'univers :

HYPOTHESE 2 : RW + Relativité Générale

⇒ Equations Friedmann

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{k}{a^2 H^2} + \sum_i \Omega_i = 1 \\ \frac{\ddot{a}}{a} = \frac{-4\pi G}{3} (\rho + 3p) \end{array} \right.$$

où

$$\Omega_i = \frac{\rho_i}{\rho_c}$$
$$p = w \rho$$
$$H = \frac{\dot{a}}{a}$$

## **b - Dynamique de l'univers :**

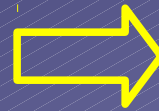
HYPOTHESE 2 : RW + Relativité Générale

⇒ Equations Friedmann

$$\Omega_i$$



$$k$$



$$w$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{k}{a^2 H^2} + \sum_i \Omega_i = 1 \\ \frac{\ddot{a}}{a} = \frac{-4\pi G}{3} (\rho + 3p) \end{array} \right.$$

où  $\Omega_i = \frac{\rho_i}{\rho_c}$

$$p = w \rho$$

$$H = \frac{\dot{a}}{a}$$

## **b - Dynamique de l'univers :**

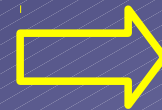
HYPOTHESE 2 : RW + Relativité Générale

⇒ Equations Friedmann

$$\Omega_i$$



$$k$$



$$w$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{k}{a^2 H^2} + \sum_i \Omega_i = 1 \\ \frac{\ddot{a}}{a} = \frac{-4\pi G}{3} (\rho + 3p) \end{array} \right.$$



Histoire  
macroscopique  
de l'univers

où  $\Omega_i = \frac{\rho_i}{\rho_c}$

$$p = w \rho$$

$$H = \frac{\dot{a}}{a}$$

# b - Dynamique de l'univers :

HYPOTHESE 2 : RW + Relativité Générale

⇒ Equations Friedmann

$$\Omega_i$$



$$k$$



$$w$$



$$\begin{cases} \frac{k}{a^2 H^2} + \sum_i \Omega_i = 1 \\ \frac{\ddot{a}}{a} = \frac{-4\pi G}{3} (\rho + 3p) \end{cases}$$



Histoire  
macroscopique  
de l'univers



$$\vec{\Omega} = \{ \Omega_i, k, w \} ?$$

où  $\Omega_i = \frac{\rho_i}{\rho_c}$

$$p = w \rho$$

$$H = \frac{\dot{a}}{a}$$

## c - Quelques sondes de la cosmologie :

⇒ *L'importance des distances :*

$$D \left[ \chi(z, \vec{\Omega}) = \frac{c}{a_0} \int_0^z \frac{dz}{H(z, \vec{\Omega})} \right]$$

## c - Quelques sondes de la cosmologie :

⇒ *L'importance des distances :*

$$\textcircled{D} \left[ \chi(z, \vec{\Omega}) = \frac{c}{a_0} \int_0^z \frac{dz}{H(z, \vec{\Omega})} \right]$$

connus

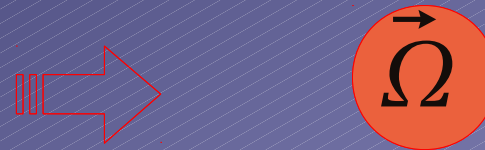


## c - Quelques sondes de la cosmologie :

⇒ *L'importance des distances :*

$$\textcircled{D} \left[ \chi(z, \vec{\Omega}) = \frac{c}{a_0} \int_0^z \frac{dz}{H(z, \vec{\Omega})} \right]$$

connus



- Supernovae Ia : Distance lumineuse

$$\sqrt{\frac{L}{4\pi l}} = a_0 S_k(\chi) (1+z)$$

## c - Quelques sondes de la cosmologie :

⇒ *L'importance des distances :*

$$\textcircled{D} \left[ \chi(z, \vec{\Omega}) = \frac{c}{a_0} \int_0^z \frac{dz}{H(z, \vec{\Omega})} \right]$$


connus



- Supernovae Ia : Distance lumineuse

$$\sqrt{\frac{L}{4\pi l}} = a_0 S_k(\chi) (1+z)$$

L connu, l, z mesurés



# c - Quelques sondes de la cosmologie :

⇒ *L'importance des distances :*

$$D \left[ \chi(z, \vec{\Omega}) = \frac{c}{a_0} \int_0^z \frac{dz}{H(z, \vec{\Omega})} \right]$$

connus



- Supernovae Ia : Distance lumineuse

$$\sqrt{\frac{L}{4\pi l}} = a_0 S_k(\chi) (1+z)$$

L connu, l, z mesurés

- Fond Diffus Cosmologique : Distance angulaire

$$\frac{S(t_e)}{\theta} = a_0 \frac{S_k(\chi)}{1+z}$$

# c - Quelques sondes de la cosmologie :

⇒ L'importance des distances :

$$D \left[ \chi(z, \vec{\Omega}) = \frac{c}{a_0} \int_0^z \frac{dz}{H(z, \vec{\Omega})} \right]$$

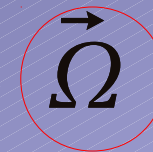
connus



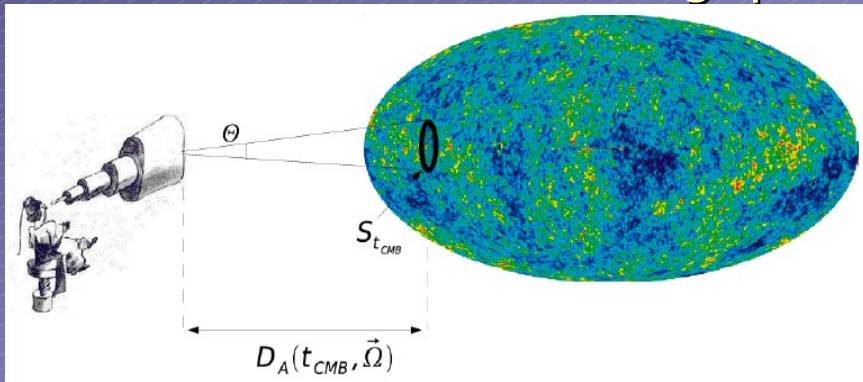
● Supernovae Ia : Distance lumineuse

$$\sqrt{\frac{L}{4\pi l}} = a_0 S_k(\chi) (1+z)$$

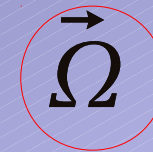
L connu, l, z mesurés



● Fond Diffus Cosmologique : Distance angulaire



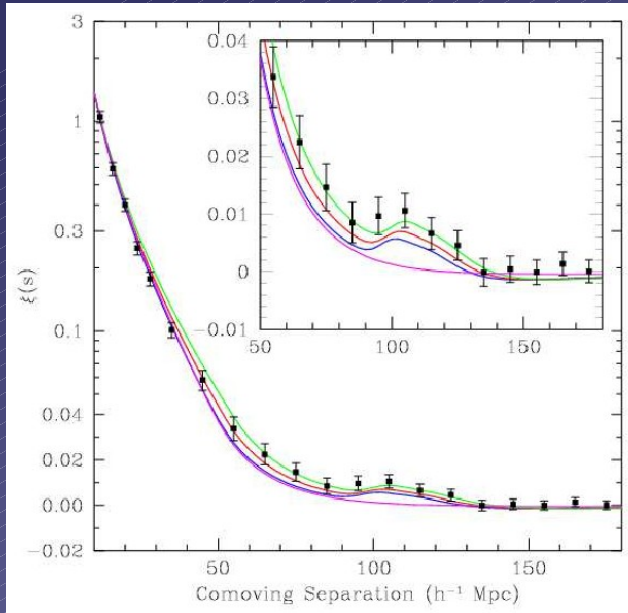
$S(t_e)$  connu,  $\theta$ , z mesurés



# ● Oscillations Acoustiques des Baryons :

Découplage photons / baryons  $\longrightarrow$

Échelle privilégiée dans distribution des baryons

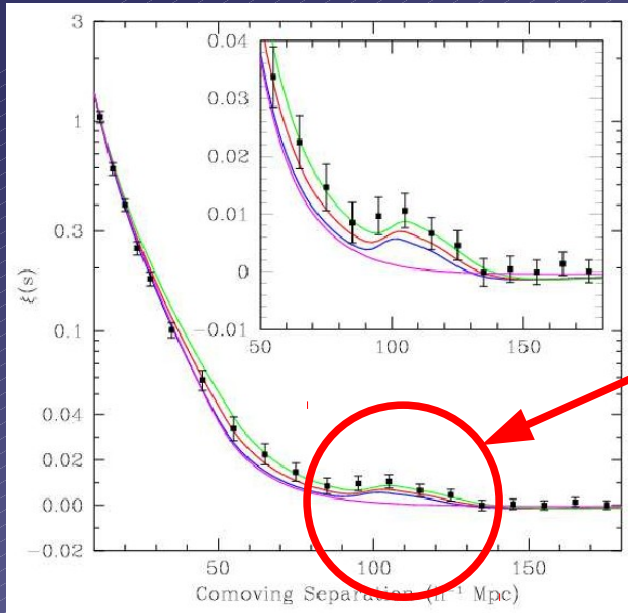


$\longrightarrow$  Règle-étalon statistique :

# ● Oscillations Acoustiques des Baryons :

Découplage photons / baryons  $\Rightarrow$

Échelle privilégiée dans distribution des baryons



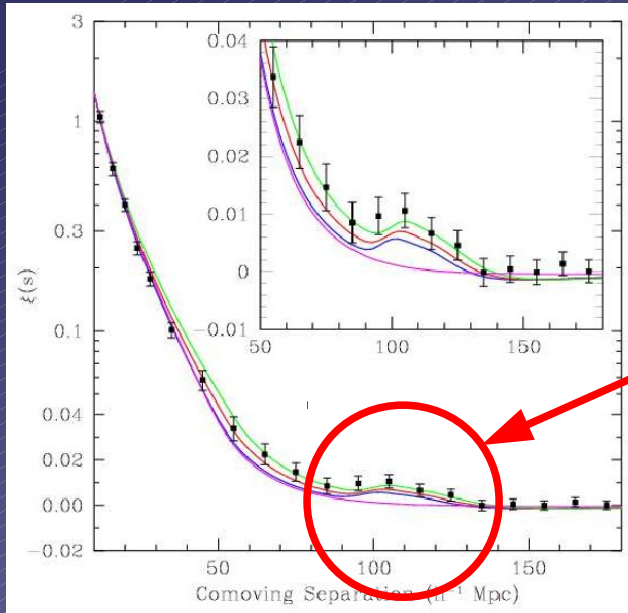
$\rightarrow$  Règle-étalon statistique :

Excès d'agrégation  
 $r \sim 105 h^{-1} \text{Mpc}$

# ● Oscillations Acoustiques des Baryons :

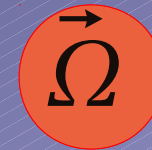
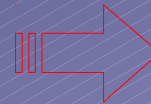
Découplage photons / baryons  $\Rightarrow$

Échelle privilégiée dans distribution des baryons



$\rightarrow$  Règle-étalon statistique :

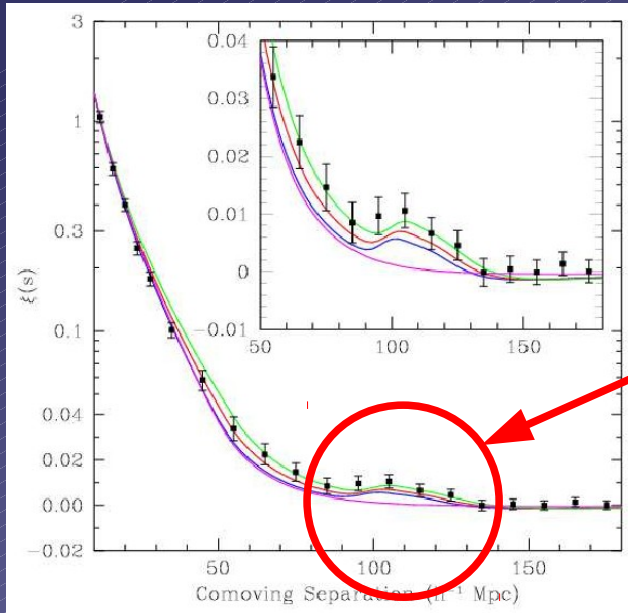
Excès d'agrégation  
 $r \sim 105 h^{-1} \text{Mpc}$



## ● Oscillations Acoustiques des Baryons :

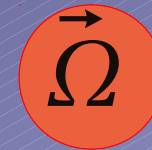
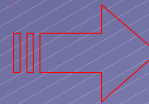
Découplage photons / baryons  $\Rightarrow$

Échelle privilégiée dans distribution des baryons



$\rightarrow$  Règle-étalon statistique :

Excès d'agrégation  
 $r \sim 105 h^{-1} \text{Mpc}$



$\Rightarrow$  *Autres sondes :*

- lentilles gravitationnelles
- tests de comptages
- redshift drift

...

## 2) Paradigme Cosmologique Actuel :

### a - Accélération cosmique et $\Lambda$ :

⇒ *Indices précurseurs* : - âge de l'univers  $\Rightarrow \Omega_M < 1$   
- amas  $\Rightarrow \Omega_M \sim 0,3$

## 2) Paradigme Cosmologique Actuel :

### a - Accélération cosmique et $\Lambda$ :

⇒ *Indices précurseurs* : - âge de l'univers  $\Rightarrow \Omega_M < 1$

- amas

$\Rightarrow \Omega_M \sim 0,3$

$k=0$

$\Omega_\Lambda \sim 0,7$

The diagram shows the Friedmann equation  $\frac{k}{a^2 H^2} + \sum_i \Omega_i = 1$  enclosed in a dark blue oval. A yellow arrow points from the  $k$  term to the  $k=0$  text above. Another yellow arrow points from the  $\sum_i \Omega_i$  term to the  $\Omega_\Lambda \sim 0,7$  text above.

$$\frac{k}{a^2 H^2} + \sum_i \Omega_i = 1$$

## 2) Paradigme Cosmologique Actuel :

### a - Accélération cosmique et $\Lambda$ :

⇒ *Indices précurseurs* : - âge de l'univers  $\Rightarrow \Omega_M < 1$   
- amas  $\Rightarrow \Omega_M \sim 0,3$  k=0  $\Omega_\Lambda \sim 0,7$

⇒ *Découverte observationnelle* : Supernovae Ia (Riess et al., 1998  
Perlmutter et al., 1999)

$$\sqrt{\frac{L}{4\pi l}} = a_0 S_k(\chi)(1+z)$$

~ 25% plus faible  
que si  $\Omega_M=1$

## 2) Paradigme Cosmologique Actuel :

### a - Accélération cosmique et $\Lambda$ :

⇒ *Indices précurseurs* : - âge de l'univers  $\Rightarrow \Omega_M < 1$   
- amas  $\Rightarrow \Omega_M \sim 0,3$   $\xrightarrow{k=0}$   $\Omega_\Lambda \sim 0,7$

⇒ *Découverte observationnelle* : Supernovae Ia (Riess et al., 1998  
Perlmutter et al., 1999)

$$\sqrt{\frac{L}{4\pi l}} = a_0 S_k(\chi)(1+z)$$

~ 25% plus faible  
que si  $\Omega_M = 1$

⇒ **Accélération expansion**

+  $\Omega_M \sim 0,3$

$\xrightarrow{k=0}$   $\Omega_\Lambda \sim 0,7$

## 2) Paradigme Cosmologique Actuel :

### a - Accélération cosmique et $\Lambda$ :

⇒ *Indices précurseurs* : - âge de l'univers  $\Rightarrow \Omega_M < 1$   
- amas  $\Rightarrow \Omega_M \sim 0,3$   $\xrightarrow{k=0}$   $\Omega_\Lambda \sim 0,7$

⇒ *Découverte observationnelle* : Supernovae Ia (Riess et al., 1998  
Perlmutter et al., 1999)

$$\sqrt{\frac{L}{4\pi l}} = a_0 S_k(\chi)(1+z)$$

~ 25% plus faible  
que si  $\Omega_M=1$

⇒ **Accélération expansion**

+  $\Omega_M \sim 0,3$

$\xrightarrow{k=0}$   $\Omega_\Lambda \sim 0,7$

**Constante  
Cosmologique**

## 2) Paradigme Cosmologique Actuel :

### a - Accélération cosmique et $\Lambda$ :

⇒ *Indices précurseurs* : - âge de l'univers  $\Rightarrow \Omega_M < 1$   
- amas  $\Rightarrow \Omega_M \sim 0,3$   $\xrightarrow{k=0}$   $\Omega_\Lambda \sim 0,7$

⇒ *Découverte observationnelle* : Supernovae Ia (Riess et al., 1998  
Perlmutter et al., 1999)

$$\sqrt{\frac{L}{4\pi l}} = a_0 S_k(\chi)(1+z)$$

~ 25% plus faible  
que si  $\Omega_M=1$

⇒ **Accélération expansion**

+  $\Omega_M \sim 0,3$

$\xrightarrow{k=0}$   $\Omega_\Lambda \sim 0,7$

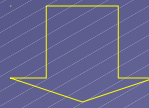
**Constante  
Cosmologique**

⇒ *Confirmation* :

- Supernovae Ia
- Fond Diffus Cosmologique
- Oscillations Acoustiques des Baryons
- Comptage et lentilles gravitationnelles

## **b - Matière noire :**

Plusieurs sondes observationnelles  
(courbes de rotation spirales, Fond Diffus Cosmologique, ...)

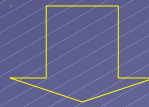


Matière = matière baryonique + matière Non-baryonique

(Interaction gravitationnelle  
uniquement)

## **b - Matière noire :**

Plusieurs sondes observationnelles  
(courbes de rotation spirales, Fond Diffus Cosmologique, ...)



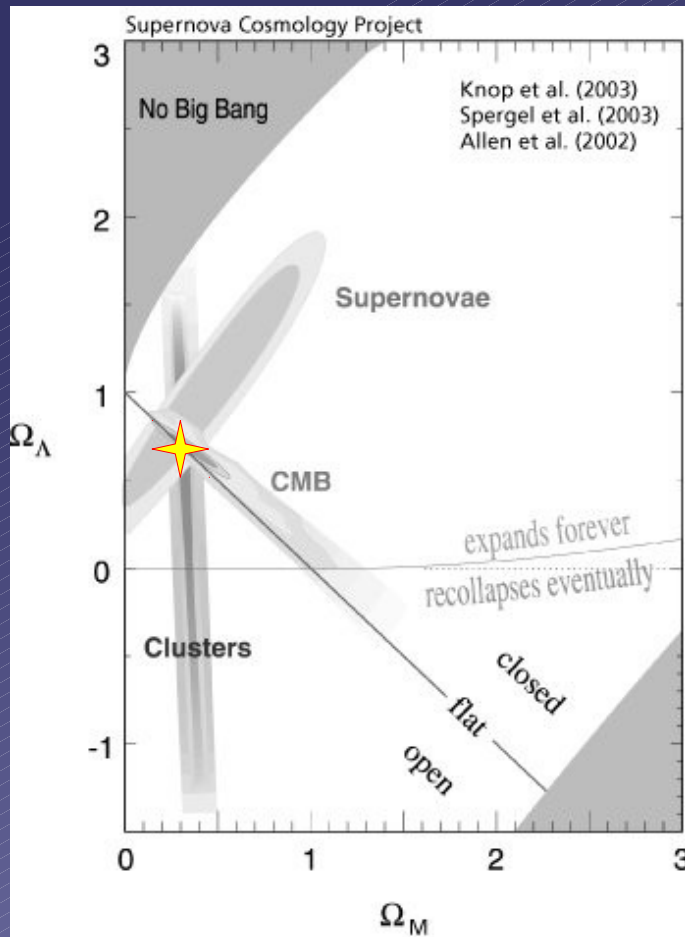
Matière = matière baryonique + matière non baryonique

(Interaction gravitationnelle  
uniquement)

**Largement dominante**

# c - Le Modèle Concordant :

⇒ *Le modèle  $\Lambda$ CDM :*



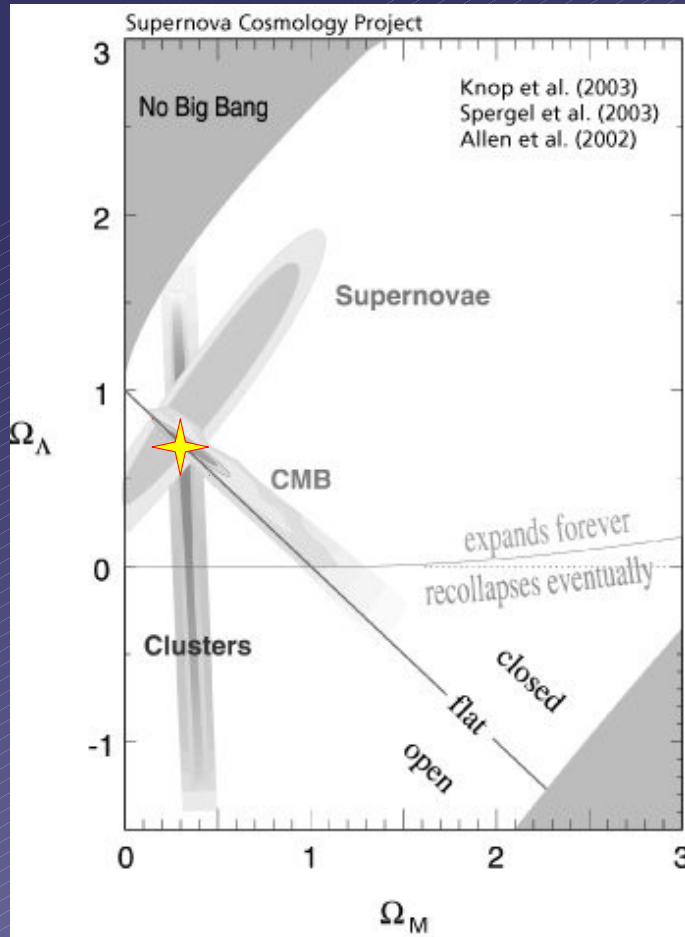
$$\Omega_\Lambda^0 = 0.734 \pm 0.029$$

$$\Omega_b^0 = 0.0449 \pm 0.0028$$

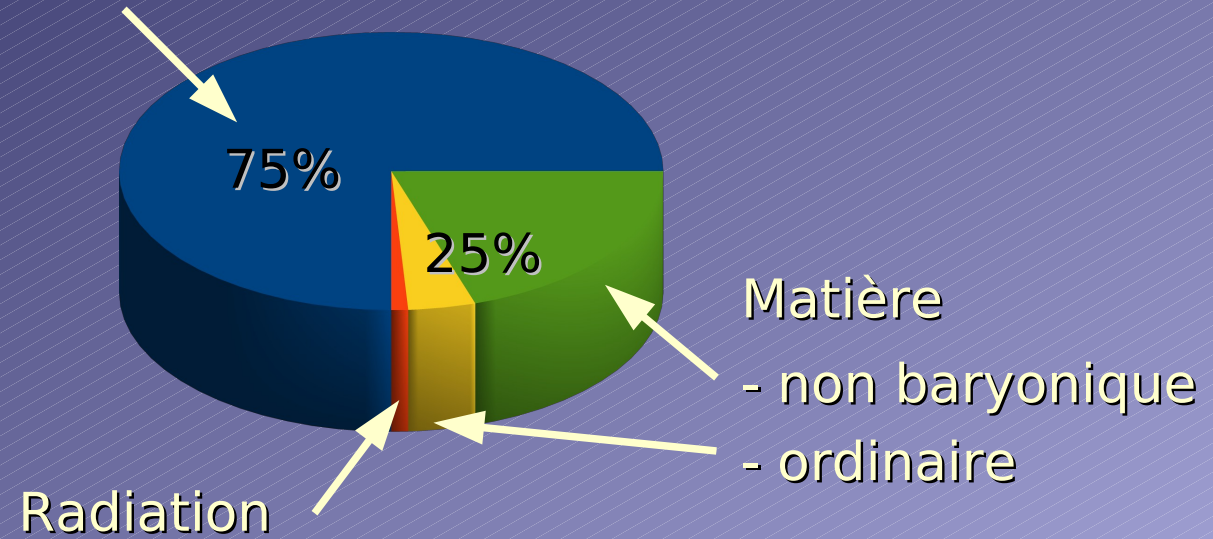
$$\Omega_{DM}^0 = 0.222 \pm 0.026 \quad (\text{WMAP 7yr})$$

# c - Le Modèle Concordant :

⇒ *Le modèle  $\Lambda$ CDM :*



Constante Cosmologique  $\Lambda$



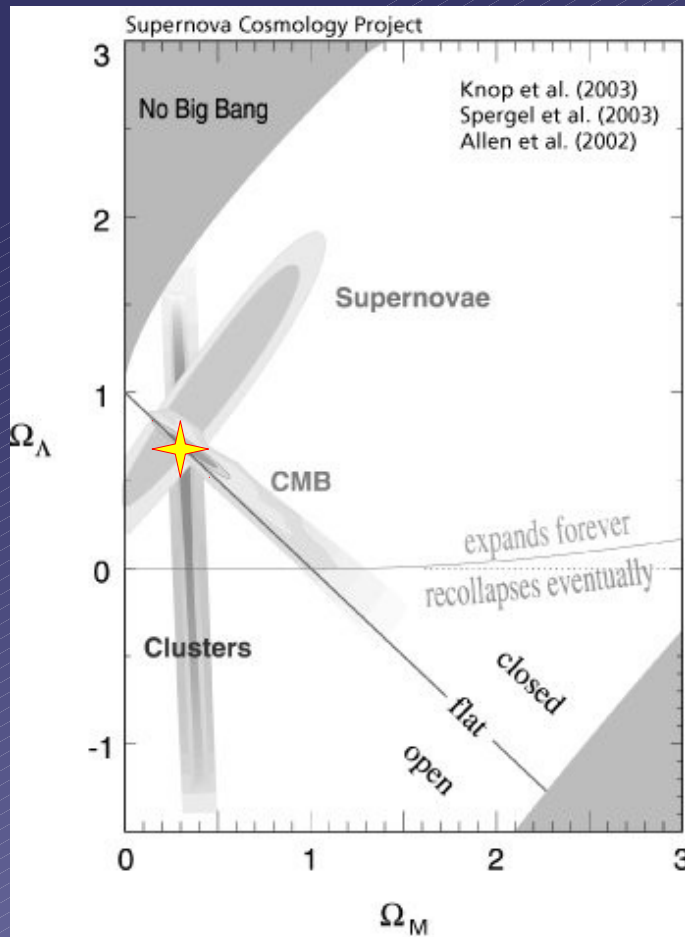
$$\Omega_\Lambda^0 = 0.734 \pm 0.029$$

$$\Omega_b^0 = 0.0449 \pm 0.0028$$

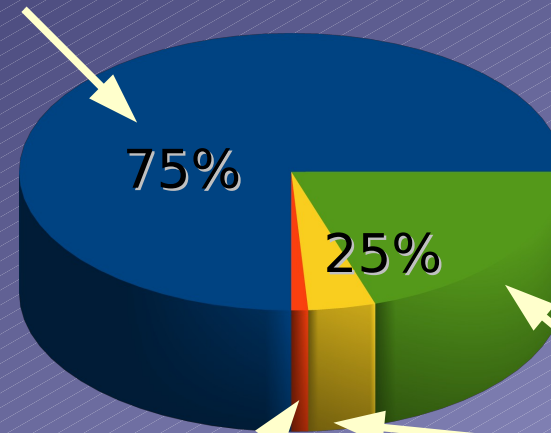
$$\Omega_{DM}^0 = 0.222 \pm 0.026 \quad (\text{WMAP 7yr})$$

# c - Le Modèle Concordant :

⇒ *Le modèle  $\Lambda$ CDM :*



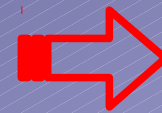
énergie noire



Matière

- non baryonique  
- ordinaire

Radiation



Modèle  $\Lambda$ CDM

$$\Omega_\Lambda^0 = 0.734 \pm 0.029$$

$$\Omega_b^0 = 0.0449 \pm 0.0028$$

$$\Omega_{DM}^0 = 0.222 \pm 0.026 \quad (\text{WMAP 7yr})$$

**Bien défini, simple, prédictif,  
accord impressionnant avec observations**

## MAIS :

⇒ *Problèmes théoriques de  $\Lambda$  :*

- Coïncidence

$$\frac{\rho_{\Lambda}}{\rho_M} \propto a^3 \xrightarrow{\text{Pourquoi ?}} \frac{\rho_{\Lambda}^0}{\rho_M^0} \sim 1$$



- Fine-tuning



$$\rho_{\Lambda}^{obs} \sim 10^{-47} \text{ GeV}^4$$

Comment ?



## MAIS :

### ⇒ *Problèmes théoriques de $\Lambda$ :*

- Coïncidence  $\frac{\rho_\Lambda}{\rho_M} \propto a^3 \xrightarrow{\text{Pourquoi ?}} \frac{\rho_\Lambda^0}{\rho_M^0} \sim 1$  
- Fine-tuning  $\rho_\Lambda^{obs} \sim 10^{-47} GeV^4$  **Comment ?** 

### ⇒ *Problèmes observationnels de $\Lambda$ :*

- “Faiblesses” des indications individuelles
- Possibles anomalies dans paradigme standard

(eg fréquence des grands vides à grande échelle, observations Fond Diffus Cosmologique à grande échelle...)

Toutes à la limite de l'accord avec prédictions modèle ( $\sim 1\sigma$ )





# **Echelle de l'isotropie de l'univers et distribution des galaxies**

**(Marinoni, Bel, Buzzi, 2010, submitted to Phys. Rev. Lett.)**

# Plan :

## **1) Principe Copernicien**

- a - Le Principe Copernicien en cosmologie
- b - Quête de l'échelle d'uniformité aujourd'hui

## **2) Nouveau test de l'échelle d'uniformité**

- a - Echelle de l'isotropie autour d'un point
- b - Echelle de l'uniformité

## **3) Réalisation du test**

- a - Catalogue de base
- b - Echantillon de travail

## **4) Résultats**

- a - Echelle de l'uniformité des galaxies
- b - Comparaison avec  $\Lambda$ CDM

# 1) Principe Copernicien :

## a - Le Principe Copernicien en cosmologie :

L'Homme n'occupe pas une place privilégiée dans l'univers

# 1) Principe Copernicien :

## a - Le Principe Copernicien en cosmologie :

L'Homme n'occupe pas une place privilégiée dans l'univers

ISOTROPIE autour de la Terre  
+  
PRINCIPE COPERNICIEN



**PRINCIPE  
COSMOLOGIQUE**

# 1) Principe Copernicien :

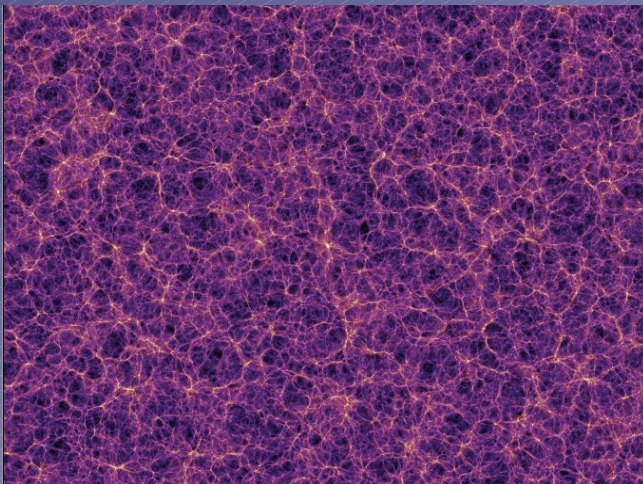
## a - Le Principe Copernicien en cosmologie :

L'Homme n'occupe pas une place privilégiée dans l'univers

ISOTROPIE autour de la Terre  
+  
PRINCIPE COPERNICIEN



**PRINCIPE  
COSMOLOGIQUE**



Univers **homogène** et **isotrope** *au-dessus  
de l'échelle des plus grandes structures*

(observateurs comobiles)

# Rappel : Piliers Modèle Cosmologique

- Principe Cosmologique



Métrique RW



- Relativité Générale



Equations Friedmann



$a(t)$

# Rappel : Piliers Modèle Cosmologique



- Principe Cosmologique



Métrie RW



- Relativité Générale



Equations Friedmann



$a(t)$



## Principe Copernicien

(Pilier 1)

⇒ Interprétation de notre univers à revoir  
(géométrie, dynamique, contenu...)



Principe Copernicien

(Pilier 1)

⇒ Interprétation de notre univers à revoir  
(géométrie, dynamique, contenu...)



*“au-dessus de l'échelle des plus grandes structures” :*



**Runif ?**



Principe Copernicien

(Pilier 1)

⇒ Interprétation de notre univers à revoir  
(géométrie, dynamique, contenu...)



*“au-dessus de l'échelle des plus grandes structures  $R_{unif}$ ” :*



**$R_{unif}$  ?**

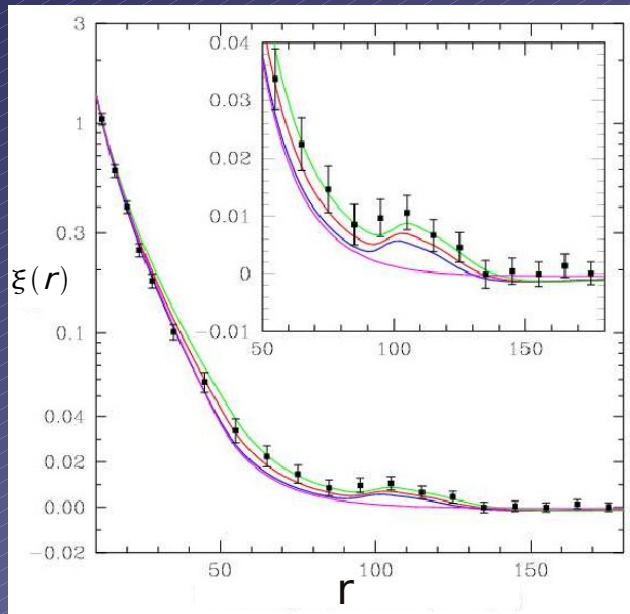
Besoin de :

- **Bases observationnelles solides**
- **Détermination *quantitative* de  $R_{unif}$**

## b - Quête de l'échelle d'uniformité aujourd'hui

⇒ **Matière lumineuse** : —▶ Sondages spectraux de galaxies

- fonction de corrélation à deux points  $\xi(r)$  :



$$1 + \xi(r) = P_r / P_{\text{unif}}$$

$$\Rightarrow \xi(R_{\text{unif}}) \rightarrow 0$$

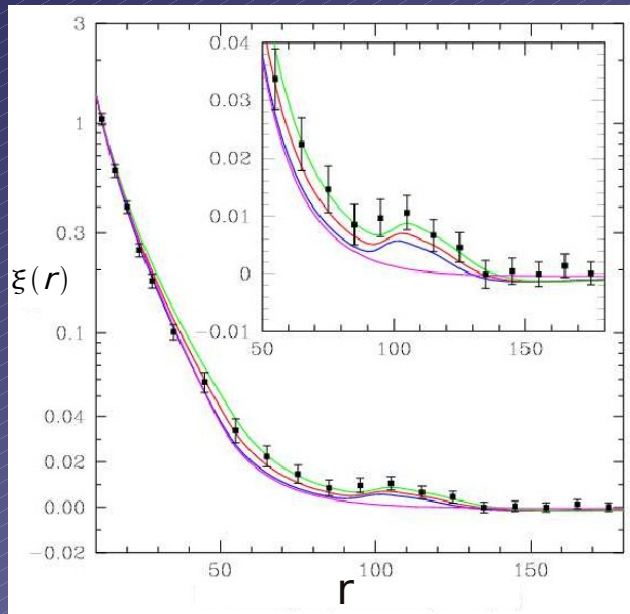
$$\Rightarrow R_{\text{unif}} \gtrsim 75 h^{-1} \text{ Mpc}$$

(Eisenstein et al., 2005)

# b - Quête de l'échelle d'uniformité aujourd'hui

⇒ **Matière lumineuse** : —> Sondages spectraux de galaxies

- **fonction de corrélation à deux points  $\xi(r)$**  :



$$1 + \xi(r) = P_r / P_{\text{unif}}$$

$$\Rightarrow \xi(R_{\text{unif}}) \rightarrow 0$$

$$\Rightarrow R_{\text{unif}} \gtrsim 75 h^{-1} \text{ Mpc}$$

(Eisenstein et al., 2005)

- **dimension fractale de l'échantillon** :

Distribution fractale de dimension  $D$  :

$$N(<r) \propto r^D$$

$$D \rightarrow 3$$

$$\Leftrightarrow R \rightarrow R_{\text{unif}}$$

Inconvénient :

Biais matière lumineuse / masse

Pas de conclusion sur les propriétés de la métrique

Inconvénient :

Biais matière lumineuse / masse

Pas de conclusion sur les propriétés de la métrique

⇒ *Traceurs de la masse* :

- **Fond Diffus Cosmologique** :

Degré isotropie du CMB autour Voie Lactée

=

Degré isotropie autour autres galaxies

Isotropie autour  
de chaque point

⇒

Homogénéité

Inconvénient :

Biais matière lumineuse / masse

Pas de conclusion sur les propriétés de la métrique

⇒ *Traceurs de la masse* :

- **Fond Diffus Cosmologique** :

Degré isotropie du CMB autour Voie Lactée

=

Degré isotropie autour autres galaxies

Isotropie autour  
de chaque point

⇒

Homogénéité

- **Vitesses propres / lentilles gravitationnelles** :

→ Distribution de la masse



Runif

## 2) Nouveau test de l'échelle d'uniformité :

Isotropie autour  
de chaque point



Homogénéité

$r > R_{unif}$

## 2) Nouveau test de l'échelle d'uniformité :

Isotropie autour  
de chaque point

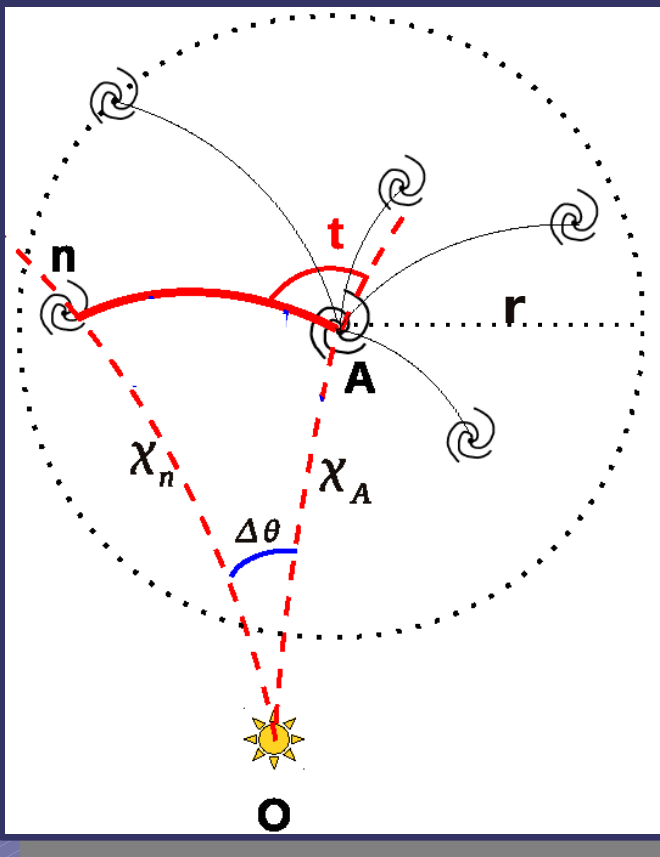


Homogénéité

$r > R_{unif}$

### a - Echelle de l'isotropie autour d'un point :

⇒ *Degré d'isotropie autour d'un point A:*



Isotropie autour de A

⇒ Distribution t uniforme :

$$\Phi(t) = \sin(t)/2$$

## 2) Nouveau test de l'échelle d'uniformité :

Isotropie autour  
de chaque point

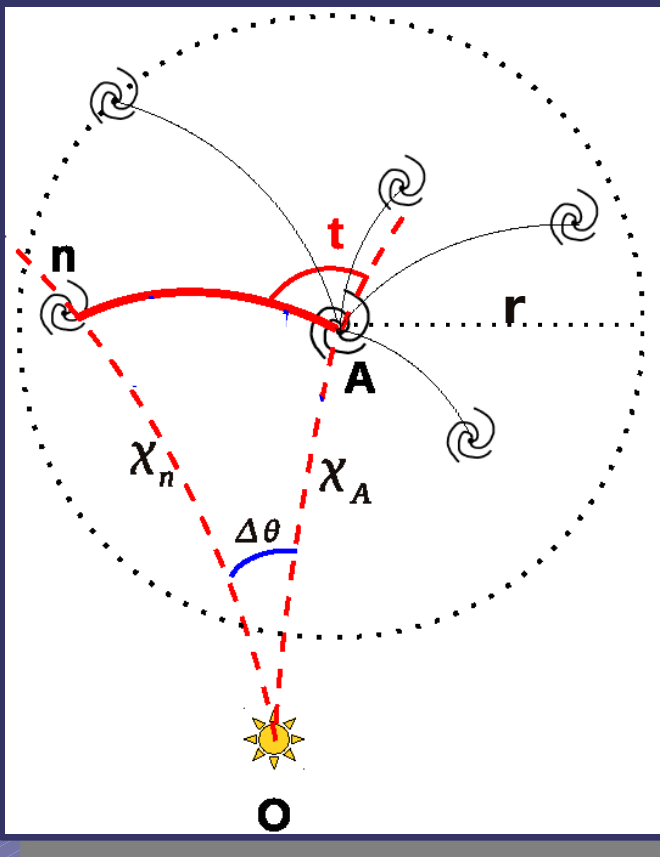


Homogénéité

$r > R_{unif}$

### a - Echelle de l'isotropie autour d'un point :

⇒ *Degré d'isotropie autour d'un point A:*



Isotropie autour de A

⇒ Distribution t uniforme :

$$\Phi(t) = \sin(t)/2$$

⇒

$$E[\sin^2 t] = 2/3$$

$$V[\sin^2 t] = 4/45$$

## 2) Nouveau test de l'échelle d'uniformité :

Isotropie autour  
de chaque point

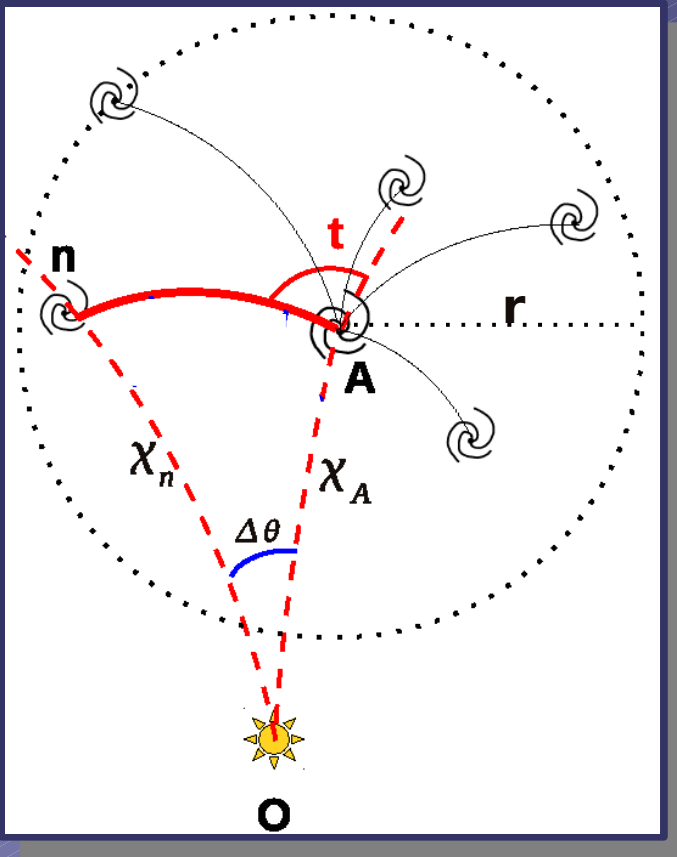


Homogénéité

$r > R_{unif}$

### a - Echelle de l'isotropie autour d'un point :

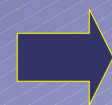
⇒ Degré d'isotropie autour d'un point A:



Isotropie autour de A

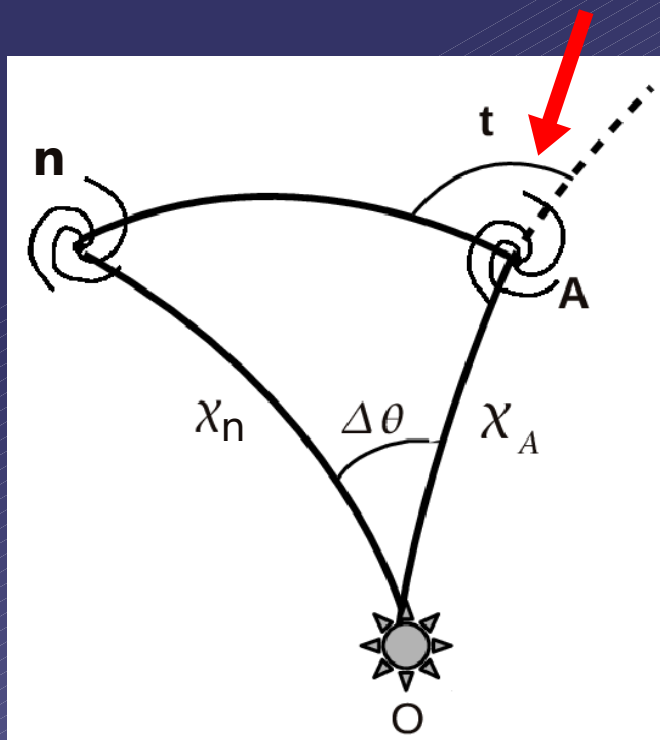
⇒ Distribution t uniforme :  $\Phi(t) = \sin(t)/2$

⇒ 
$$\begin{cases} E[\sin^2 t] = 2/3 \\ V[\sin^2 t] = 4/45 \end{cases}$$



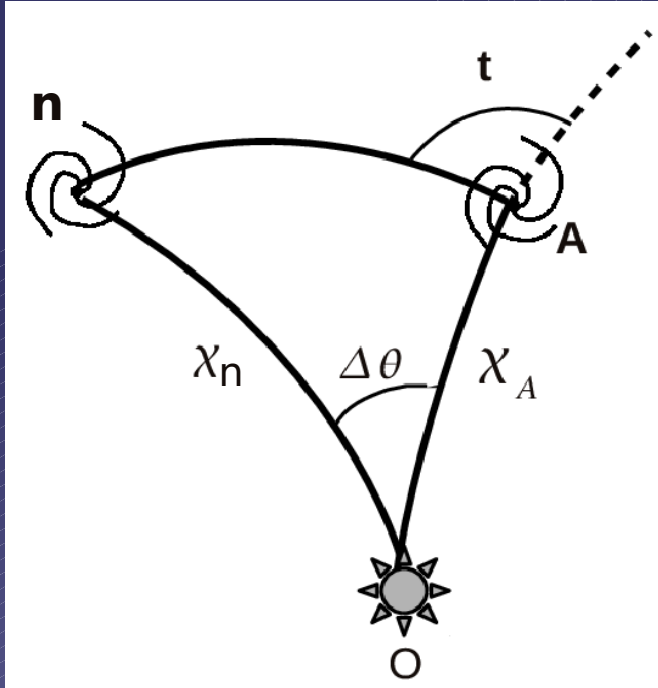
Indicateur de isotropie :  $\langle \sin^2 t \rangle$

- Reconstruire  $\sin^2 t$  depuis la Terre :



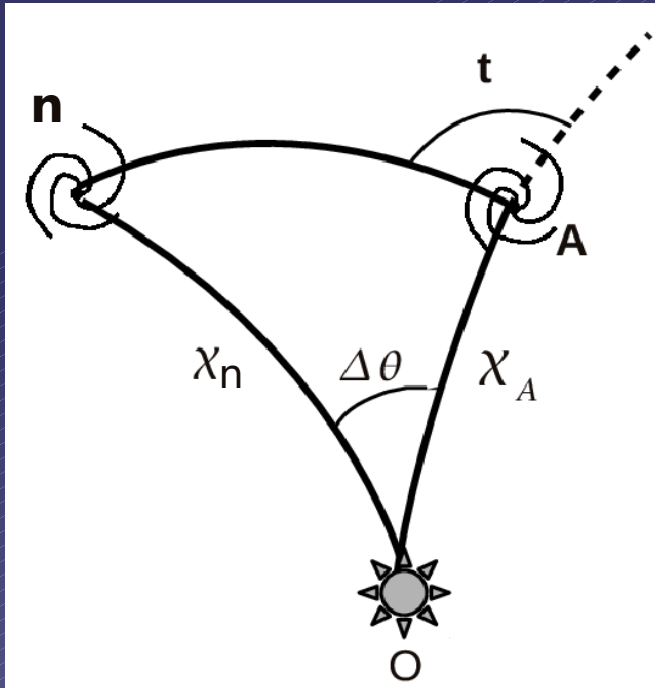
$Z_A$   $Z_n$   $\Delta\theta$  observables

- Reconstruire  $\sin^2 t$  depuis la Terre :



$Z_A$   $Z_n$   $\Delta\theta$  observables  
 $\Omega$

- Reconstruire  $\sin^2 t$  depuis la Terre :



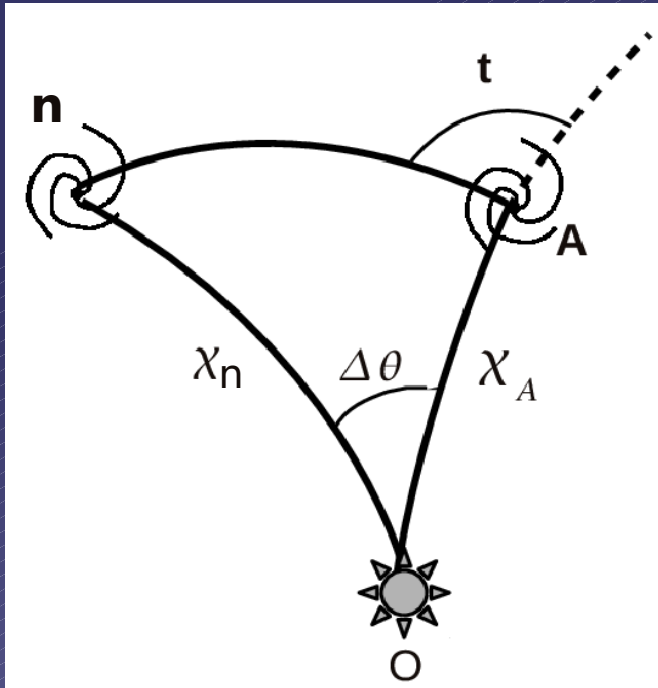
$Z_A \quad Z_n \quad \Delta\theta$  observables



$$\sin^2 t = \left\{ 1 + \left[ C_k(x_A) \cot(\Delta\theta) - \frac{S_k(x_A)}{S_k(x_n)} \frac{C_k(x_n)}{\sin(\Delta\theta)} \right]^2 \right\}^{-1}$$

$$(C_k^2(x) + kS_k^2(x) = 1)$$

- Reconstruire  $\sin^2 t$  depuis la Terre :



$Z_A \quad Z_n \quad \Delta\theta$  observables



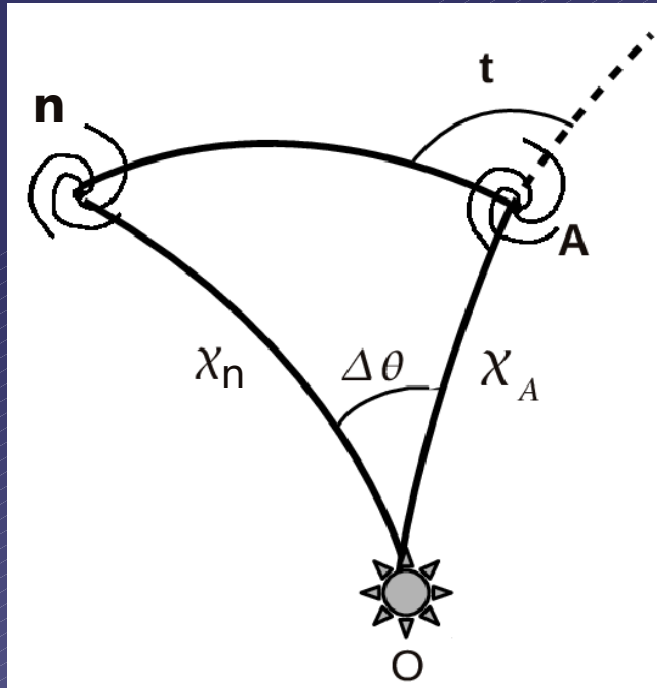
$$\sin^2 t = \left\{ 1 + \left[ C_k(x_A) \cot(\Delta\theta) - \frac{S_k(x_A)}{S_k(x_n)} \frac{C_k(x_n)}{\sin(\Delta\theta)} \right]^2 \right\}^{-1}$$



$\sin^2 t$

$(C_k^2(x) + kS_k^2(x) = 1)$

- Reconstruire  $\sin^2 t$  depuis la Terre :



$Z_A \quad Z_n \quad \Delta\theta$  observables



$$\sin^2 t = \left\{ 1 + \left[ C_k(\chi_A) \cot(\Delta\theta) - \frac{S_k(\chi_A)}{S_k(\chi_n)} \frac{C_k(\chi_n)}{\sin(\Delta\theta)} \right]^2 \right\}^{-1}$$



$$(C_k^2(\chi) + kS_k^2(\chi) = 1)$$

$\sin^2 t$

- Estimer  $E[\sin^2 t]$  et  $V[\sin^2 t]$  depuis la Terre :

$$\langle \sin^2 t \rangle$$

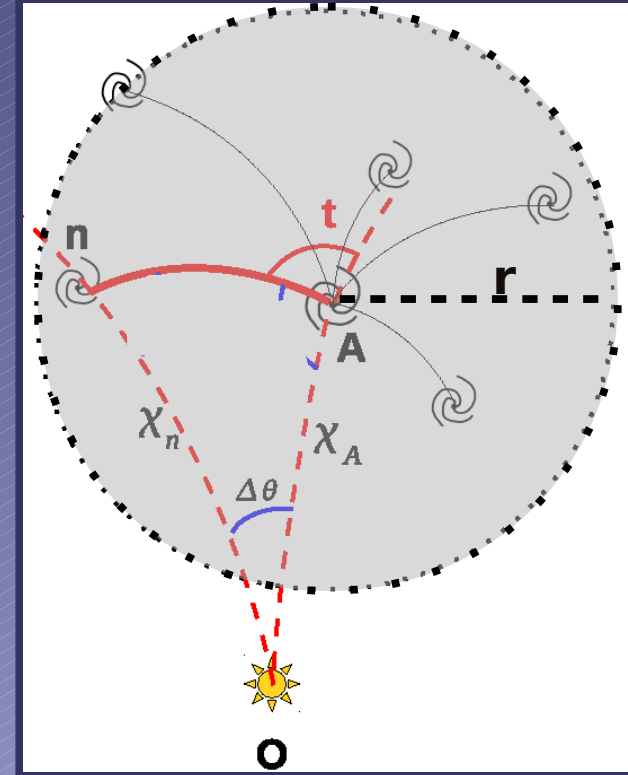
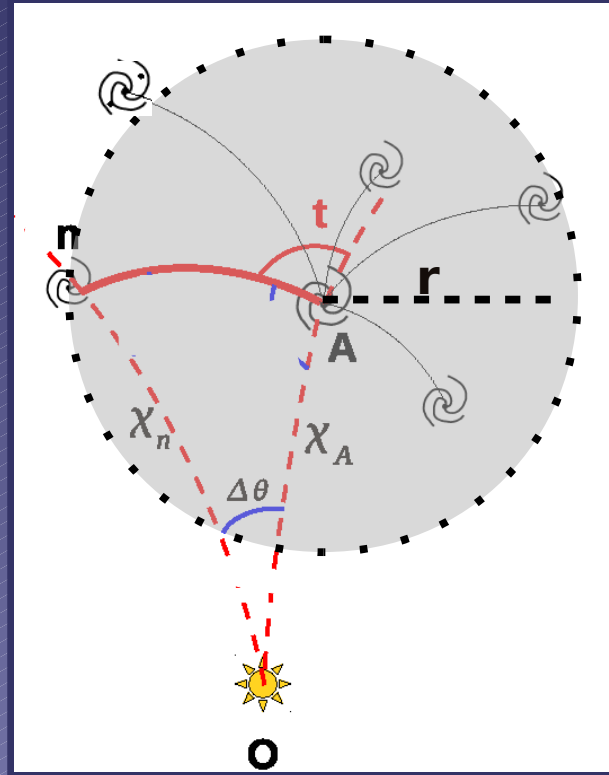
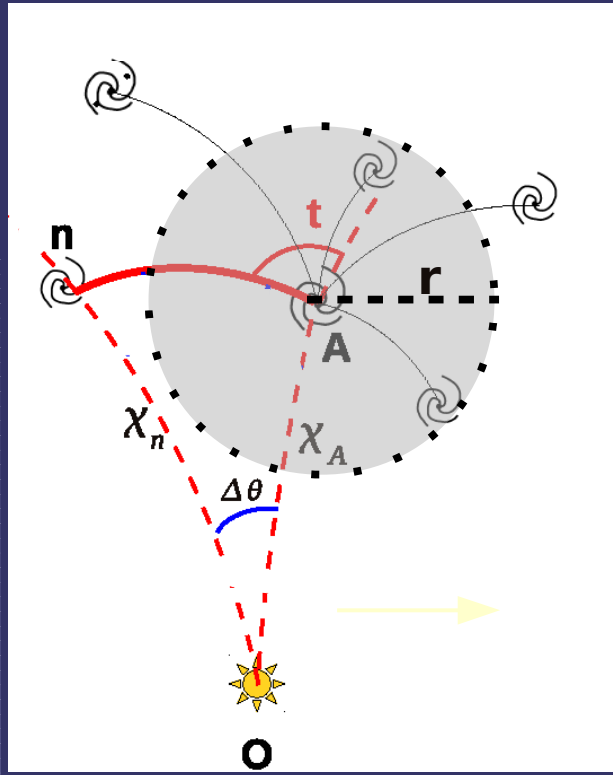
moyenne

$$\langle \sin^2 t - \langle \sin^2 t \rangle \rangle^2$$

Écart quadratique moyen

# ⇒ Echelle de l'isotropie $R_{iso}$ :

## Principe :



Estimer  $\langle \sin^2 t \rangle |N$  sur  $N$  galaxies  $\Leftrightarrow$  Sonder échelle  $r$  autour de  $A$

$\langle \sin^2 t \rangle  N$	$\rightarrow 2/3$	$\Leftrightarrow$	$r \approx R_{iso}$
$\sigma^2(r)$	$\rightarrow 4/45$		

## ***Critère quantitatif de non-rejet de l'isotropie sur Riso :***

⇒ Modèle  $M(\vec{a}, H)$  reproduisant le mieux les données  $D$

$$P[M(\vec{a}, H)/D] = \frac{P[D/M(\vec{a}, H)]P[M(\vec{a}, H)]}{P[D]} \quad \text{MAXIMUM}$$

## *Critère quantitatif de non-rejet de l'isotropie sur $R_{iso}$ :*

⇒ Modèle  $M(a, H)$  reproduisant le mieux les données  $D$

$$P[M(\vec{a}, H)/D] = \frac{P[D/M(\vec{a}, H)]P[M(\vec{a}, H)]}{P[D]} \quad \text{MAXIMUM}$$

Approche  
fréquentiste

$$P[D/M(\vec{a}, H)]$$

MAXIMUM

## Critère quantitatif de non-rejet de l'isotropie sur $R_{iso}$ :

⇒ Modèle  $M(a, H)$  reproduisant le mieux les données  $D$

$$P[M(\vec{a}, H)/D] = \frac{P[D/M(\vec{a}, H)]P[M(\vec{a}, H)]}{P[D]} \quad \text{MAXIMUM}$$

Approche  
fréquentiste

$$P[D/M(\vec{a}, H)] \quad \text{MAXIMUM}$$

Indépendance  
données

$$\prod_{i=1}^N \frac{1}{2\pi\sigma_i^2} \exp\left(-\frac{(d_i - M(\vec{a}, d_i))^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad \text{MAXIMUM}$$

Loi normale

## Critère quantitatif de non-rejet de l'isotropie sur $R_{iso}$ :

⇒ Modèle  $M(\vec{a}, H)$  reproduisant le mieux les données  $D$

$$P[M(\vec{a}, H)/D] = \frac{P[D/M(\vec{a}, H)]P[M(\vec{a}, H)]}{P[D]} \quad \text{MAXIMUM}$$

Approche  
fréquentiste

→

$$P[D/M(\vec{a}, H)] \quad \text{MAXIMUM}$$

Indépendance  
données

→

$$\prod_{i=1}^N \frac{1}{2\pi\sigma_i^2} \exp\left(-\frac{(d_i - M(\vec{a}, d_i))^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad \text{MAXIMUM}$$

Loi normale



$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left( \frac{d_i - M(\vec{a}, d_i)}{2\sigma_i} \right)^2$$

MINIMUM

$\chi^2$  = Estimateur de vraisemblance maximum de  $M(\vec{a}, H)$



Quantifie accord prédictions modèle  $M(\vec{a}, d_i)$  / observations  $d_i$

1 {observations}



1 valeur de  $\chi^2$  observée

$\Rightarrow \chi^2$  variable aléatoire

$\chi^2$  = Estimateur de vraisemblance maximum de  $M(a, H)$



Quantifie accord prédictions modèle  $M(a, d_i)$  / observations  $d_i$

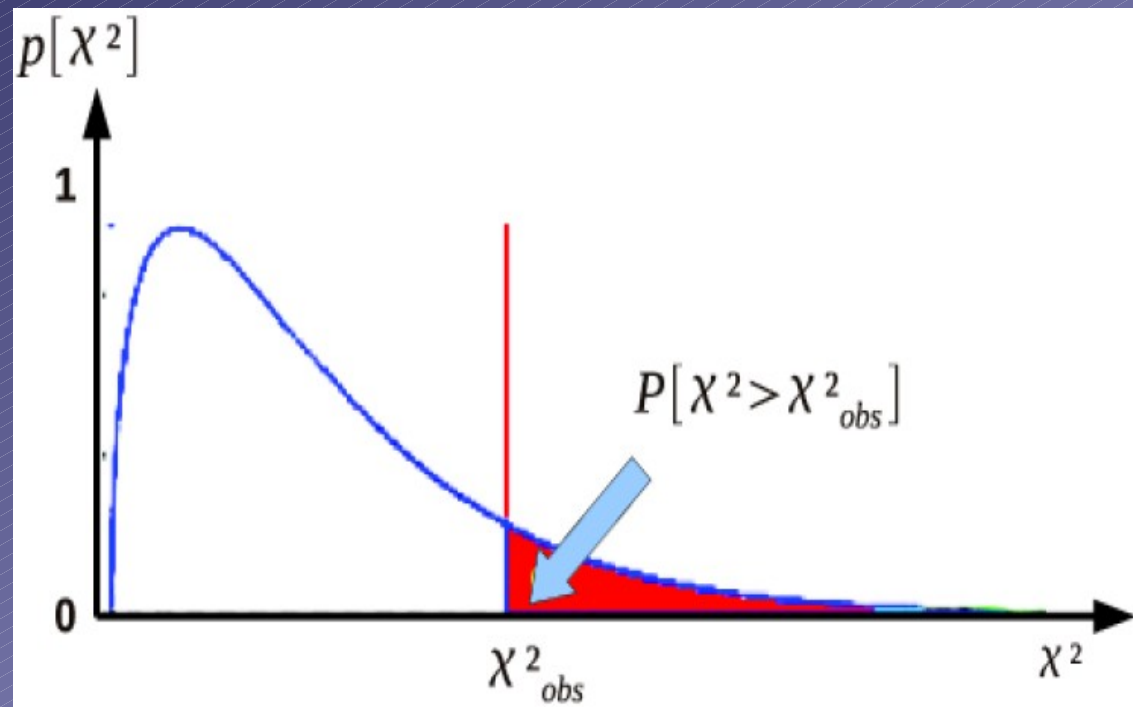
1 {observations}



1 valeur de  $\chi^2$  observée

$\Rightarrow \chi^2$  variable aléatoire

Loi de  $\chi^2$  :



$\chi^2$  = Estimateur de vraisemblance maximum de  $M(a, H)$



Quantifie accord prédictions modèle  $M(a, d_i)$  / observations  $d_i$

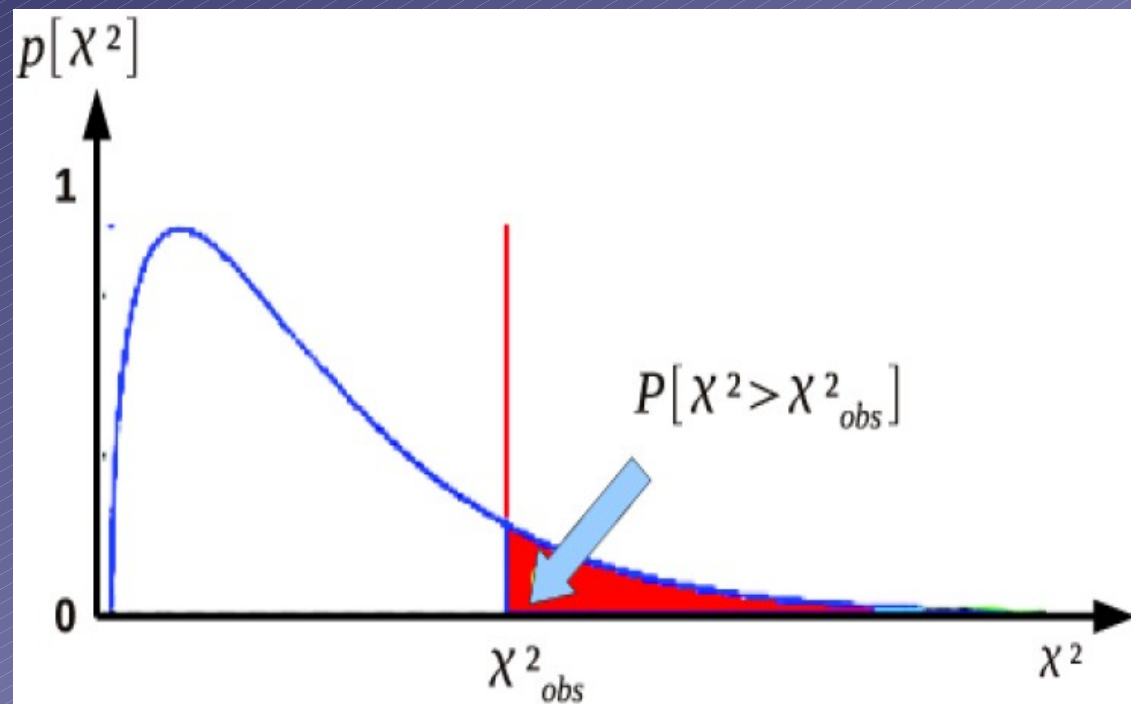
1 {observations}



1 valeur de  $\chi^2$  observée

$\Rightarrow \chi^2$  variable aléatoire

Loi de  $\chi^2$  :



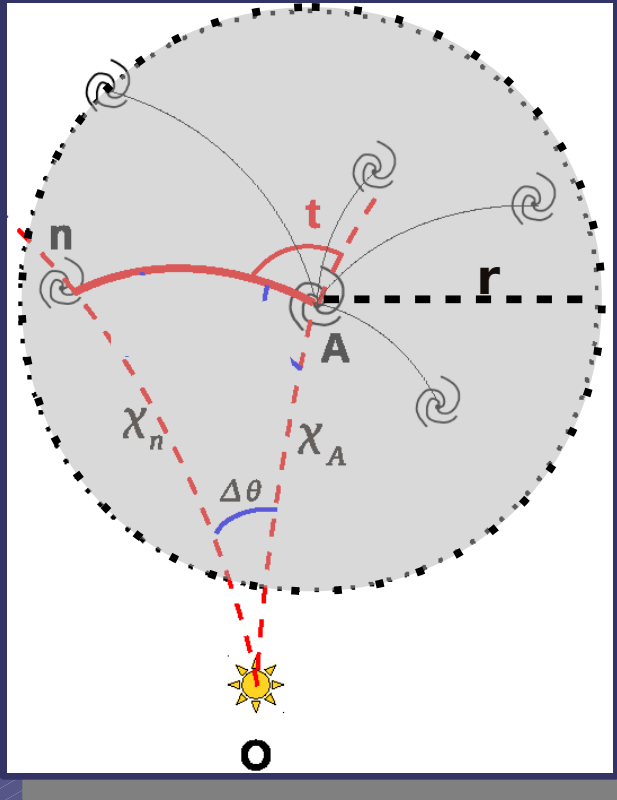
Rejeter  $M$   
connaissant  $\chi^2_{obs}$

$$P[\chi^2 > \chi^2_{obs}] < 5\%$$



**Modèle  $M(a, H)$  rejeté**

*Donc ici :*



Isotropie sur échelle  $r$  rejetée tant que :

$$P \left[ \chi^2(r) > \chi_{obs}^2(r) \right] < 5\%$$

**R = Riso dès que**  $P \left[ \chi^2(r) > \chi_{obs}^2(r) \right] \geq 5\%$

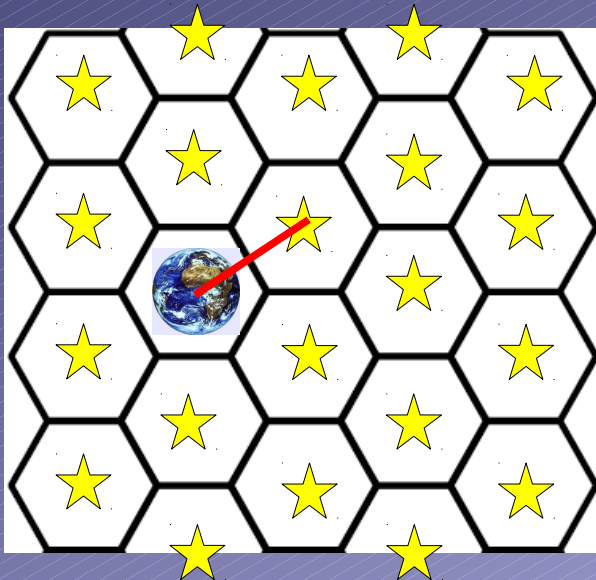
## **b - Echelle de l'uniformité :**

Plusieurs points distants

Isotropie autour de chaque point  $\Leftrightarrow$  homogénéité

$$r \geq R_{iso}$$

$$r \geq R_{iso}$$



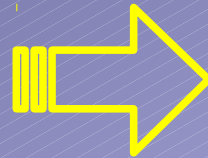
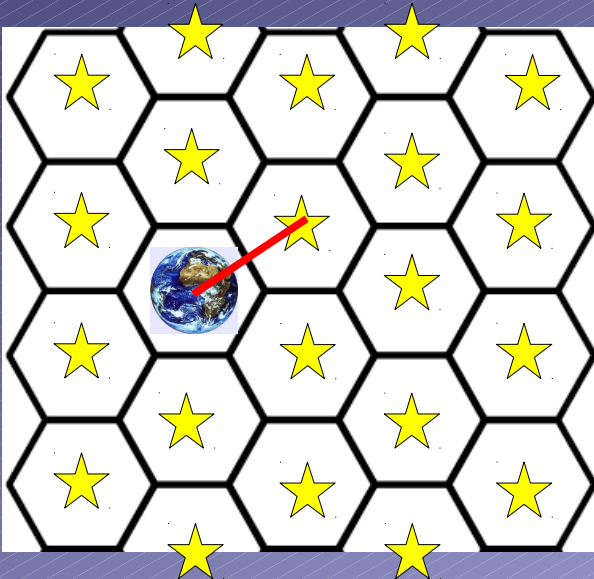
## **b - Echelle de l'uniformité :**

Plusieurs points distants

Isotropie autour de chaque point  $\Leftrightarrow$  homogénéité

$$r \geq R_{iso}$$

$$r \geq R_{iso}$$



$$R_{unif} \equiv R_{iso}$$

### 3) Réalisation du test :

#### a - Catalogue de base :



Relevé redshift de *galaxies* :

Sloan Digital Sky Survey (**SDSS**) (↔ 7 ème sortie)

~ 1/4 du ciel,

~ 930 000 galaxies  
( $z \sim 0,1$ )

### 3) Réalisation du test :

#### a - Catalogue de base :



Relevé redshift de *galaxies* :

Sloan Digital Sky Survey (**SDSS**) (↔ 7 ème sortie)

~ 1/4 du ciel,

~ 930 000 galaxies  
( $z \sim 0,1$ )

Région continue la plus grande :  $7^\circ < \delta < 56^\circ$

$120^\circ < \alpha < 240^\circ$

$0,22 < z < 0,5$

### 3) Réalisation du test :

#### a - Catalogue de base :



Relevé redshift de *galaxies* :

Sloan Digital Sky Survey (**SDSS**) (↔ 7 ème sortie)  $\sim \frac{1}{4}$  du ciel,  
 $\sim 930\,000$  galaxies  
( $z \sim 0,1$ )

Région continue la plus grande :  $7^\circ < \delta < 56^\circ$   
 $120^\circ < \alpha < 240^\circ$   
 $0,22 < z < 0,5$

Cosmologie utilisée :

$$\left( \Omega_M = 0,27, \Omega_\Lambda = 0,73 \right), w_0 = -1$$

$$H_0 = 100 h^{-1} \text{ km.s}^{-1} . \text{ Mpc}^{-1}$$

$$\Rightarrow \Delta r \approx 700 h^{-1} \text{ Mpc}$$

### 3) Réalisation du test :

#### a - Catalogue de base :



Relevé redshift de *galaxies* :

Sloan Digital Sky Survey (**SDSS**) (⇔ 7 ème sortie)

~ 1/4 du ciel,

~ 930 000 galaxies  
( $z \sim 0,1$ )

Région continue la plus grande :  $7^\circ < \delta < 56^\circ$

$120^\circ < \alpha < 240^\circ$

$0,22 < z < 0,5$

Cosmologie utilisée :

$(\Omega_M = 0,27, \Omega_\Lambda = 0,73), w_0 = -1$

$H_0 = 100h^{-1} \text{ km.s}^{-1} . \text{Mpc}^{-1}$

⇒  $\Delta r \approx 700 h^{-1} \text{ Mpc}$

paramètres de travail

## b - Echantillon de travail :



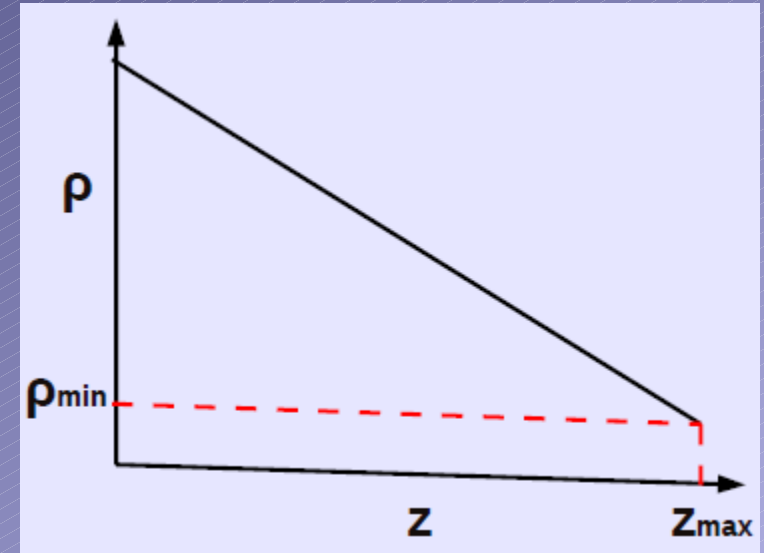
### Construction échantillon travail :

1 -  $L > L(z_{\max})$

2 -  $\rho = \rho(z_{\max}) = \text{cste}$

Effets hierarchiques *gommés*

**MAIS** Distribution conservée



Echantillon résultant :

6500 galaxies rouges lumineuses  
 $\rho \sim 6,14 \cdot 10^{-6} h^3 \text{Mpc}^{-3}$

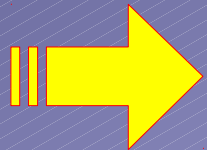
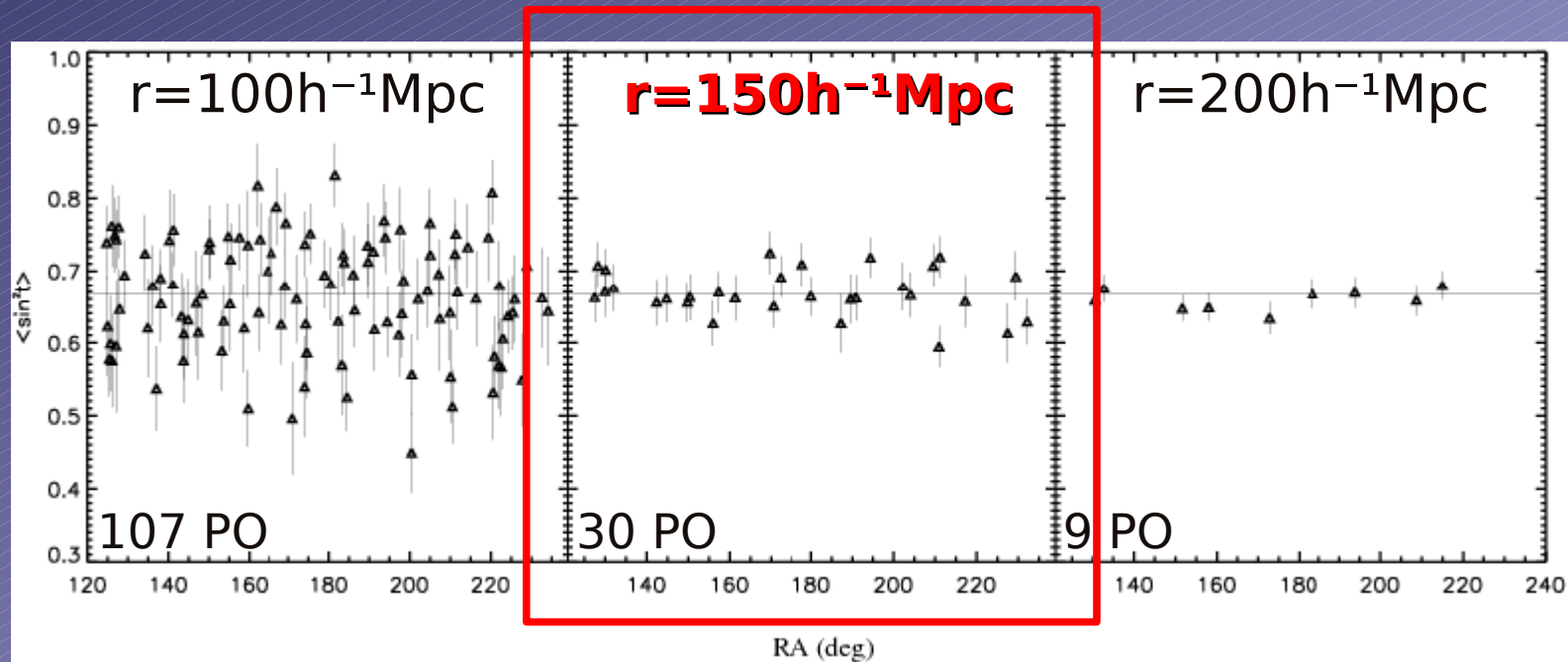
## 4) Résultats :

### a - Echelle de l'uniformité des galaxies :

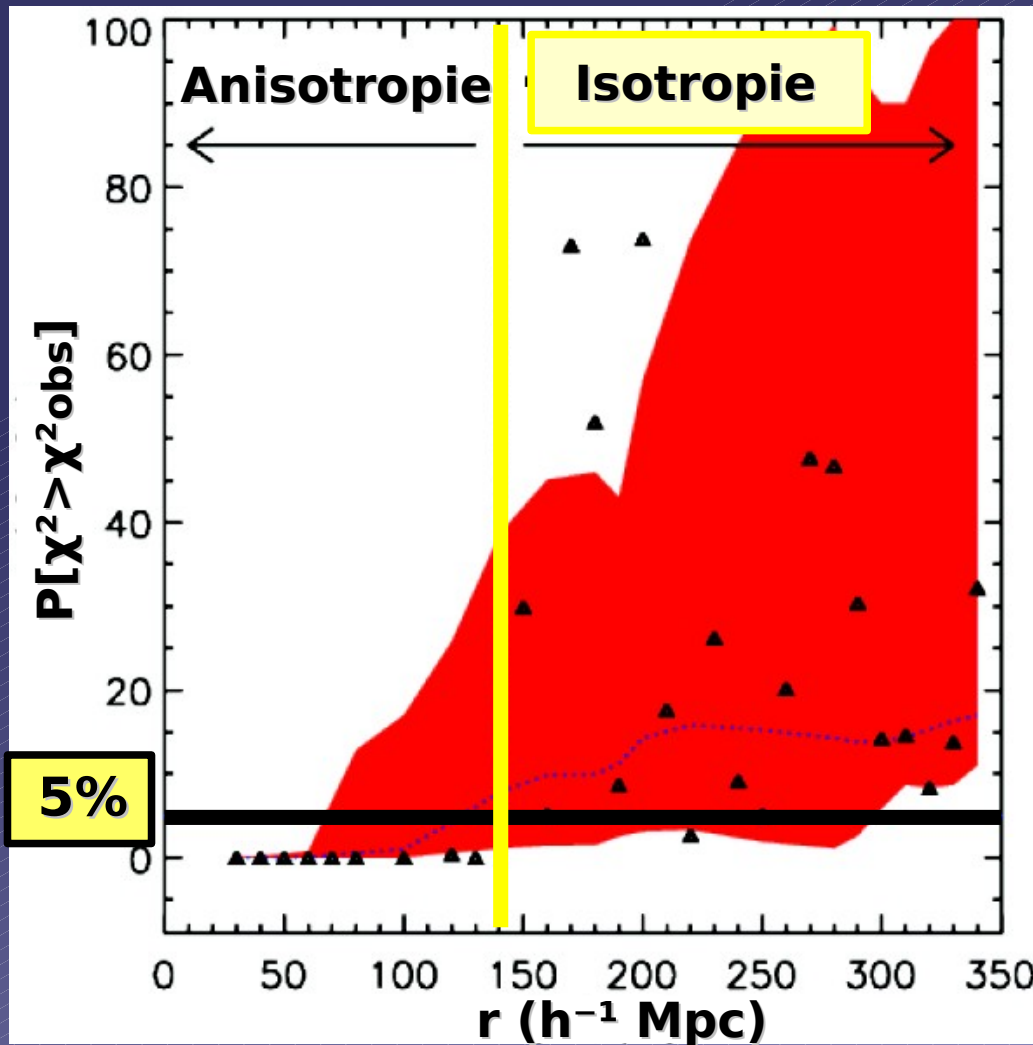
➔ Plusieurs points d'observation *indépendants*

Sondant chacun  $N = 26, 87, 206$  galaxies voisines

→  $r = 100, 150, 200 h^{-1} \text{ Mpc}$



**$R_{\text{unif}} \sim 150 h^{-1} \text{ Mpc}$**



⇒  **$R_{\text{unif}} \sim 150 h^{-1} \text{ Mpc}$**

$r > R_{\text{unif}}$  :

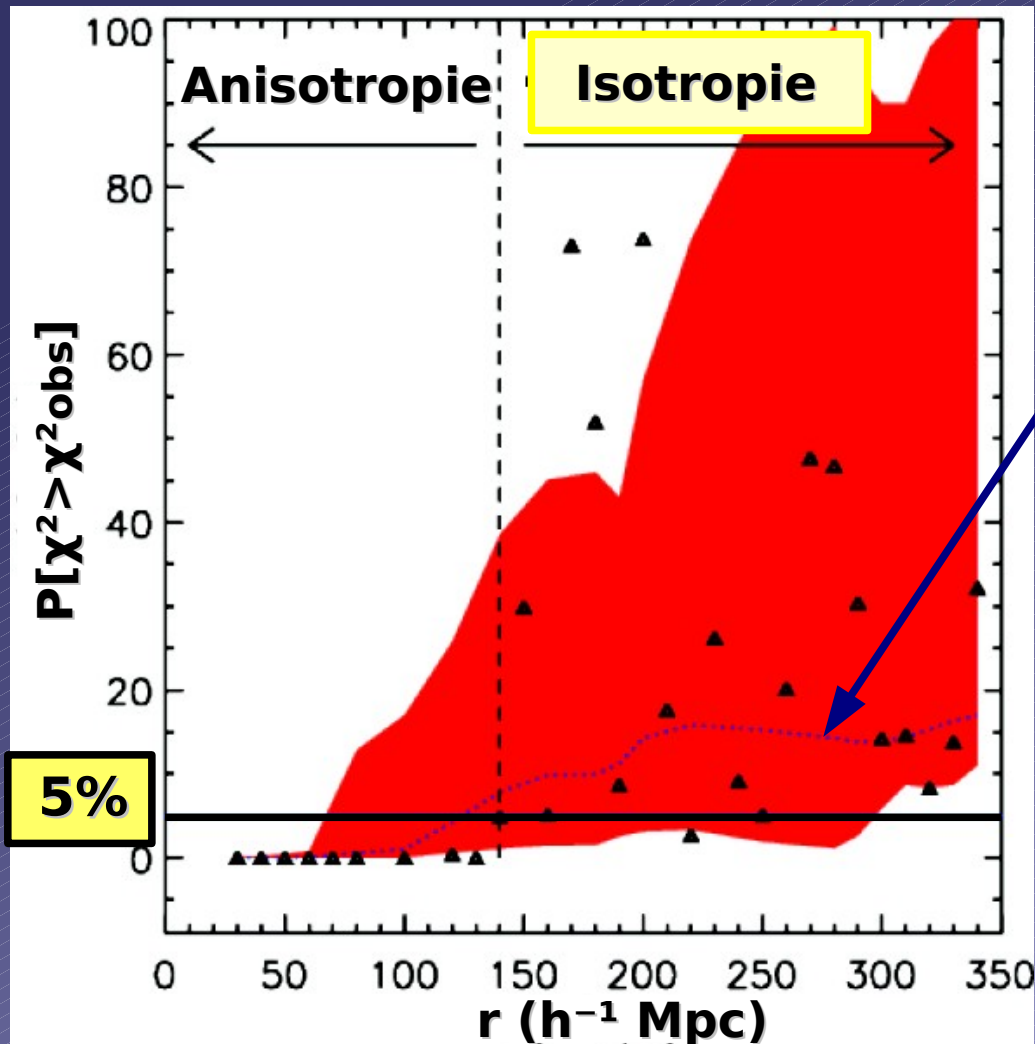
**Distribution galaxies**  
 ⇕  
**Principe Copernicien**

Résultats indépendants de  
 - cosmologie de travail  
 - emplacement PO  
 - densité échantillon

**MAIS** : Biais Matière lumineuse / Masse

⇒ **Pas de conclusion sur propriétés de la métrique**

## **b - Comparaison avec $\Lambda$ CDM :**

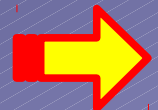


Prédictions simulations  
N corps de Matière Noire  
 $\Lambda$ CDM

50 catalogues indépendants  
galaxies rouges lumineuses  
(LasDamas)

1 - Bon Runif

2 - même Runif que celui de SDSS



Résultats en très bon accord avec  $\Lambda$ CDM



RW  
PC