

Combinaisons d'Observables en Cosmologie

Jean-Marc Virey

Centre de Physique Théorique &
Université de Provence, Marseille



Strasbourg, 4 Juillet 2008

Plan de l'exposé

I : Cadre Cosmologique : Le Modèle Standard de «Big Bang Chaud»

(expansion, nucléosynthèse, CMB, oscillations baryoniques, formation des structures)

II : Cadre Mathématique : Les équations

(cinématique, dynamique, tests géométriques, perturbations, tests dynamiques, tests statistiques)

III : Cadre observationnel : Les Sondes Cosmiques

(SNIa, CMB, BAO, Amas, Lentilles gravitationnelles, galaxies)

IV : Extraction des paramètres cosmologiques

IV-1 : Méthode statistique (maximum de vraisemblance)

IV-2 : Résultats à partir de l'analyse des données

V : Modèles d'énergie noire

VI : Dégénérescences et analyses combinées

(puissance, problèmes, prospective)

I: Cadre Cosmologique :

Le Modèle Standard

dit de

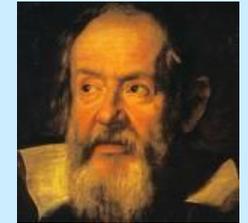
«Big Bang Chaud»

S'appuie sur :

- Le Principe Cosmologique : pas de centre absolu
- Le Principe de Relativité : invariance des lois
- Le Principe d'Universalité de c : vitesse finie
- Une Théorie de la Gravitation : la Relativité Générale
- La Physique (microscopique et macroscopique)



COPERNIC
1473- 1543

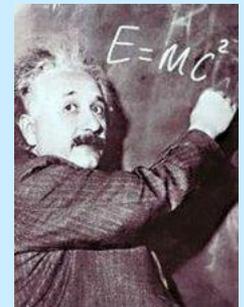


GALILEE
1564-1642

COSMOLOGIE (global) ↔ **PHYSIQUE** (local)

Repose sur 4 piliers observationels:

- L'expansion de l'Univers (fuite des galaxies)
- L'abondance des premiers éléments
- Le rayonnement cosmologique fossile ($T_{\text{CMB}} = 3 \text{ °K}$)
- Les oscillations baryoniques (anisotropies CMB, formation des structures)



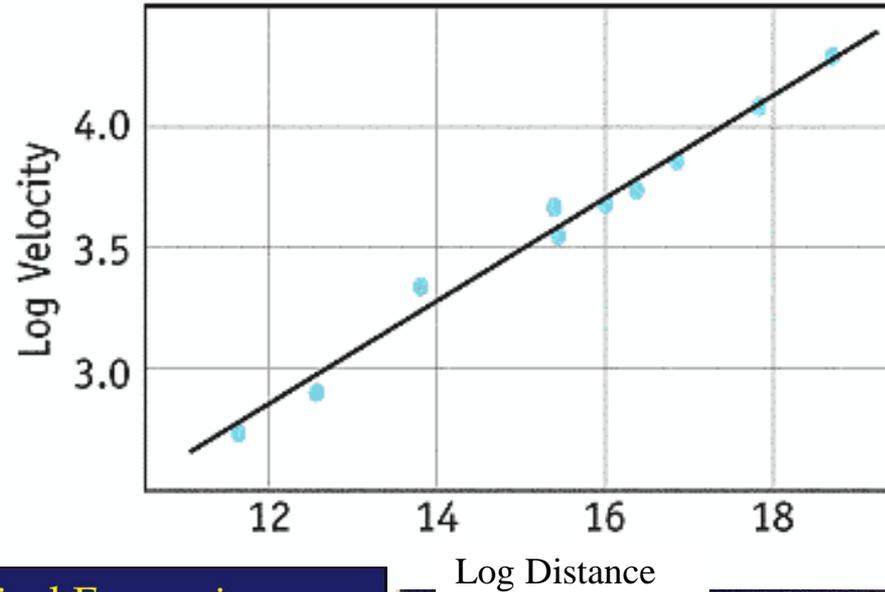
EINSTEIN
1879-1955

OBSERVATION DE LA FUITE DES GALAXIES : LA LOI DE HUBBLE

EXPANSION DE L'UNIVERS !

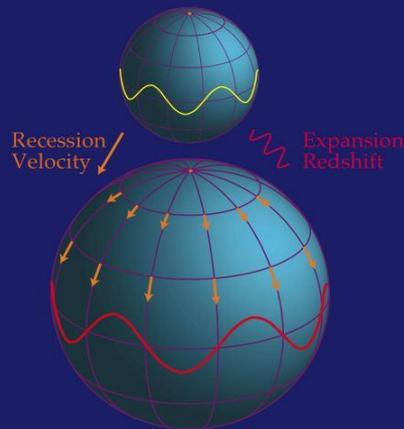


Edwin Hubble

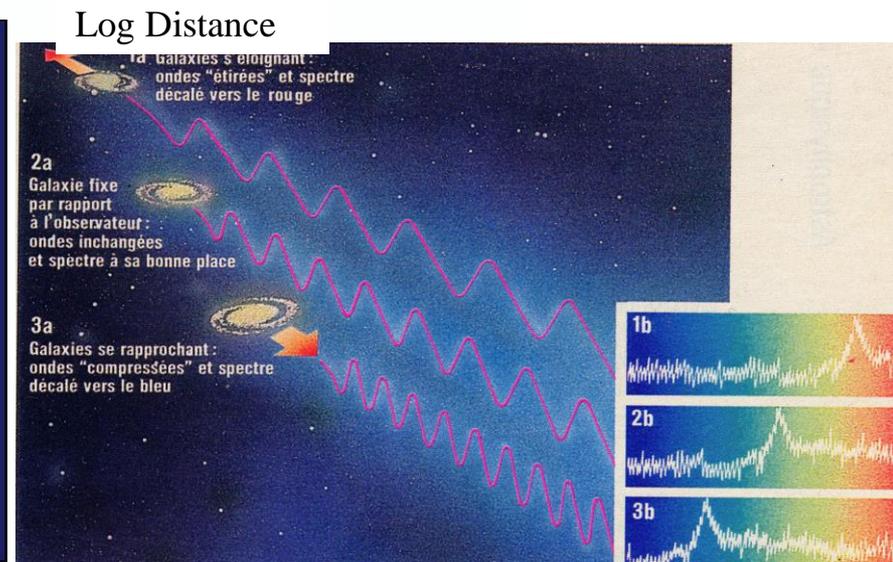


$$V \cong H_0 r$$

Cosmological Expansion



W. Hu



Nucléosynthèse Primordiale

Cadre : expansion +
physique nucléaire

Prédictions :

→ Abondance élts légers :
H(80%), ${}^4\text{He}$ (20%), D(10^{-4}),
 ${}^3\text{He}$ (10^{-5}), ${}^7\text{Li}$ (10^{-9})

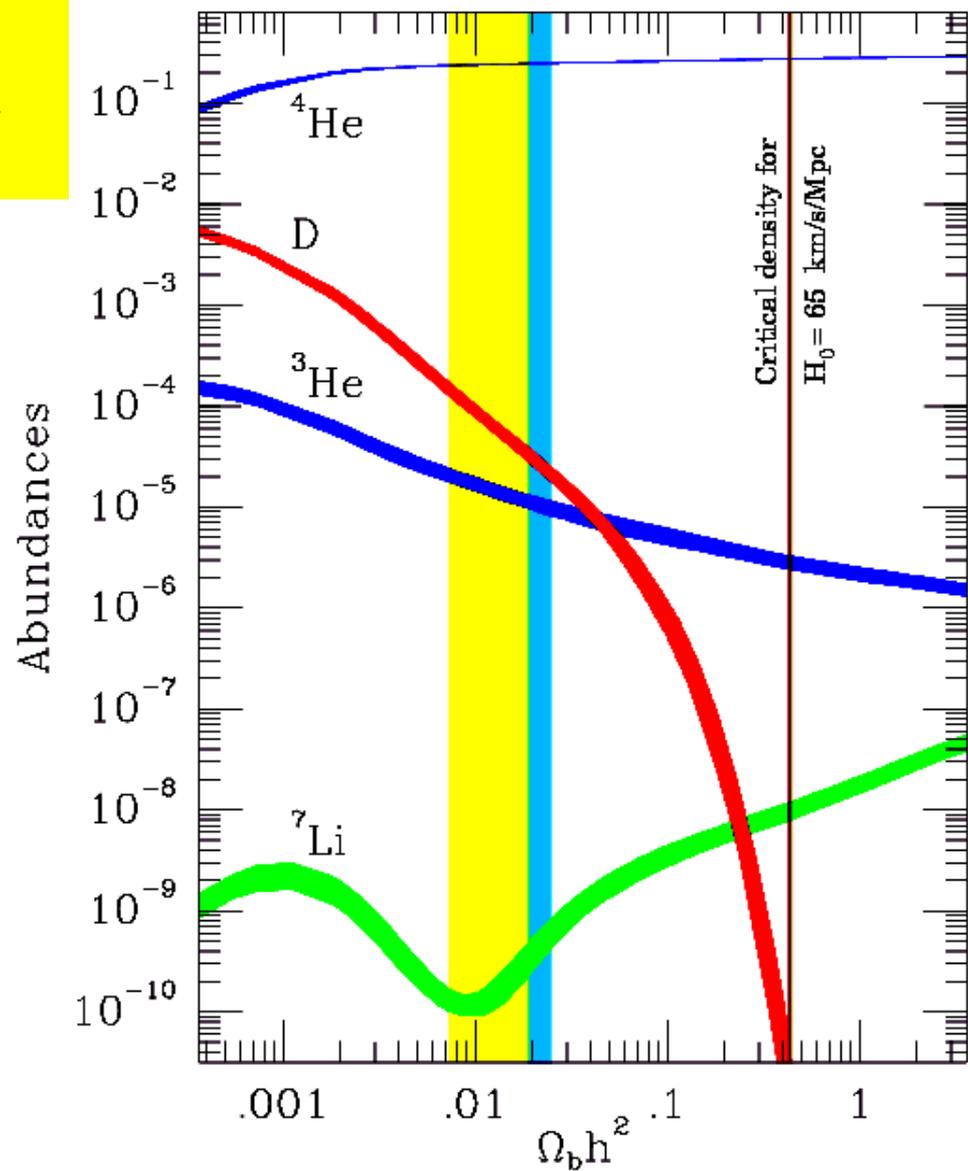
→ rapport photon/baryon :

$$\Omega_\gamma / \Omega_b \approx 10^{10}$$

→ peu de baryons :

$$\Omega_b / \Omega_T \ll 1$$

$$\Omega_b \cong 4-5\%$$



PERIODIC TABLE Atomic Properties of the Elements

NIST Big Bang
National Institute of Standards and Technology
Technology Administration, U.S. Department of Commerce

Frequently used fundamental physical constants
For the most accurate values of these and other constants, visit physics.nist.gov/constants
1 second = 9 192 631 770 periods of radiation corresponding to the transition between the two hyperfine levels of the ground state of ¹³³Cs

speed of light in vacuum	<i>c</i>	299 792 458 m s ⁻¹	(exact)
Planck constant	<i>h</i>	6.6261 × 10 ⁻³⁴ J s	(<i>h</i> = <i>h</i> /2π)
elementary charge	<i>e</i>	1.6022 × 10 ⁻¹⁹ C	
electron mass	<i>m_e</i>	9.1094 × 10 ⁻³¹ kg	
proton mass	<i>m_p</i>	1.6726 × 10 ⁻²⁷ kg	
neutron mass	<i>m_n</i>	1.6749 × 10 ⁻²⁷ kg	
Rydberg constant	<i>R_∞</i>	10 973 732 m ⁻¹	
<i>R_{∞c}</i>		3.289 842 × 10 ¹⁵ Hz	
<i>R_{∞hc}</i>		13.6057 eV	
Boltzmann constant	<i>k</i>	1.3807 × 10 ⁻²³ J K ⁻¹	

- Solids
- Liquids
- Gases
- Artificially Prepared

13 IIIA		14 IVA		15 VA		16 VIA		17 VIIA		18 VIIIA	
5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne						
Boron	Carbon	Nitrogen	Oxygen	Fluorine	Neon						
10.81	12.01	14.01	15.99	18.99	20.18						
1s ² 2s ² 2p ¹	1s ² 2s ² 2p ²	1s ² 2s ² 2p ³	1s ² 2s ² 2p ⁴	1s ² 2s ² 2p ⁵	1s ² 2s ² 2p ⁶						
9.208	11.260	14.534	13.811	17.422	21.564						
13 IIIA		14 IVA		15 VA		16 VIA		17 VIIA		18 VIIIA	
13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar						
Aluminum	Silicon	Phosphorus	Sulfur	Chlorine	Argon						
26.98	28.09	30.97	32.06	35.45	39.94						
[Ne]3s ² 3p ¹	[Ne]3s ² 3p ²	[Ne]3s ² 3p ³	[Ne]3s ² 3p ⁴	[Ne]3s ² 3p ⁵	[Ne]3s ² 3p ⁶						
5.985	8.258	10.467	10.360	12.967	15.750						

1 IA	2 IIA											
1 H	2 Li	3 Be										
Hydrogen	Lithium	Beryllium										
1.008	6.941	9.012										
1s	1s ²	1s ² 2s ²										
13.598	5.292	9.322										
3 Na	4 Mg											
Sodium	Magnesium											
22.99	24.30											
[Ne]3s ¹	[Ne]3s ²											
5.139	7.375											

19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
Potassium	Calcium	Scandium	Titanium	Vanadium	Chromium	Manganese	Iron	Cobalt	Nickel	Copper	Zinc	Gallium	Germanium	Arsenic	Selenium	Bromine	Krypton
39.098	40.078	44.959	47.88	50.942	51.996	54.938	55.845	58.933	58.933	63.546	65.409	69.723	72.64	74.922	78.96	79.904	83.798
[Ar]4s ¹	[Ar]4s ²	[Ar]3d ¹ 4s ²	[Ar]3d ² 4s ²	[Ar]3d ³ 4s ²	[Ar]3d ⁴ 4s ²	[Ar]3d ⁵ 4s ²	[Ar]3d ⁶ 4s ²	[Ar]3d ⁷ 4s ²	[Ar]3d ⁸ 4s ²	[Ar]3d ⁹ 4s ¹	[Ar]3d ¹⁰ 4s ²	[Ar]3d ¹⁰ 4s ² 4p ¹	[Ar]3d ¹⁰ 4s ² 4p ²	[Ar]3d ¹⁰ 4s ² 4p ³	[Ar]3d ¹⁰ 4s ² 4p ⁴	[Ar]3d ¹⁰ 4s ² 4p ⁵	[Ar]3d ¹⁰ 4s ² 4p ⁶
4.340	6.113	6.565	6.821	6.821	6.765	7.430	7.902	7.881	7.638	7.724	9.394	5.985	7.894	9.788	9.752	11.813	13.996
37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe
Rubidium	Strontium	Yttrium	Zirconium	Niobium	Molybdenum	Technetium	Ruthenium	Rhodium	Palladium	Silver	Cadmium	Indium	Tin	Antimony	Tellurium	Iodine	Xenon
85.468	87.62	88.906	91.224	92.906	95.94	(98)	101.07	102.905	106.42	107.868	112.411	114.818	118.710	121.760	127.6	126.904	131.293
[Kr]5s ¹	[Kr]5s ²	[Kr]4d ¹ 5s ²	[Kr]4d ² 5s ²	[Kr]4d ³ 5s ²	[Kr]4d ⁴ 5s ²	[Kr]4d ⁵ 5s ²	[Kr]4d ⁶ 5s ²	[Kr]4d ⁷ 5s ²	[Kr]4d ⁸ 5s ²	[Kr]4d ⁹ 5s ¹	[Kr]4d ¹⁰ 5s ²	[Kr]4d ¹⁰ 5s ² 5p ¹	[Kr]4d ¹⁰ 5s ² 5p ²	[Kr]4d ¹⁰ 5s ² 5p ³	[Kr]4d ¹⁰ 5s ² 5p ⁴	[Kr]4d ¹⁰ 5s ² 5p ⁵	[Kr]4d ¹⁰ 5s ² 5p ⁶
4.177	5.894	6.217	6.639	6.759	7.092	7.28	7.365	7.459	8.336	7.572	8.993	5.784	7.349	8.808	9.096	10.451	12.129

Lanthanides		57 La	58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu
Actinides		89 Ac	90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr
		Lanthanum	Cerium	Praseodymium	Neodymium	Promethium	Samarium	Europium	Gadolinium	Terbium	Dysprosium	Holmium	Erbium	Thulium	Ytterbium	Lutetium
		138.905	140.116	140.907	144.24	(145)	150.36	151.964	157.25	158.925	162.500	164.930	167.259	168.934	173.054	174.967
		[Xe]5d ¹ 6s ²	[Xe]4f ¹ 5d ¹ 6s ²	[Xe]4f ³ 6s ²	[Xe]4f ⁴ 6s ²	[Xe]4f ⁵ 6s ²	[Xe]4f ⁶ 6s ²	[Xe]4f ⁷ 6s ²	[Xe]4f ⁷ 6s ²	[Xe]4f ⁹ 6s ²	[Xe]4f ¹⁰ 6s ²	[Xe]4f ¹¹ 6s ²	[Xe]4f ¹² 6s ²	[Xe]4f ¹³ 6s ²	[Xe]4f ¹⁴ 6s ²	[Xe]4f ¹⁴ 6s ²
		5.579	5.537	5.473	5.525	5.582	5.643	5.670	6.149	5.863	5.939	6.021	6.107	6.184	6.259	
		[Rn]6d ¹ 7s ²	[Rn]6d ² 7s ²	[Rn]5f ² 6d ¹ 7s ²	[Rn]5f ³ 6d ¹ 7s ²	[Rn]5f ⁴ 6d ¹ 7s ²	[Rn]5f ⁶ 7s ²	[Rn]5f ⁷ 7s ²	[Rn]5f ⁷ 7s ²	[Rn]5f ⁹ 7s ²	[Rn]5f ¹⁰ 7s ²	[Rn]5f ¹¹ 7s ²	[Rn]5f ¹² 7s ²	[Rn]5f ¹³ 7s ²	[Rn]5f ¹⁴ 7s ²	
		5.17	6.305	5.89	6.194	6.257	6.026	5.973	5.994	6.197	6.281	6.42	6.50	6.58	6.85	

ETIOPIES

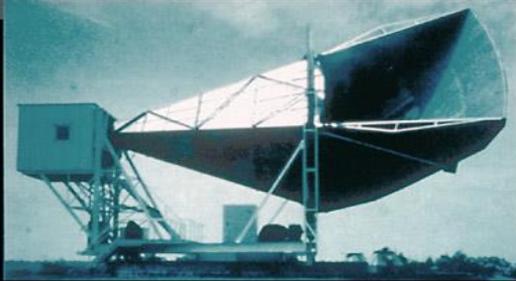
[†]Based upon ¹²C. () indicates the mass number of the most stable isotope.

For a description of the data, visit physics.nist.gov/data

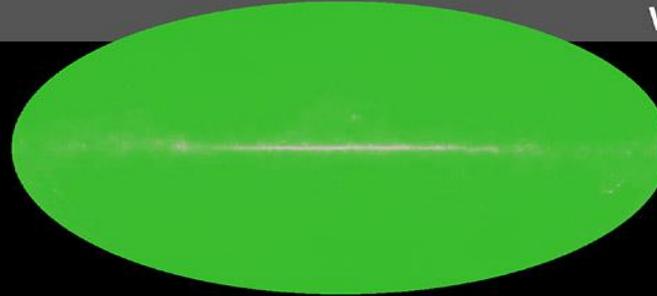
Supernovae

OBSERVATION DU RAYONNEMENT A $T = 3$ K FOSSILE DES PHASES TRES CHAUDES DE L'UNIVERS

1965



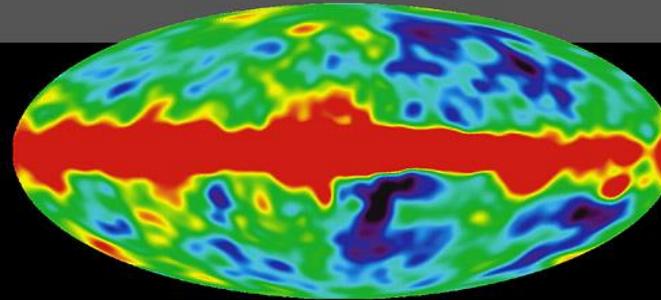
Penzias and
Wilson



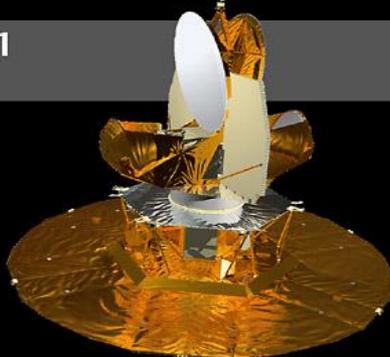
1992



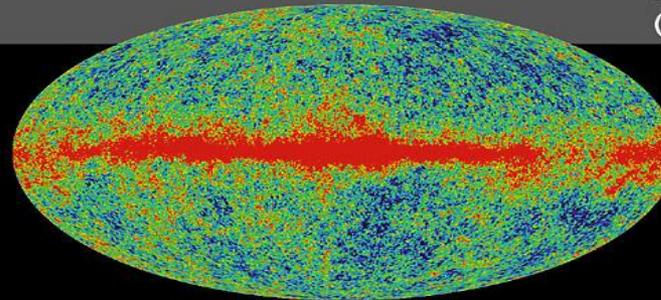
COBE



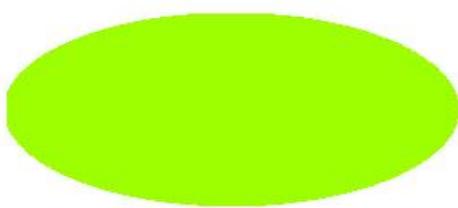
2001



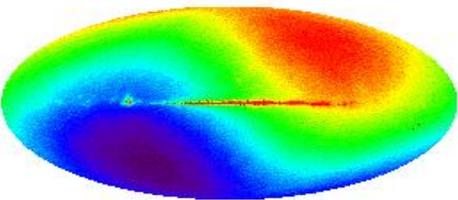
MAP
(Simulated)



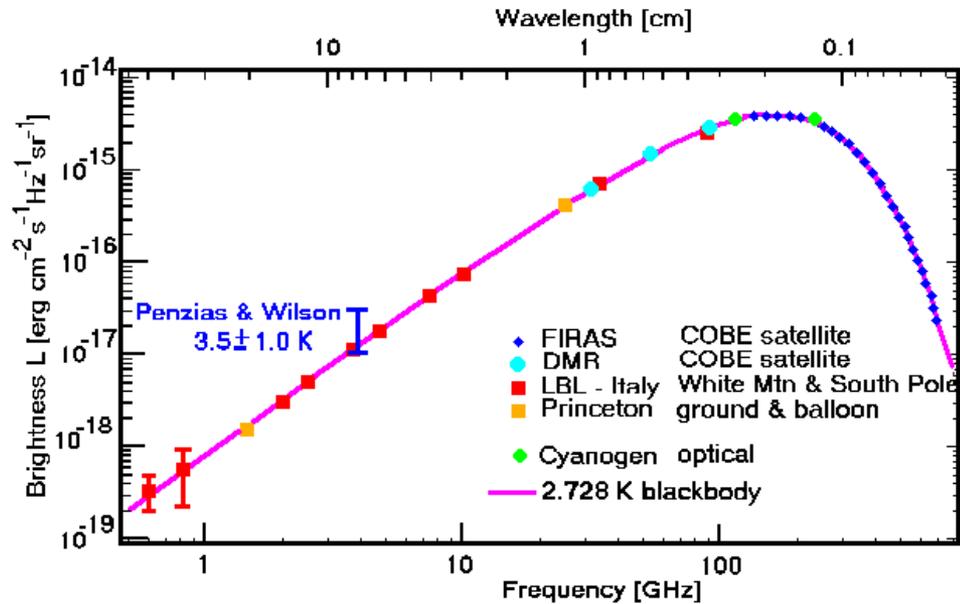
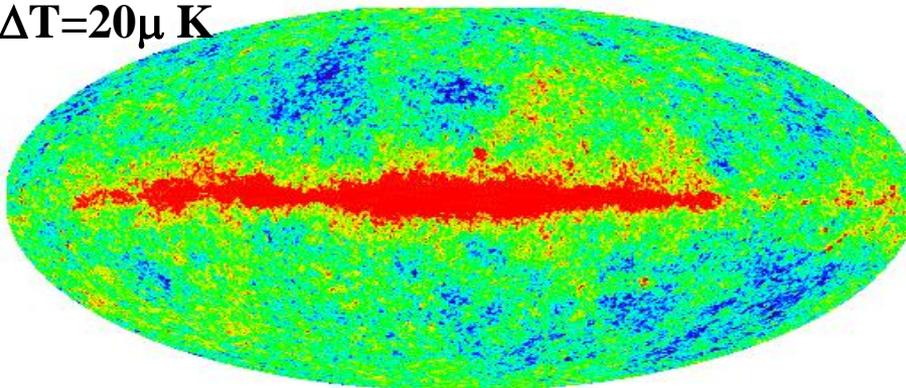
$T=2.7\text{K}$



$\Delta T=3.1\text{mK}$



$\Delta T=20\mu\text{K}$

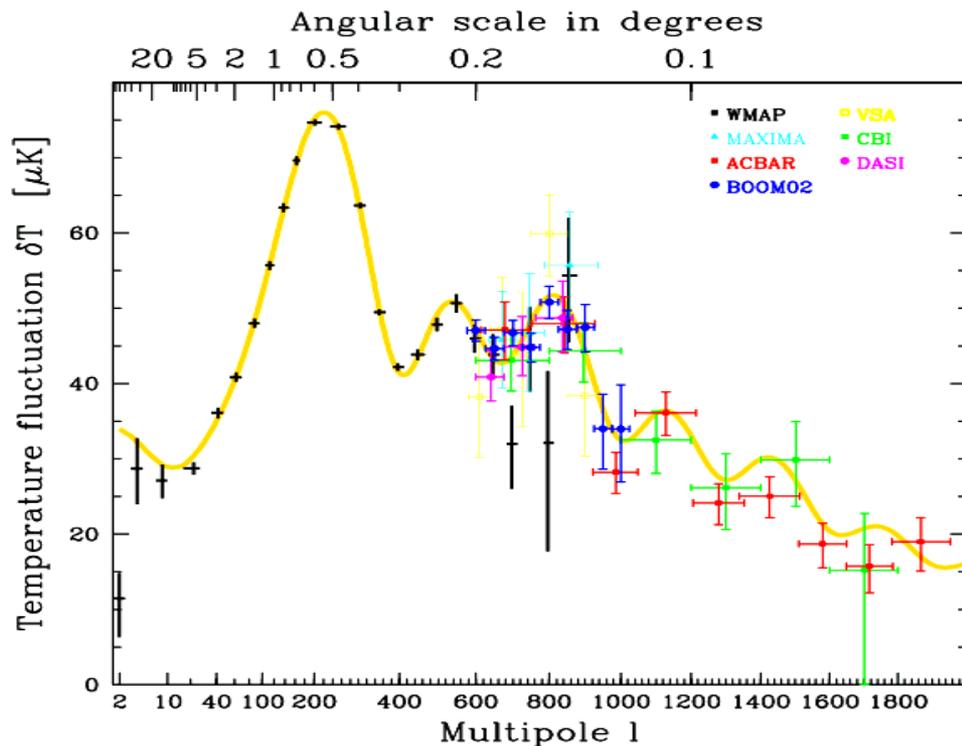


Spectre :

$$\rho_\gamma = \frac{\pi^2}{15} T^4$$

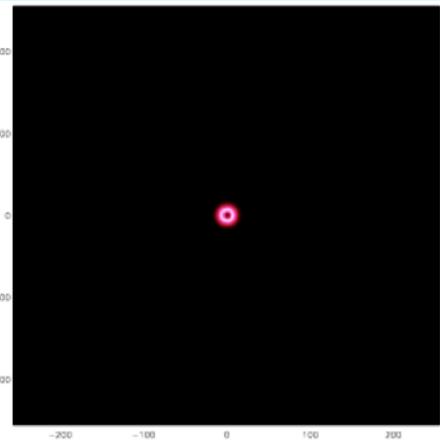
Fluct. Primordiales

Anisotropies : Géométrie
Physique

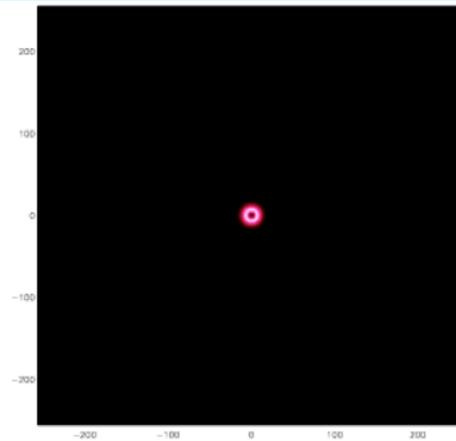


Les ondes acoustiques (baryoniques) primordiales

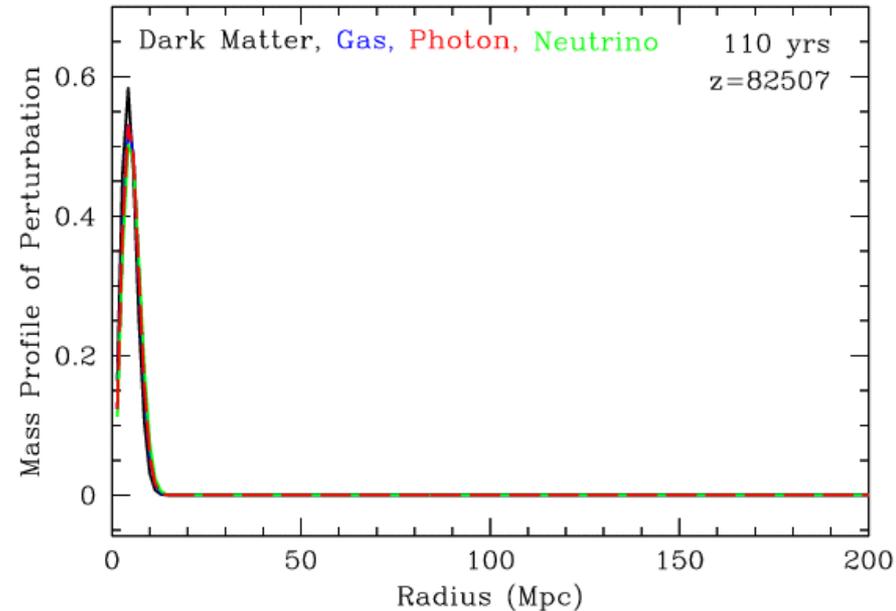
Etape 1 : condition initiale : une (des) perturbation(s) de densité



Baryons



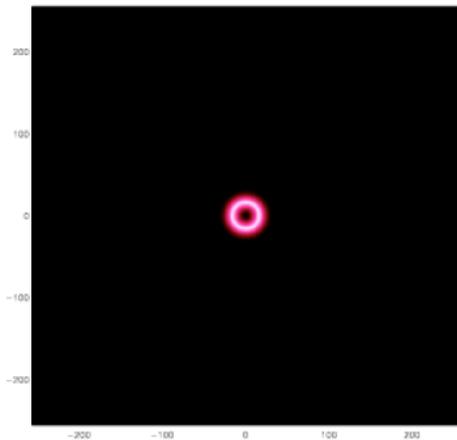
Photons



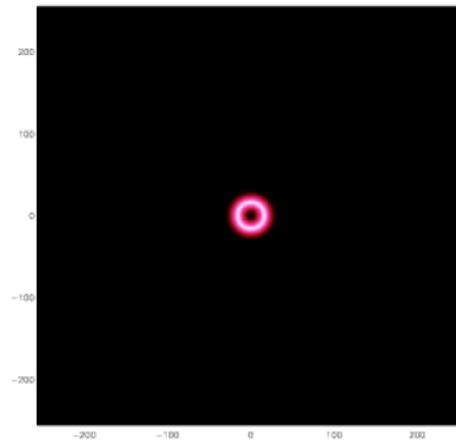
* plasma primordial homogène sauf un léger excès de matière à l'origine

* forte pression pousse $\gamma+b+e+\nu$ loin de l'origine à $c_s \approx c/\sqrt{3}$

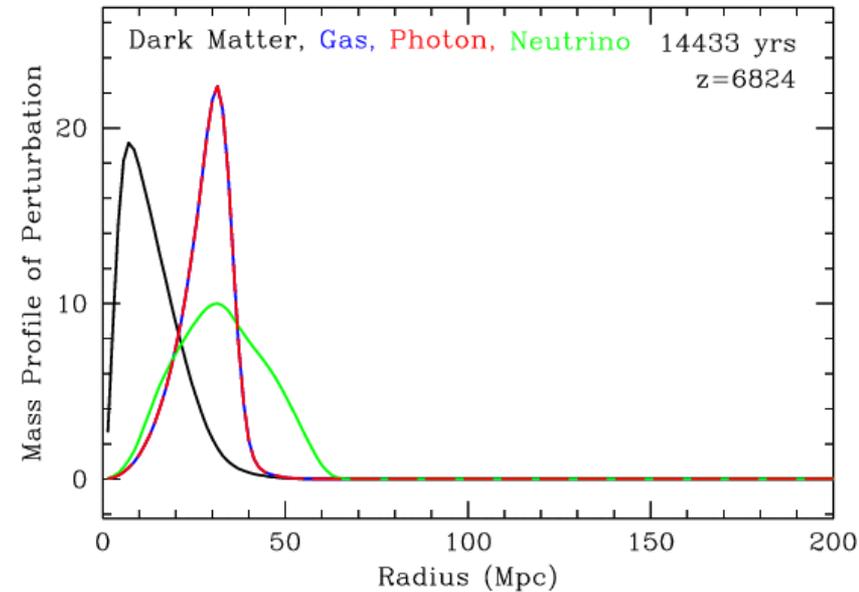
Etape 2 : propagation avant découplage



Baryons

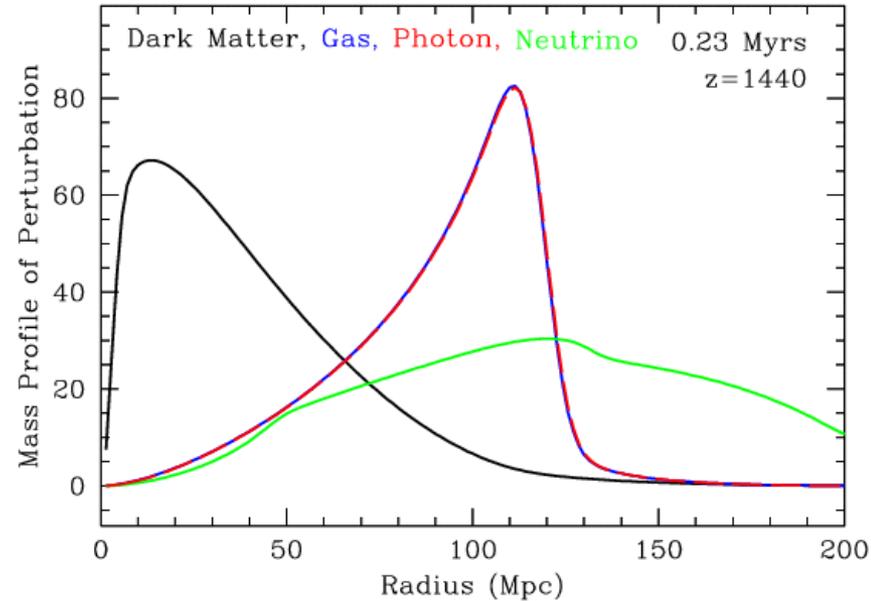
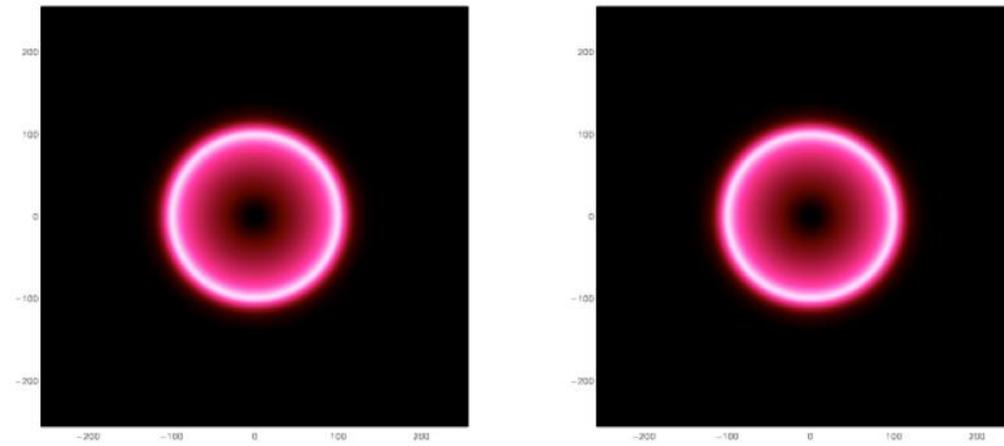


Photons



- * Propagation initiale : gaz(=b+e) + γ se déplacent simultanément
- * DM et ν ne couplent pas (peu) au gaz ou au γ
- * Les ν sont relativistes \Rightarrow propagation à vitesse c
- * DM sans pression \Rightarrow reste au centre (ou presque ...)

Etape 3 : propagation avant découplage dure $4 \cdot 10^5$ ans !



$$l_{dec} \approx c_s t_{dec} = c / \sqrt{3} 4 \cdot 10^5 t_{1an} \approx 3 \cdot 10^5 AL$$

$$l_0 \approx \frac{a_0}{a_{dec}} l_{dec} \approx 10^3 l_{dec} \approx 100 \text{ Mpc}$$

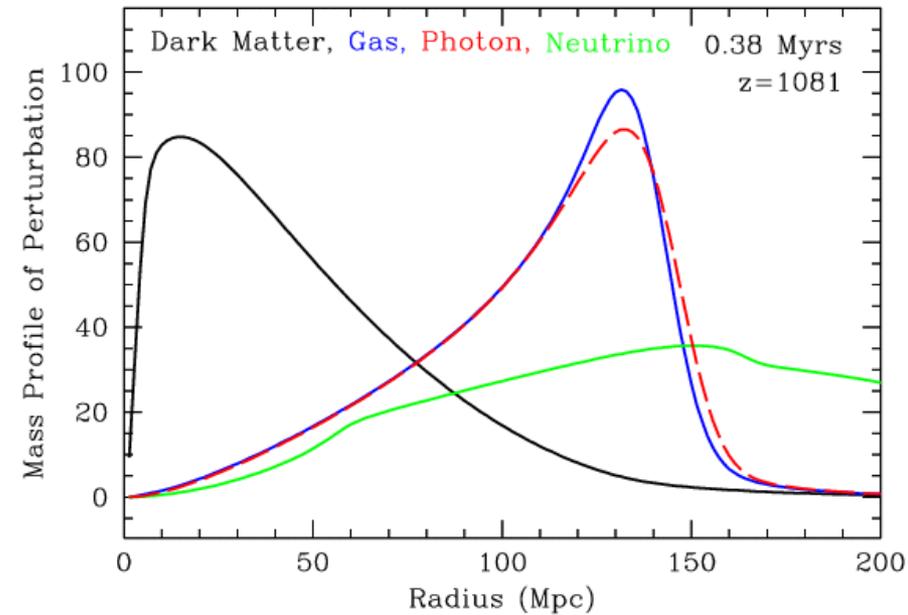
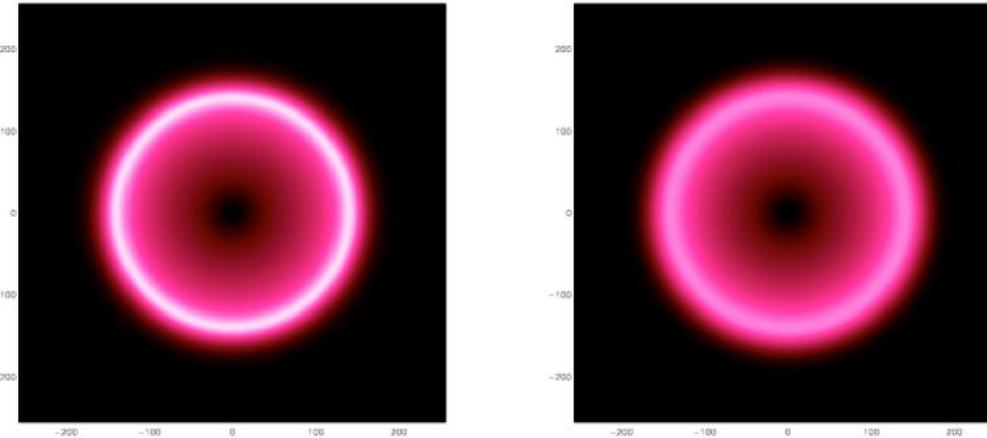
(Horizon sonore)

Le découplage n'est pas instantané =>

$$l_0 \approx 150 \text{ Mpc}$$

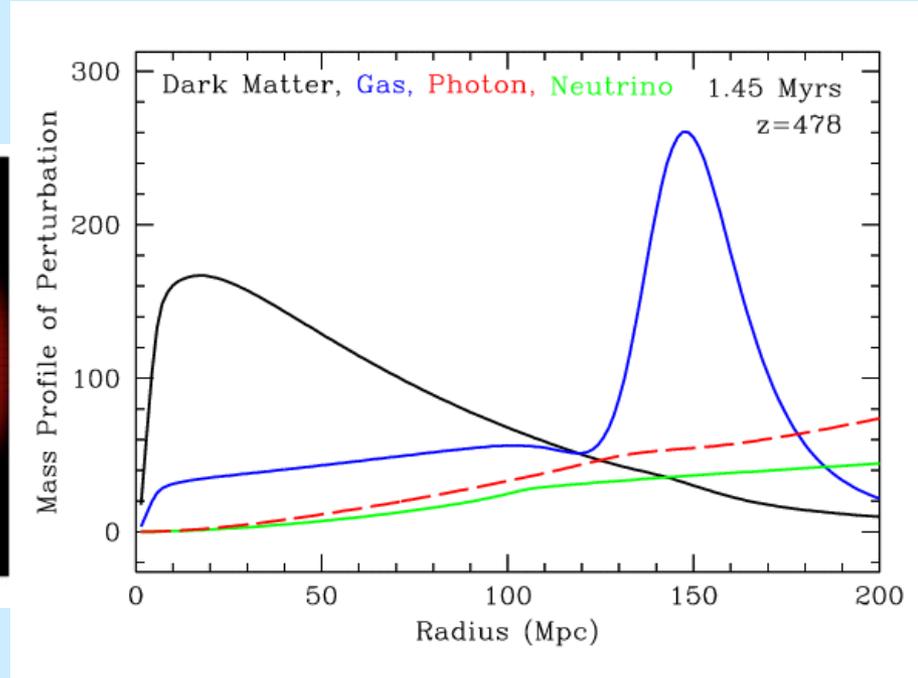
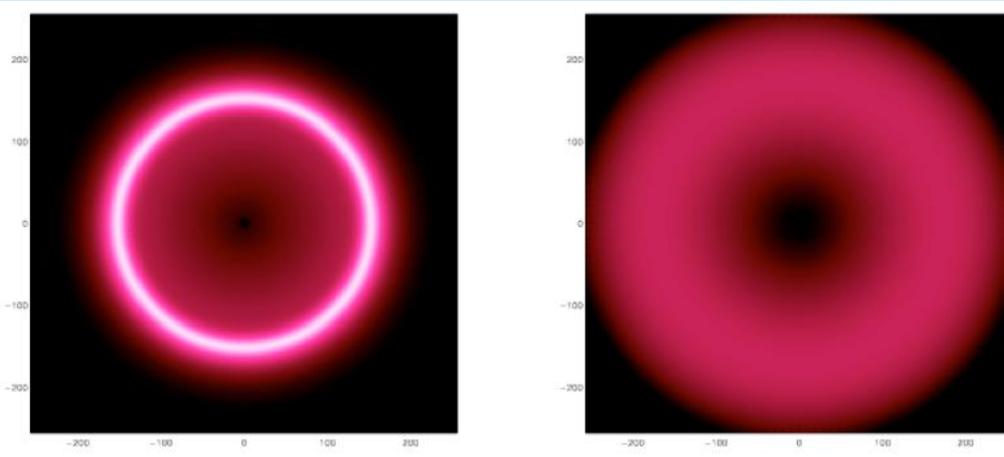
Etape 4 : Découplage !!

Le CMB est né !!



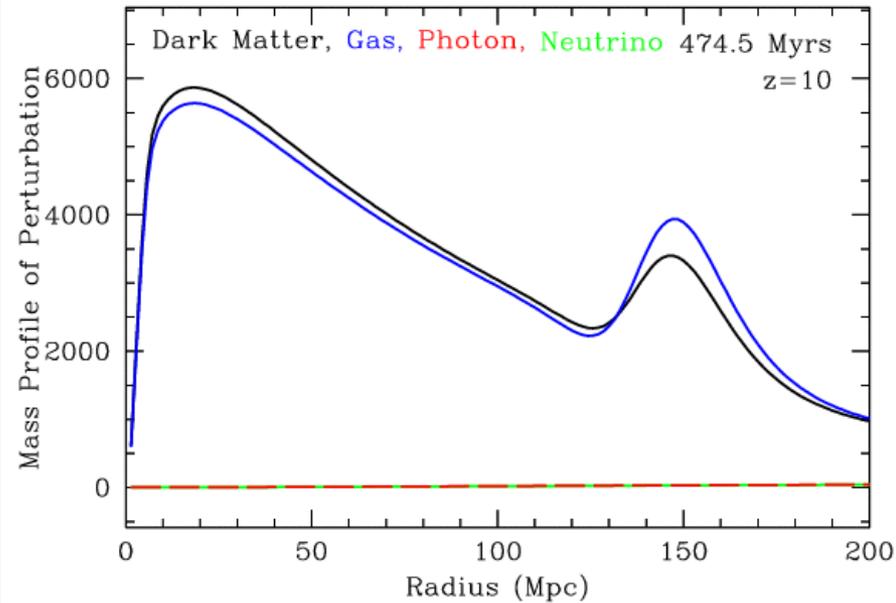
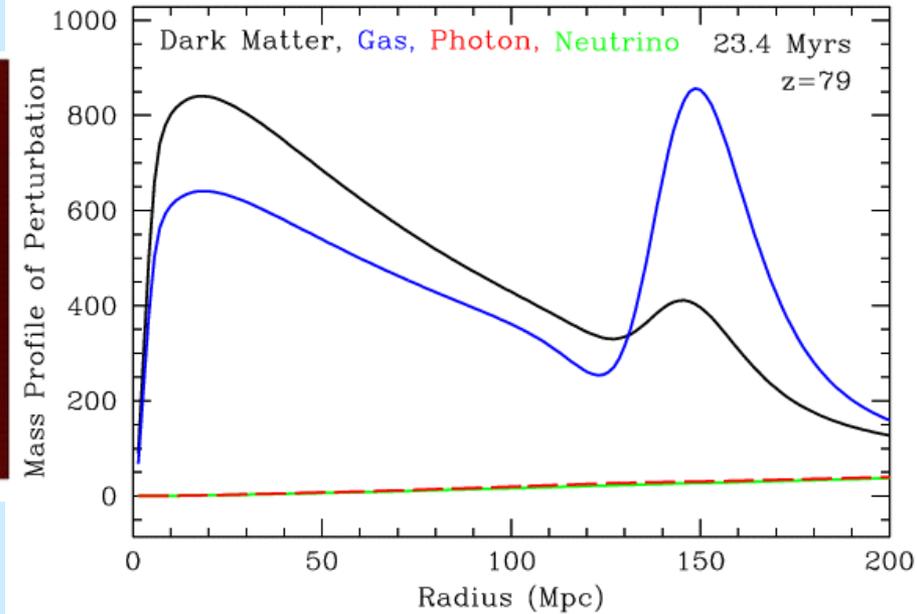
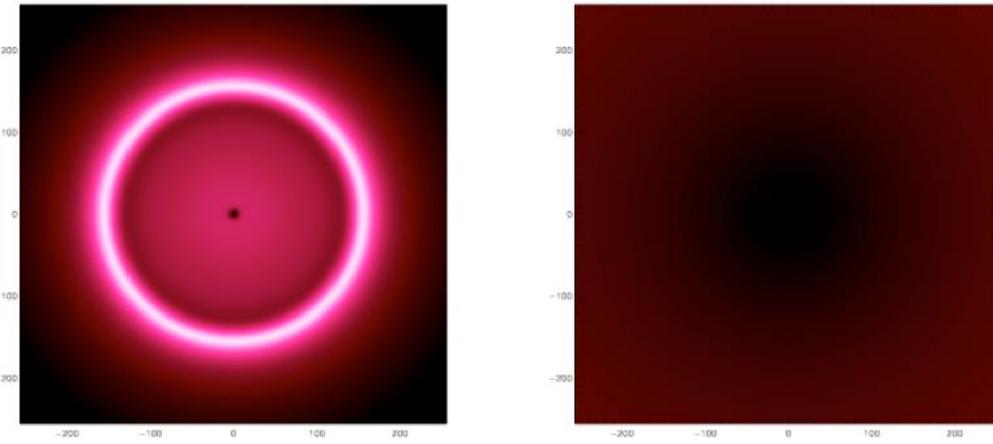
- * Découplage : les baryons capturent les e : phase neutre
- * Les photons γ se découplent des baryons \Rightarrow propagation libre
- * Les baryons (atomes) ont une pression nulle \Rightarrow déplacement s'arrête

Etape 5 : Propagation libre des photons + croissance perturbation densité



- * Les photons diffusent dans le milieu : homogénéisation
- * Les baryons forment un pic de densité à «150 Mpc» de la densité initiale de matière noire

Etape 6 : Action de la gravité pendant 500 millions d'années

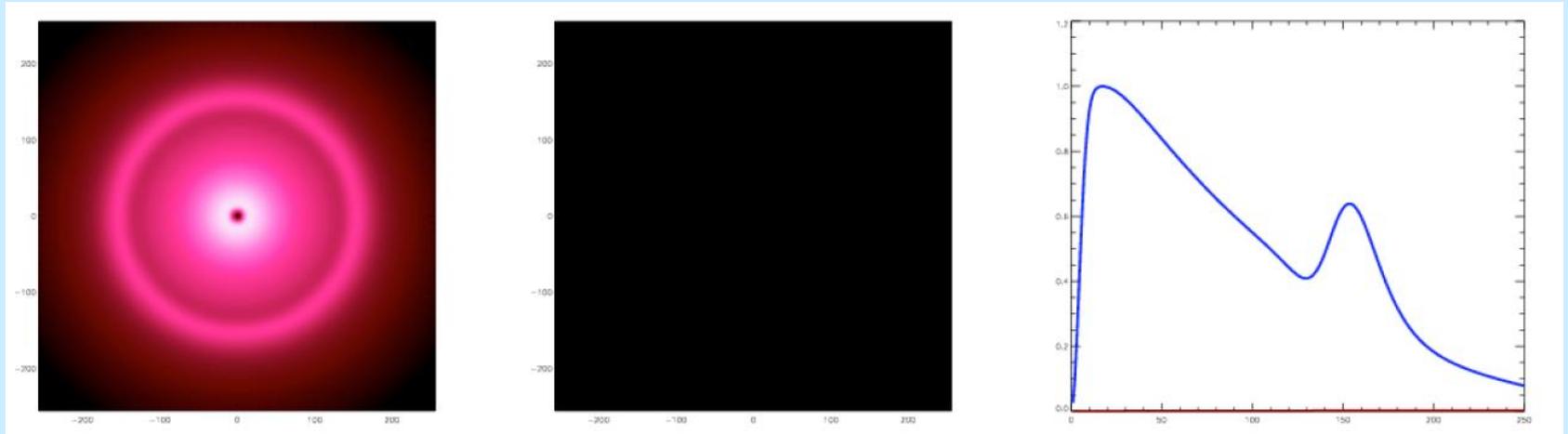


Les γ sont quasiment uniformes

Le pic de DM initial attire les baryons

Le pic de baryons attire de la DM

Etape 7 : Aujourd'hui après 14 milliards d'années



Baryons et DM ont atteint leurs densités d'équilibre dans le rapport Ω_b / Ω_M

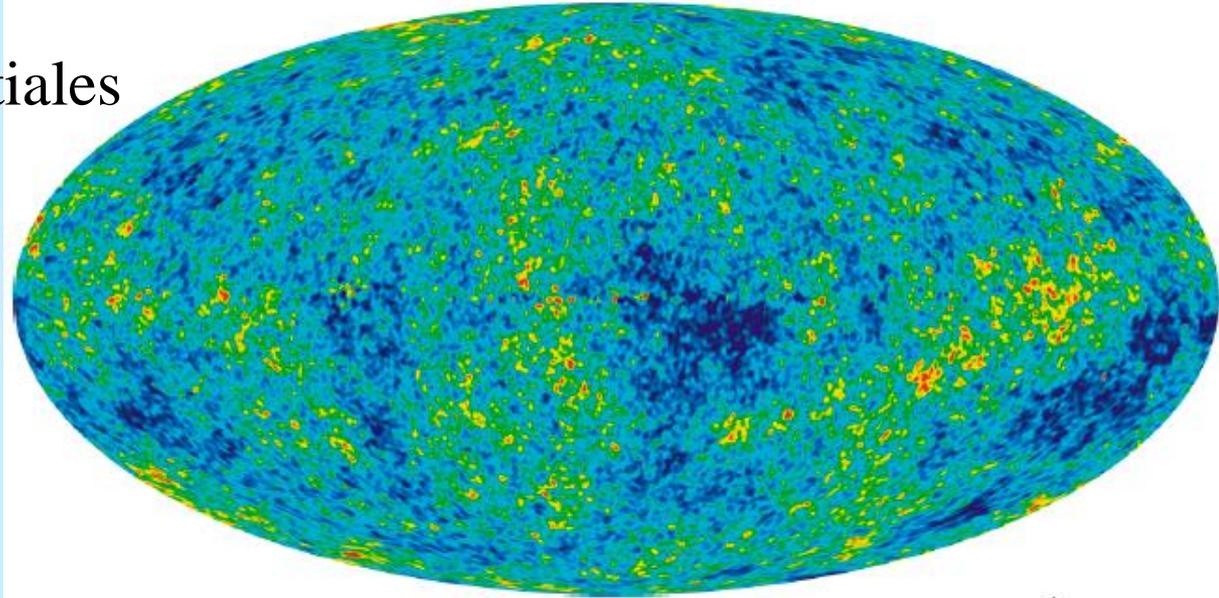
Configuration finale : pic initial + écho à 150 Mpc

Formation des galaxies : phénomène local (<10 Mpc)

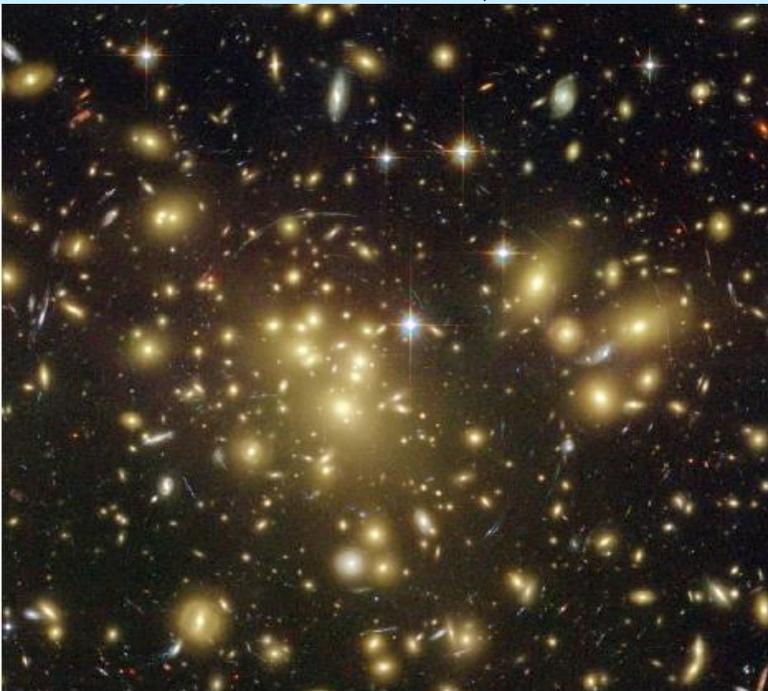
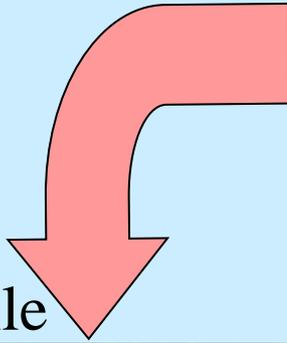
=> les évolutions ultérieures des deux pics sont découplées

La formation des structures : Observations

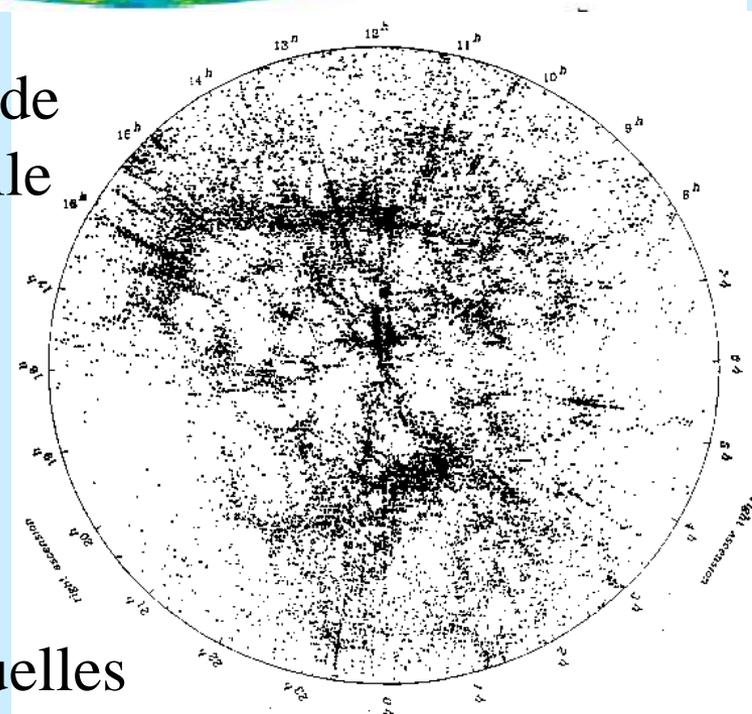
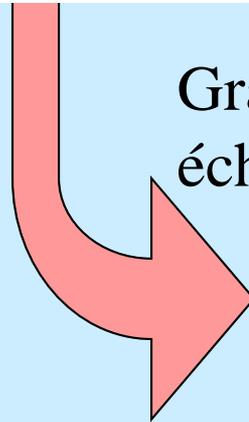
Conditions initiales



«Petite» échelle

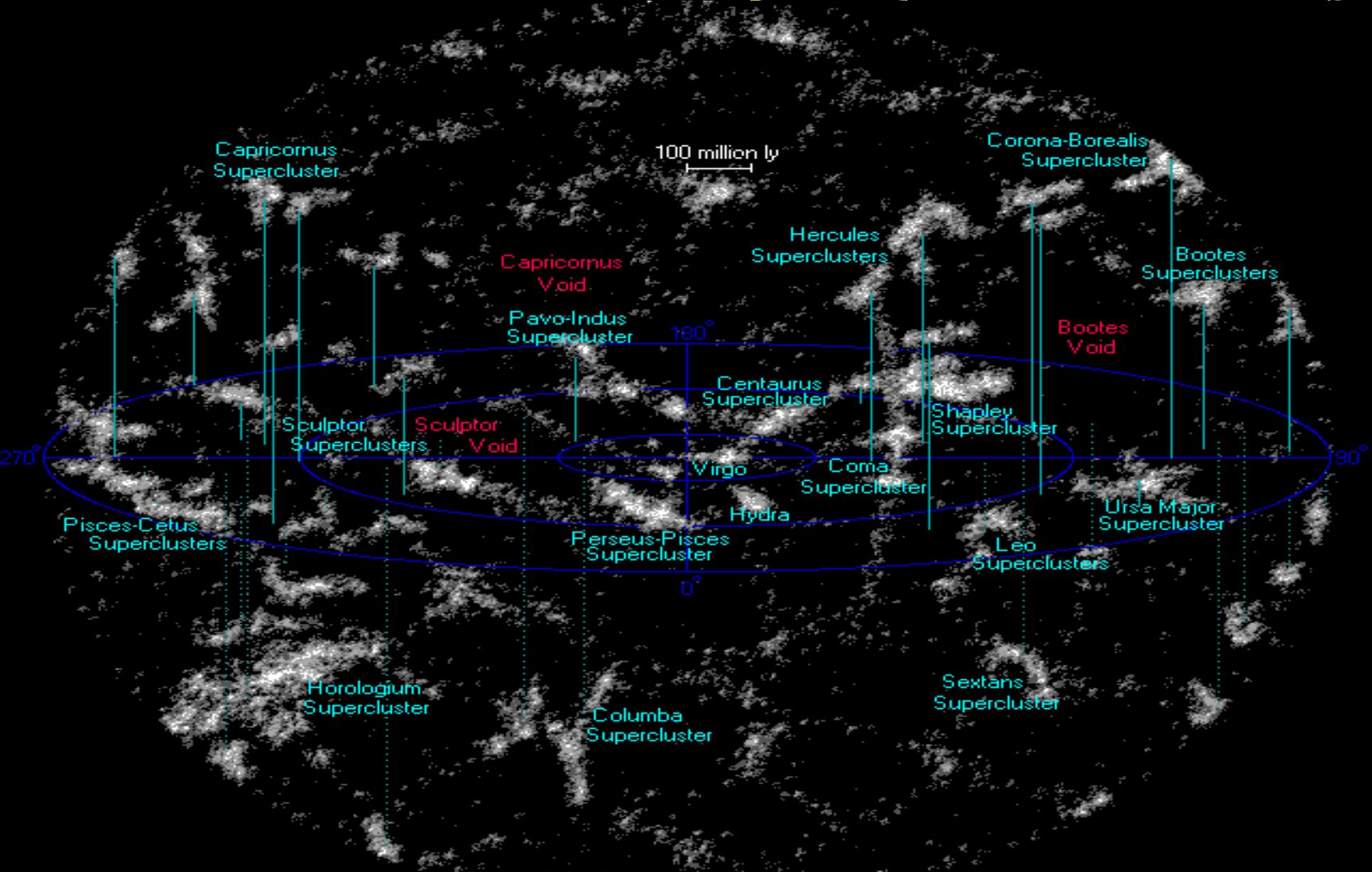


Grande
échelle

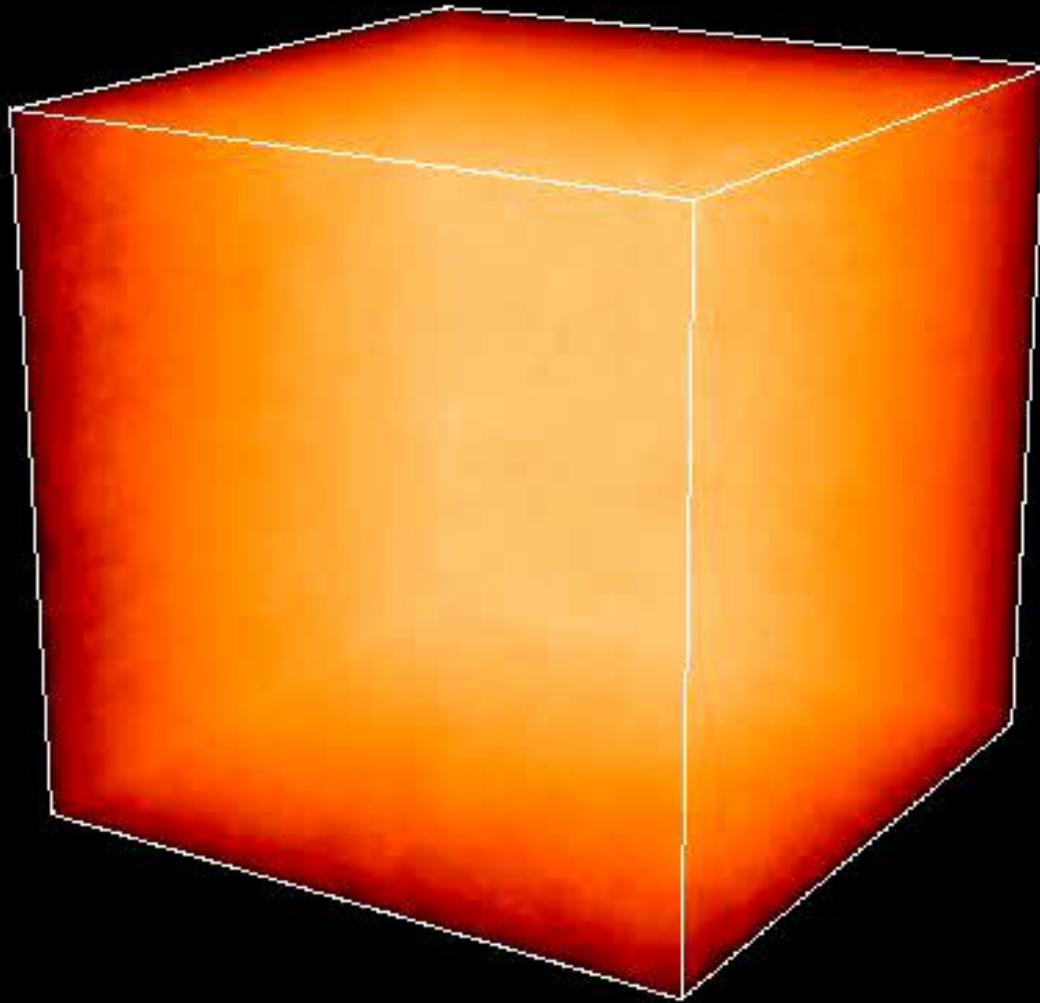


Situations actuelles

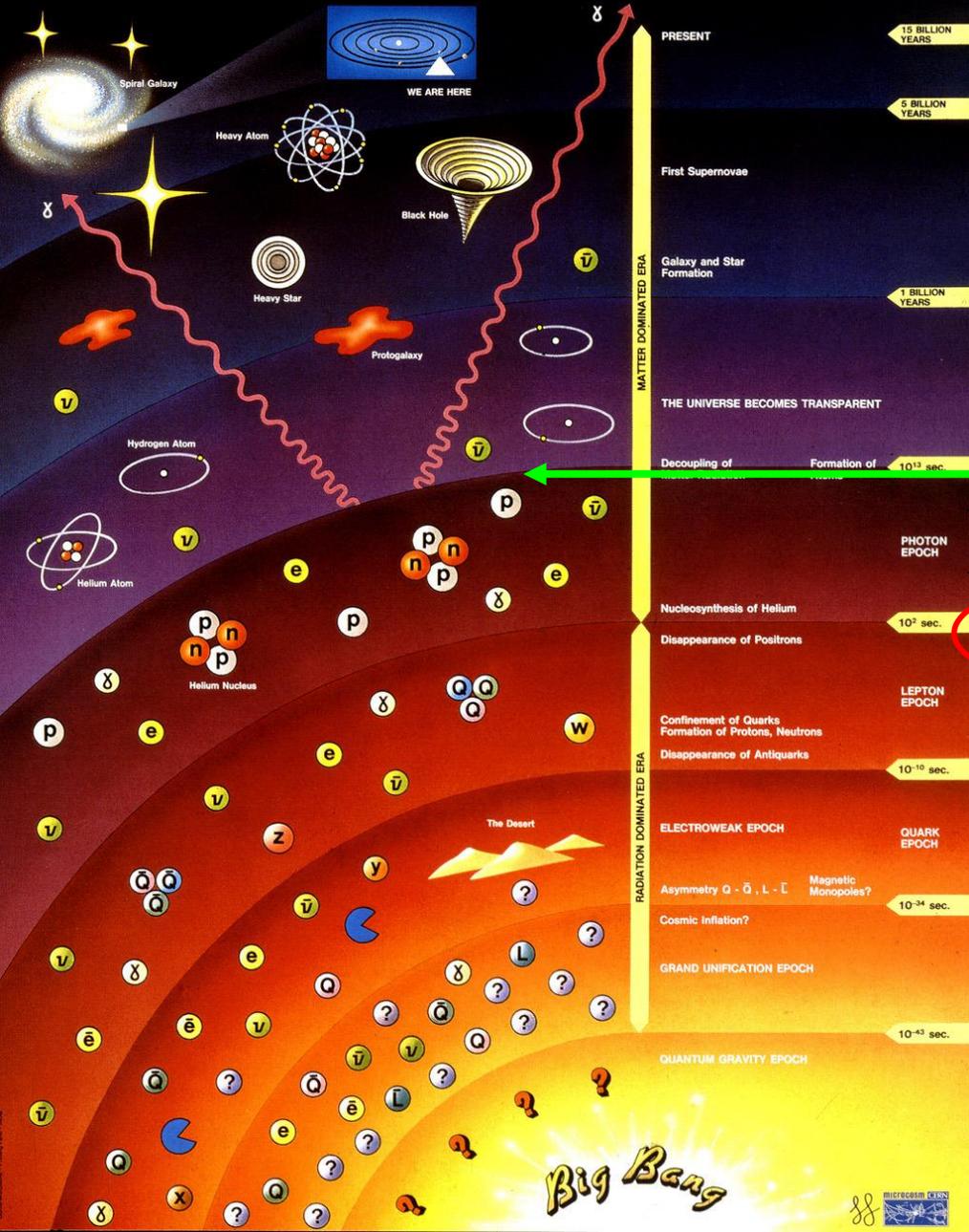
Filaments cosmiques (1 milliard AL)



La formation des structures : Simulations



History of the Universe



Formation structures

recombinaison

BAO

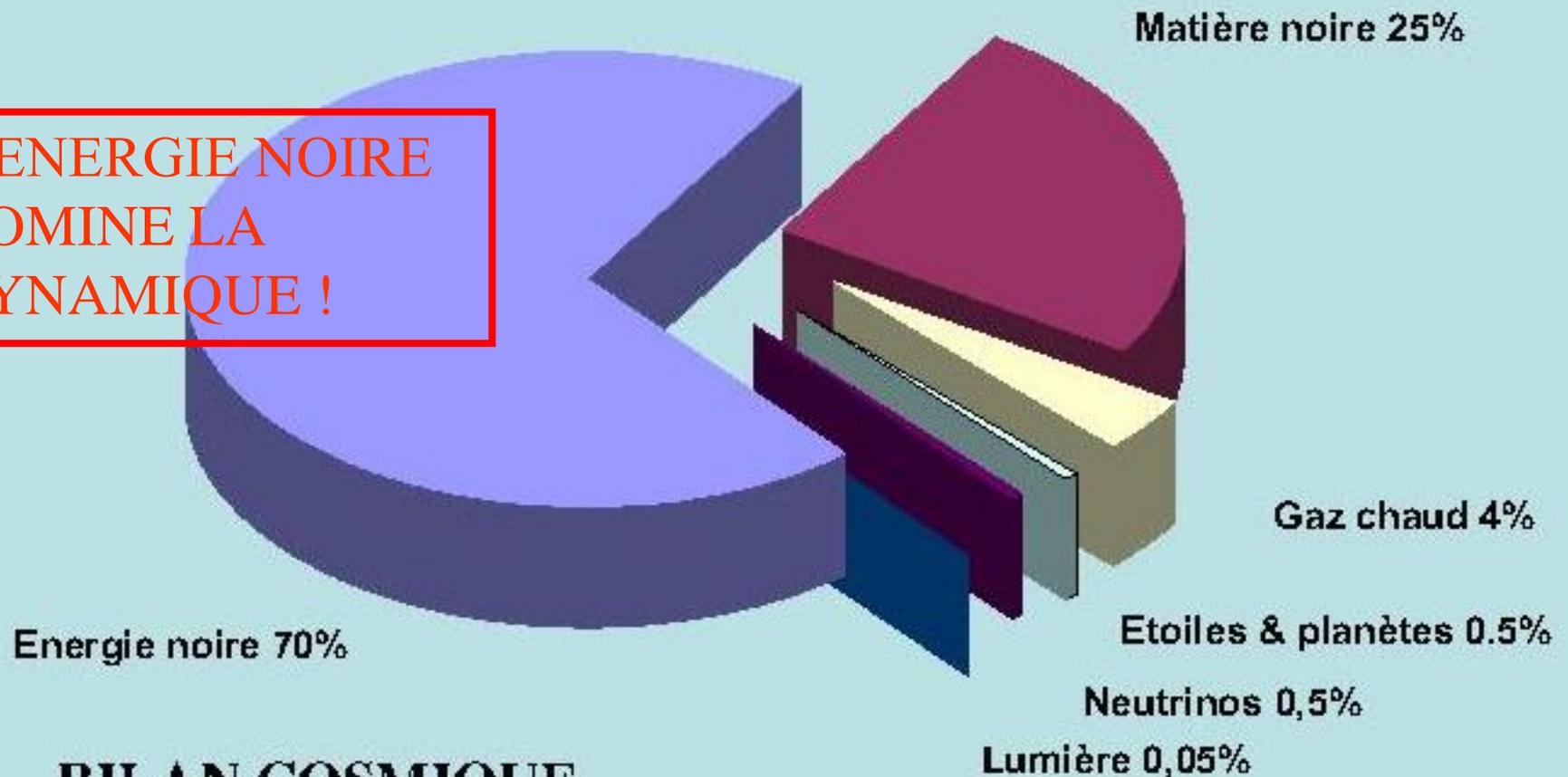
nucléosynthèse

inflation ?

Gravité quantique ?

Etonnante composition...La matiere dans l'Univers est essentiellement non baryonique

L'ENERGIE NOIRE
DOMINE LA
DYNAMIQUE !



BILAN COSMIQUE

**LA MATIERE NOIRE DOMINE
LA MATIERE !**

II: Cadre Mathématique :

Les Equations

Théorie: Etape 0: Description du Fond/Expansion dynamique (depuis 1930)

Expansion + Homogénéité/Isotropie + Relativité Générale



Etape 1: Description des inhomogénéités/Dyn. Perturbations (depuis 1970-85)

Observations : « 3 » types de tests

- Tests «Géométriques» : mesures de distances
- Tests «Dynamiques» : mesures croissance perturbations de densités
- Tests «Statistiques» : distributions statistiques des observations

métrie de Friedmann - Lemaitre - Robertson - Walker

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right]$$

$$k = 0, +1, -1$$

$$1+z = a_0/a = \lambda_0/\lambda$$

$$z = \Delta\lambda / \lambda$$

$$a_0^2 = -k / H_0^2 (1 - \Omega_T^0)$$

$$a_0 = 1 \quad (k = 0 \equiv \Omega_T = 1)$$

p. Hubble $H = \dot{a} / a$

$$H_0 = 100 h \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$$

$$E(z) = H(z)/H_0$$

p. décélération

$$q = -\ddot{a} / \dot{a} H^2$$

$$H(z) = H_0 e^{\int_0^z (1+q(z')) d \ln(1+z')}$$

Mesures actuelles :

$$H_0 \cong 72 \pm 2 - 8 \pm ? \quad (h \cong 0.72)$$

$$q_0 < 0 \quad 95\%CL$$

$$k \cong 0$$

Dynamique :

Dyn. métrique (espace-temps)

Dyn. matière-énergie

Equation d'Einstein :

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G_N T_{\mu\nu}$$

Relativité
Générale

Tenseur d'Einstein :

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{R}{2} g_{\mu\nu} (-\Lambda g_{\mu\nu})$$

tenseur de Ricci : $R_{\mu\nu} = \partial_\alpha \Gamma^\alpha_{\mu\nu} - \partial_\nu \Gamma^\alpha_{\mu\alpha} + \Gamma^\alpha_{\beta\alpha} \Gamma^\beta_{\mu\nu} - \Gamma^\alpha_{\beta\nu} \Gamma^\beta_{\mu\alpha}$

symboles de Christoffel : $\Gamma^\alpha_{\mu\nu} = \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \left[\frac{\partial g_{\beta\mu}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\beta\nu}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\beta} \right]$

scalaire de Ricci : $R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$

Métrie FLRW (plate, non perturbée) :

$$g_{00} = 1 \quad g_{ij} = -a^2 \delta_{ij}$$

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

Tenseur énergie-impulsion : **Fluide parfait** :

$$T_{00} = \rho \quad T_{ij} = P \delta_{ij}$$

Equations à la base de la cosmologie :

Principe
Cosmologique

Friedmann 1

$$H^2(z) = (\dot{a}/a)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_T - \frac{k}{a^2}$$

$$\Omega_T + \Omega_k = 1$$

$$\Omega_k = -k/a^2 H^2$$

$$\rho_c(z) = 3H^2(z)/8\pi G$$

$$\Omega_i(z) = \rho_i(z)/\rho_c(z)$$

$$\rho_T = \sum_{i=M,R,X} \rho_i$$

$$\Omega_T = \Omega_M + \Omega_R + \Omega_X$$

$$w_i = P_i/\rho_i$$

Conservation énergie :

$$\rho_i(z) = \rho_i^0 (1+z)^3 e^{3 \int_0^z w_i(z') d \ln(1+z')}$$

$$\dot{\rho}_i + 3H\rho_i(1+w_i) = 0$$

$$E(z)^2 = (H(z)/H_0)^2 = \Omega_M^0 (1+z)^3 + \Omega_R^0 (1+z)^4 + \Omega_k^0 (1+z)^2 + \Omega_X^0 (1+z)^3 e^{3 \int_0^z w_X(z') d \ln(1+z')}$$

Friedmann 2

$$\ddot{a}/a = -\frac{4\pi G}{3} (\rho_T + 3P_T)$$

$$q(z) = -\ddot{a}/aH^2 = \frac{\Omega_T}{2} (1+3w_T) = \frac{\Omega_T}{2} + \frac{3}{2} w_X \Omega_X$$

$$P_T \sim P_X$$

$$\rho_T \sim \rho_M + \rho_X$$

Tests Géométriques :

→ mesure de $H(z)$ directement

→ mesure de distances

Distances en cosmologie :

$$d(z) = a_0 \left\{ \begin{array}{l} \sin \\ \sinh \end{array} \right\} \frac{1}{a_0} \int_0^z \frac{dz}{H(z)} \quad k = \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 0 \\ -1 \end{array} \right.$$

$$E(z)^2 = (H(z)/H_0)^2 = \Omega_M^0 (1+z)^3 + \Omega_R^0 (1+z)^4 + \Omega_k^0 (1+z)^2 + \Omega_X^0 (1+z)^3 e^{3 \int_0^z w_X(z') d \ln(1+z')}$$

distances lumineuse : $d_L = (1+z)d$

(eg SNIa)

angulaire : $d_A = d/(1+z)$

(eg BAO/diamètre-galaxies)

connexions observations - théorie :

$$\Phi_{obs} = \frac{L_e}{4\pi d_L^2}$$

et

$$\theta_{obs} \cong \frac{D}{d_A}$$

Observables : «chandelles standards» $L=cste$, «règles étalons» $D=cste$

Paramètres de normalisation (\sim mesures locales de L et D)

Paramètres cosmologiques : ceux de $H(z)$ (Ω 's, w 's) + normalisation

Perturbations (scalaires) :

$\delta \ll 1$ Théorie linéaire (grande échelle)
 $\delta \geq 1$ non-linéaire (petite échelle)

Perturbation de densité :

$$\delta = \frac{(\rho - \bar{\rho})}{\bar{\rho}}$$

Perturbation de la métrique :

$$g_{\mu\nu} = \bar{g}_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$$

$$h_{\mu\nu} = 2\Psi c^2 dt^2 + 2\Phi a^2 h_{ij} dx^i dx^j$$

$$g_{00} = 1 + 2\Psi(t, \vec{r})$$

$$g_{ij} = -a^2(t) \delta_{ij} (1 + 2\Phi(t, \vec{r}))$$

Equation de Poisson :

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \bar{\rho} \delta$$

(connexion métrique-densité)

Fluide parfait :

$$\Phi = \Psi$$

($\Delta(\Phi - \Psi) \neq 0$: *stress anisotrope*)

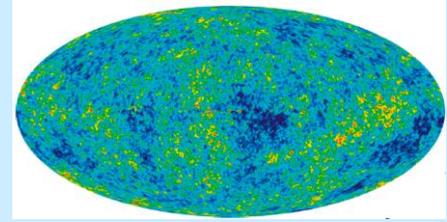
Evolution des perturbations de densité :

$$\ddot{\delta} + 2H \dot{\delta} - 4\pi G \bar{\rho} \delta = 0$$

en régime linéaire : $\delta(t, \vec{r}) \approx D(t) \delta(\vec{r})$

$$D(z) = \frac{5}{2} \Omega_M E(z) \int_z^\infty \frac{1+z}{E(z)^3} dz$$

Tests Dynamiques :



Dynamique des perturbations :

- besoin d'un spectre de fluctuations primordiales (cond. init. eg: Inflation)
- compétition entre gravitation et pression (Relativité Gén. & Physique) :
- dépend des échelles de temps et de distances (signatures observ.) :
- dépend de la quantité de matière (Matière Noire)
- dépend du taux d'expansion (H_0 , Energie noire)
- dépend de la composition de la matière (CDM, H/WDM, baryons, neutrinos)

Champ de surdensité : $\delta(t, \vec{r}) = \frac{\rho(t, \vec{r}) - \bar{\rho}(t)}{\bar{\rho}(t)} \approx D(t)\delta(\vec{r})$ régime linéaire

$$\ddot{\delta} + 2H \dot{\delta} - 4\pi G_N \rho_m \delta = 0$$

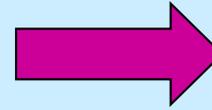
Cas général (non linéaire) : * codes de boltzmann
* simulations N-corps

Evolution spatiale (spatio-temporelle) : tests « statistiques »

Evolution temporelle (ère de la matière) : tests « dynamiques »

Evolution temporelle (ère de la matière+approximation linéaire) :

$$\ddot{\delta} + 2H \dot{\delta} - 4\pi G_N \rho_m \delta = 0$$



$$\delta(t, \vec{r}) \approx D(t) \delta(\vec{r})$$

Définition du **taux de croissance** f :

$$f(a) \equiv \frac{d \ln(D(a))}{d \ln a}$$

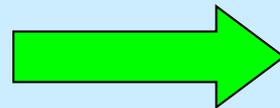
Définition de **l'index de croissance** γ :

$$f(z) \approx \Omega_m(z)^\gamma$$

f dépend de l'expansion et de la théorie de la gravitation.

γ est très sensible à la théorie de la gravitation sous-jacente mais peu au fond :

Relativité Générale OK



$$\gamma \approx 0.55 + 0.02(1 + w(z = 1))$$

Ex DGP (extra-dimensions)



$$\gamma \approx 0.68$$

Tests Statistiques :

$$\delta(t, \vec{r}) = \frac{\rho(t, \vec{r}) - \bar{\rho}(t)}{\bar{\rho}(t)} \approx D(t) \delta(\vec{r}) \quad (\bar{\delta} = 0)$$

Champ de surdensité :

Observable de base 1 :

La fonction de corrélation (à 2 points):

$$\xi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \equiv \langle \delta(\vec{r}_1) \delta(\vec{r}_2) \rangle = \xi(r)$$

Excès de probabilité # distribution aléatoire de trouver 2 fluctuations séparées de r :

$$dP_r = \bar{\rho}^2 (1 + \xi(r)) dV_1 dV_2$$

directement reliée à la variance de la distribution δ à l'échelle r " $\xi(r) = \langle \delta^2 \rangle = \sigma_\delta^2(r)$ "

Mesures/Observations (eg galaxies) :

Comptage de paires à séparation r

$$1 + \xi(r) = \frac{\langle DD \rangle_r}{\langle RR \rangle_r}$$

D=Data

R=random

dist. Poisson

Transformée de Fourier

$$\tilde{\delta}(\vec{k}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d\vec{r} \delta(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r}}$$

Observable de base 2 : Le spectre de puissance :

$$P(k) \equiv \langle \tilde{\delta}(\vec{k}_1) \tilde{\delta}(\vec{k}_2) \rangle = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^3r \xi(r) e^{i\vec{k}\vec{r}}$$

Importance de la statistique à 2 points :

distribution densité résulte de bcp processus indépendants
+ Th. Limite centrale => distribution densité ~ gaussienne
or distribution gaussienne complètement déterminée par sa moyenne
($\bar{\delta} = 0$) et sa variance σ_δ (ou $\xi(r)$ ou $P(k)$)

Re : stat. à 3 points : tests de la non-gaussianité

- $\xi(r)$ ou $P(k)$? :
- * même informations
 - * les deux peuvent être mesurés
 - * $P(k)$ tel que les différents modes sont non-corrélés
 - * Modèles th. donnent $P(k)$ => observations aussi

Caractéristiques de base du spectre de puissance :

➔ indice spectral n : $P_{ini}(k) \approx A k^n$

➔ normalisation σ_8 : $\sigma^2(R) = \int \frac{dk}{k} \frac{k^3 P(k)}{2\pi^2} W^2(kR)$

W : fonction fenêtre
(en gal «top-hat sphérique»)

$$\sigma_R(z) = \sigma_R(0)D(z)$$

$$f(z) \sim \Omega_m^\gamma(z)$$

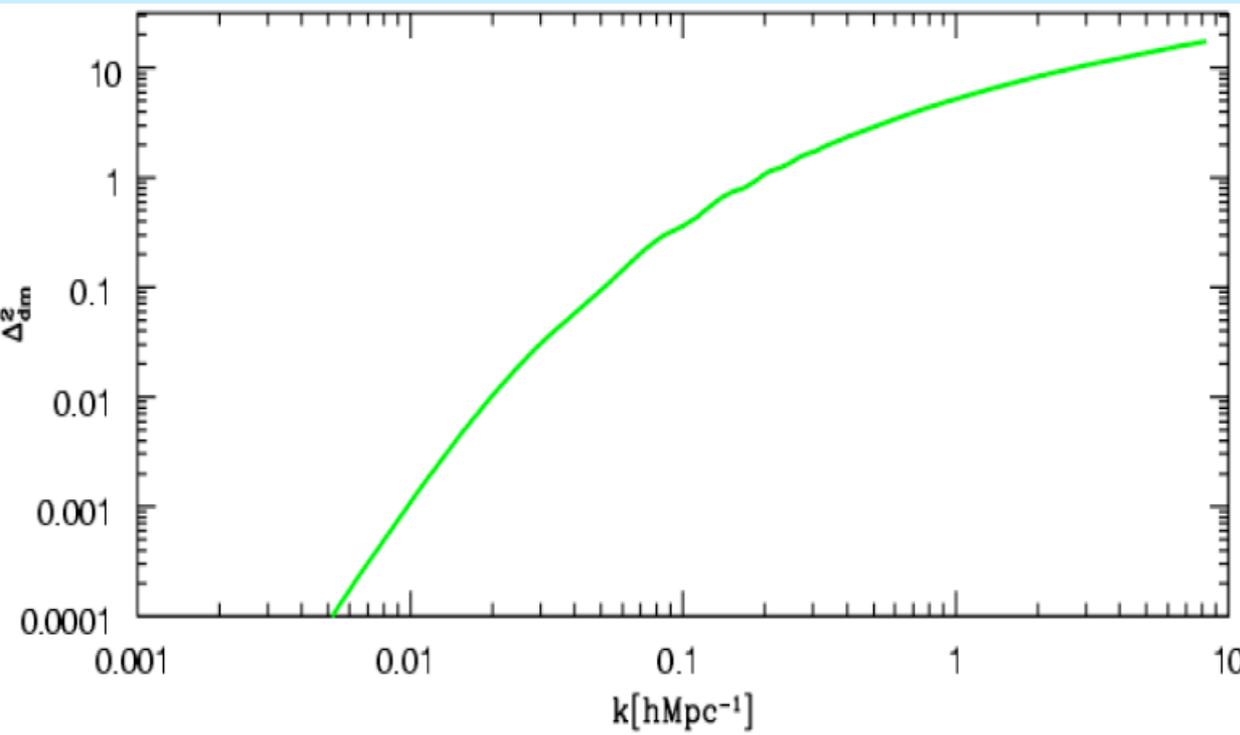
$$\sigma_8 = \sigma(R = 8h^{-1}Mpc)$$

$$D(z) = \exp \left[- \int_0^z f(z) d \ln(1+z) \right]$$

Spectre de puissance primordial $P_{ini}(k)$:

Spectre invariant d'échelle de Harrison - Zeldovich (~1970) :

$$n=1$$



grandes échelles

petites échelles

Modèles d'inflation (1984) :

Les fluctuations sont :

* ~ Gaussiennes

* $n \lesssim 1$

* ~ adiabatiques (régions surdenses contiennent des surdensités de toutes les espèces + $\delta\rho \approx \delta p$)

$$\Delta^2(k) \equiv k^3 P(k) / 2\pi^2.$$

Spectre normalisé

Evolution des perturbations :

- * compétition entre gravitation et pression
- * => dépend des échelles de temps et distances
- * => de la composition de la matière (CDM, H/WDM, b, ν)

→ égalité des termes (gravit. vs pression) pour l'échelle de Jeans

Comportement des modes selon l'ère cosmique : $\lambda_J = c_s / \sqrt{G_N \rho_M}$

→ Ere de la radiation : $\lambda < \lambda_H$ modes supprimés (pression R) $\lambda_H \approx c / H(z)$
 $\lambda > \lambda_H$ croissance rapide

→ A z_{eq} $\lambda_J = \lambda_H$ puis λ_J décroît rapidement

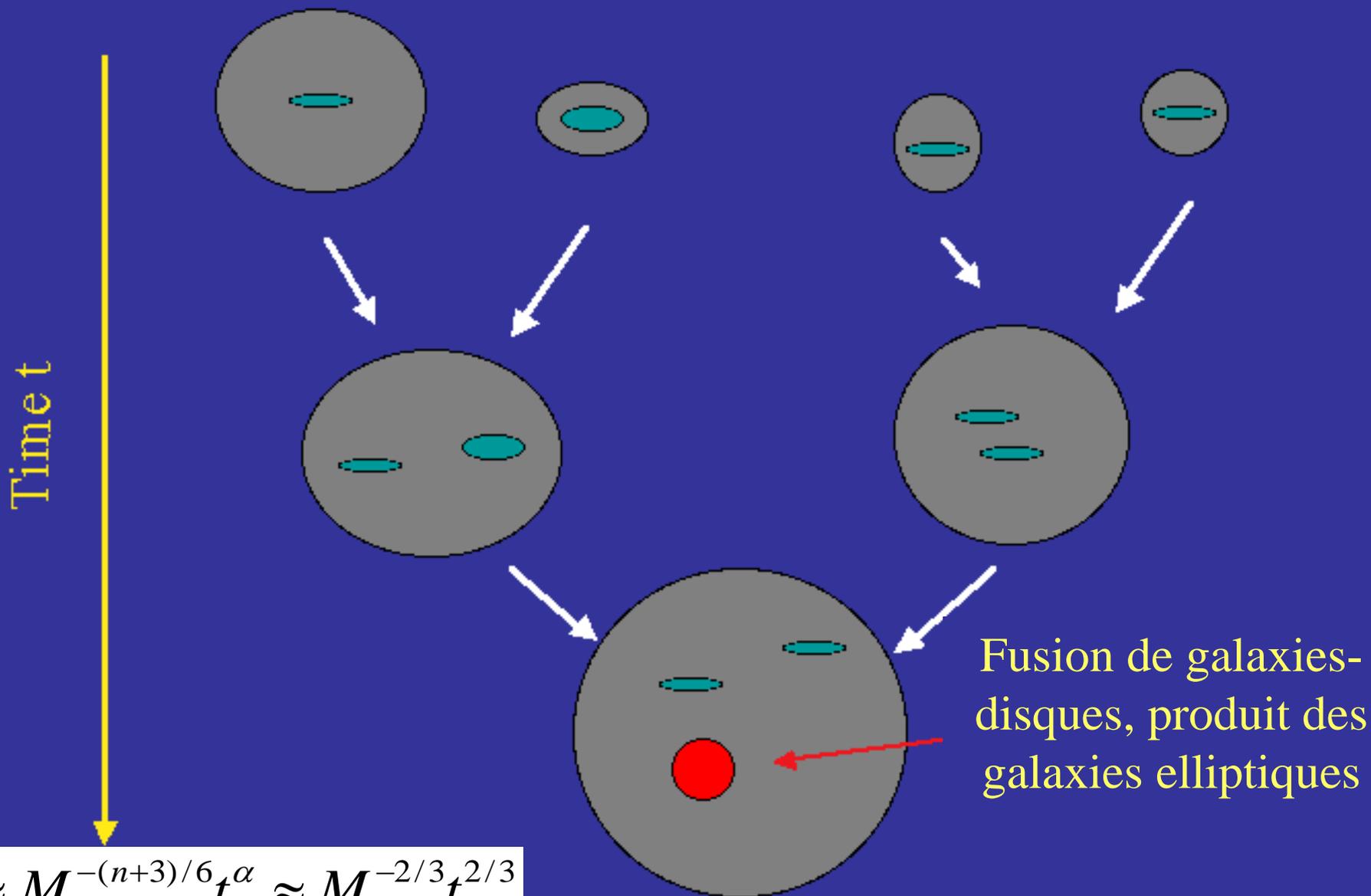
→ Ere de la matière : tous les modes croissent linéairement $k_{eq} \approx 0.075 \Omega_M h^2$

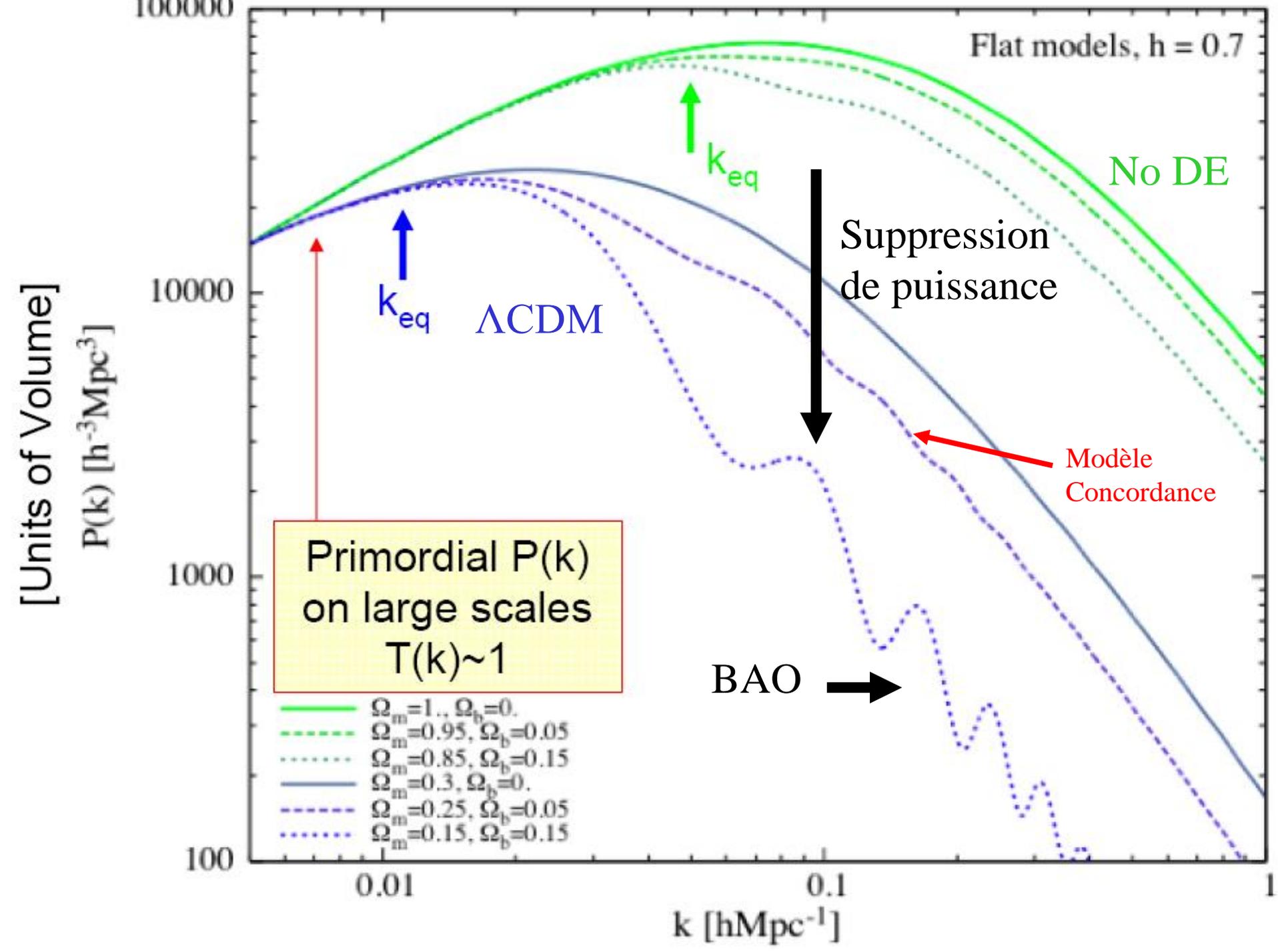
→ A z_{dec} : CMB + BAO (horizon sonore se fixe) $z_{dec} = 1089 \pm 3 \pm ? \dots$

→ Ere de l'énergie noire (Λ ?) : la croissance est finie $z_{acc} \approx 0.5 - 0.8$

Ces évolutions vont avoir des conséquences observationnelles mesurables. Ex: Formation hiérarchique des structures : petites structures se forment en premier puis s'amassent (+Modèles de collapse sphérique+évol. NL)

Formation hiérarchique des structures

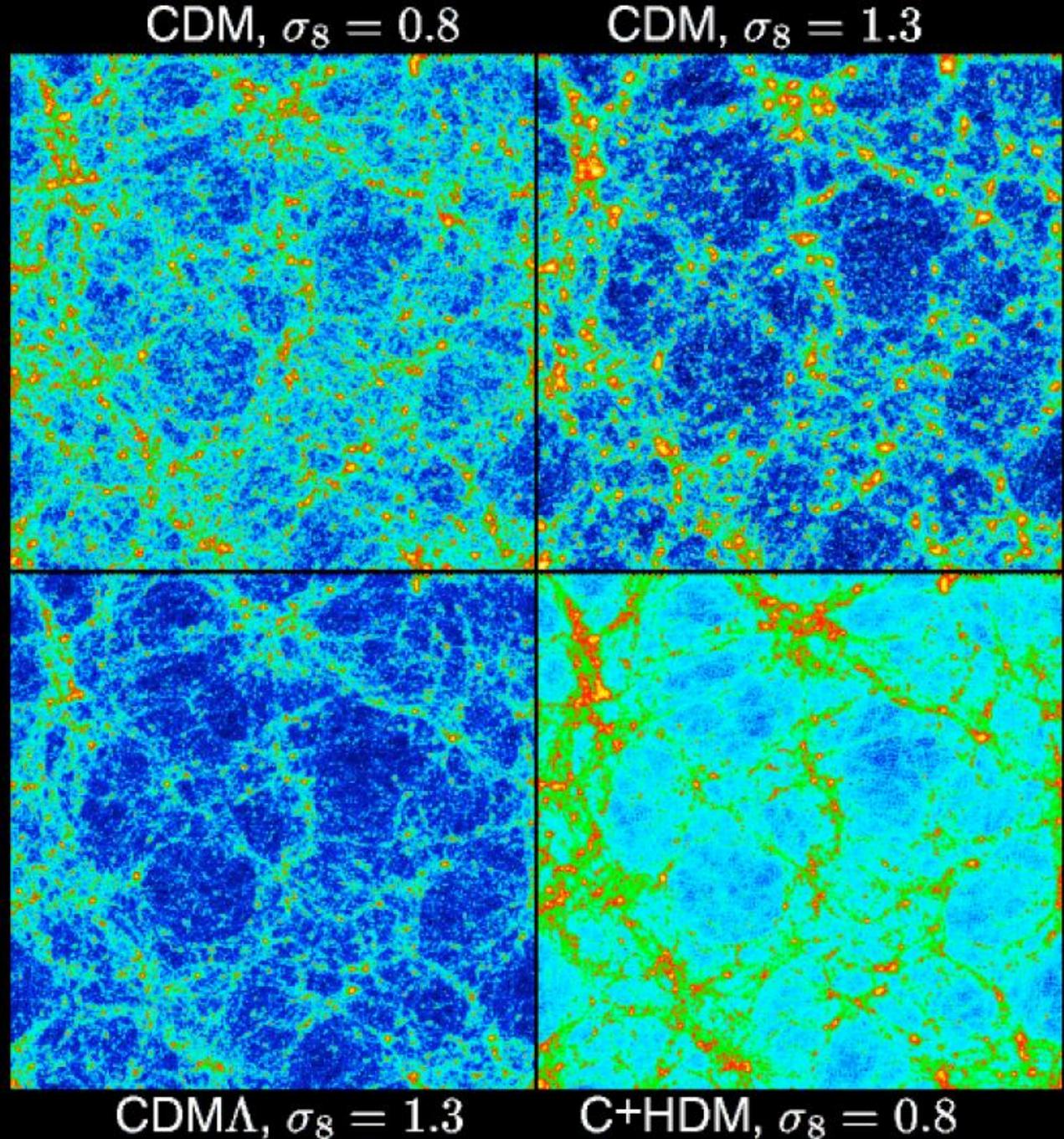




Paramètres cosmologiques contraints par l'étude de l'évolution du spectre de puissance :

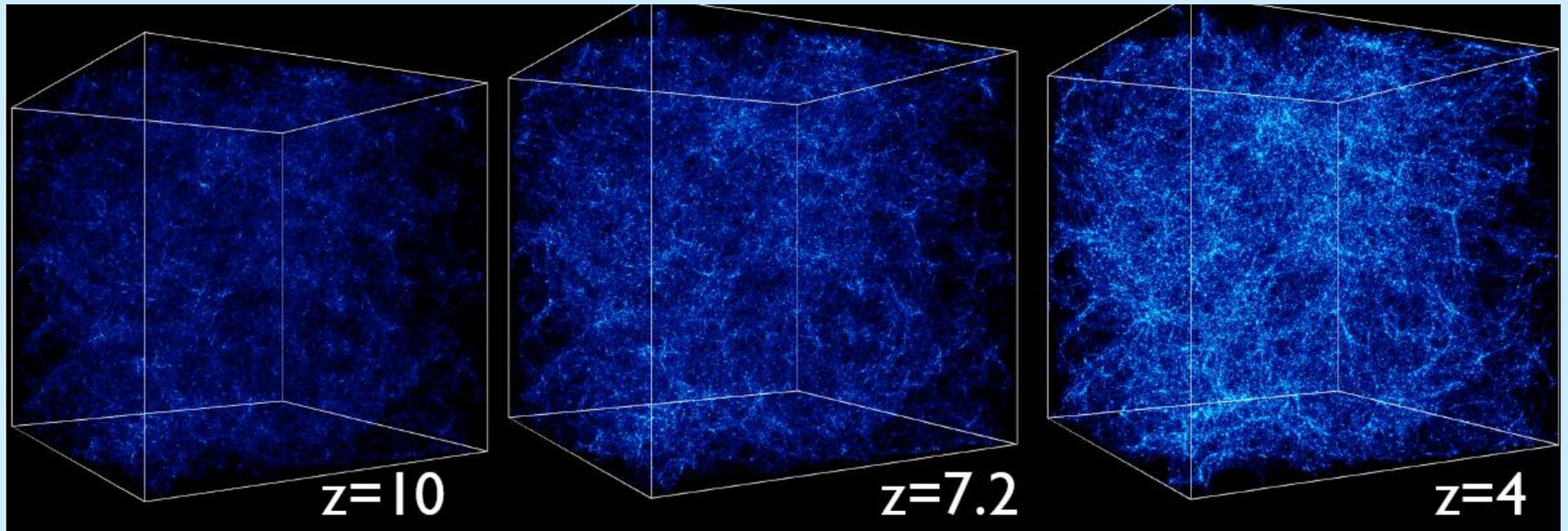
- spectre de puissance primordial : indice (n), normalisation (A/ σ_8) ... (conditions initiales : fin inflation, $z > 10^5$)
- composition de la matière : $\Omega_M, \Omega_b, \Omega_\nu$ (BAO: entre $z_{\text{eq}} \sim 10^4$ $z_{\text{dec}} \sim 10^3$)
- nature de la matière noire : $w_M(z)$ (passage relat.- non relat. : z_{eq})
- courbure, énergie noire, évolution : $\Omega_k, \Omega_{\text{DE}}, w_{\text{DE}}(z), \gamma, \sigma_8$ (évolution du taux de croissance de z_{dec} à aujourd'hui)

Normalisation :
 σ_8 observable
sensible a de très
nombreux
paramètres
cosmologiques

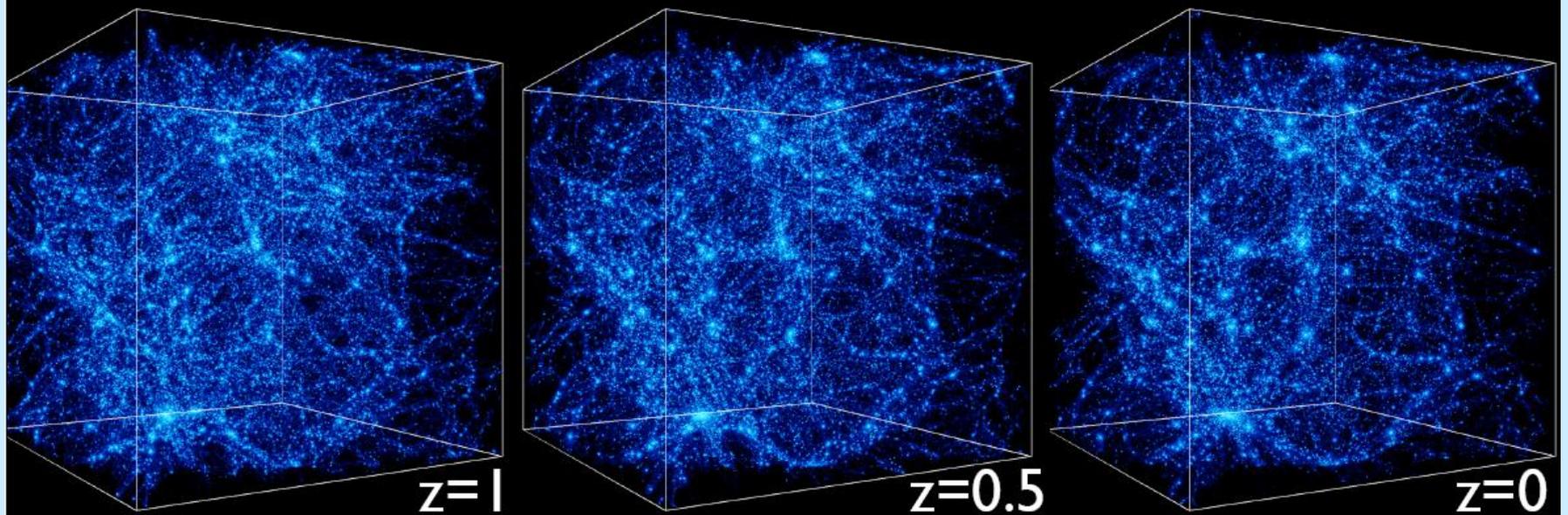


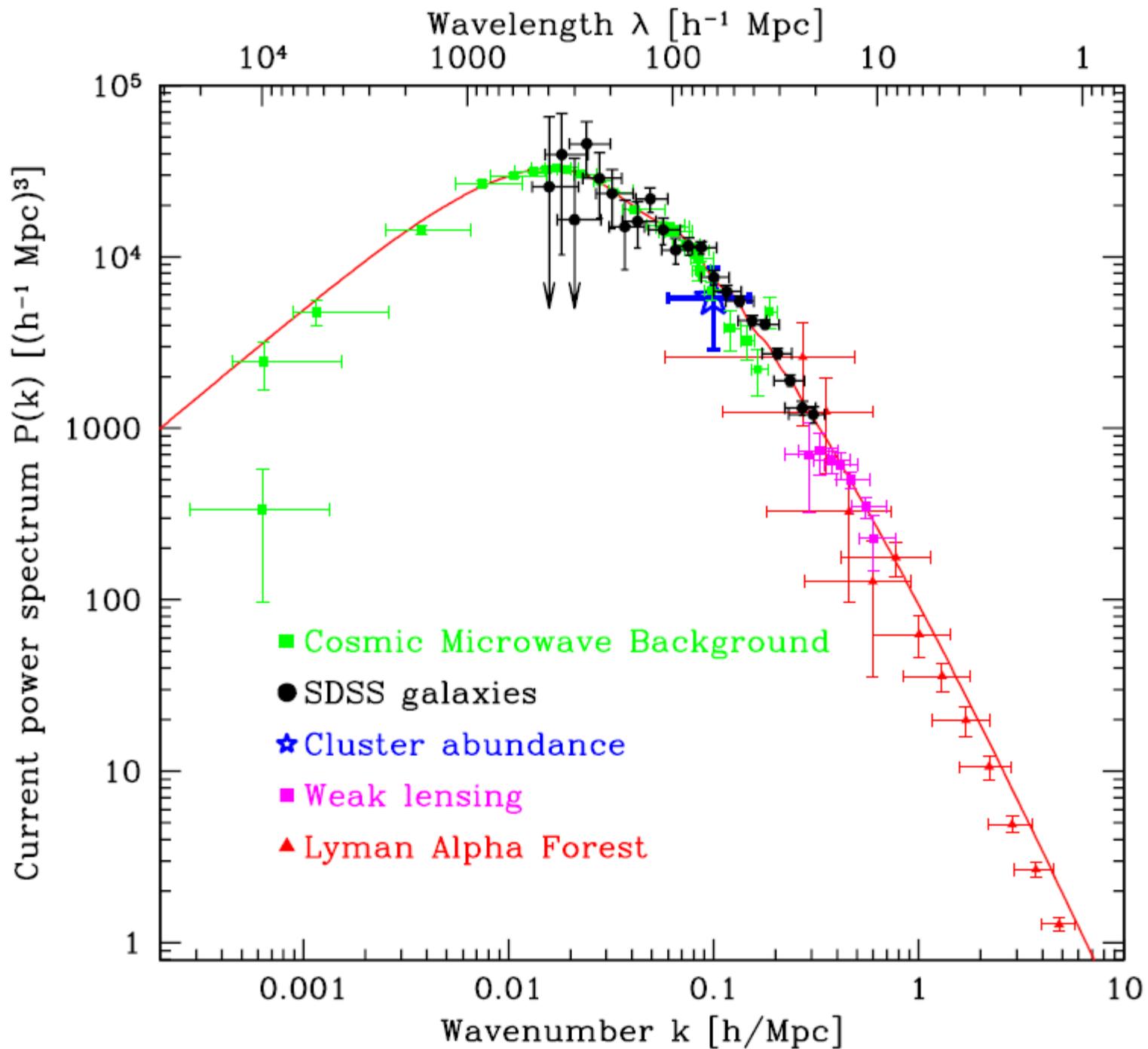
Warren *et al.*, Los Alamos

Evolution temporelle : très sensible à l'expansion + RG



$$a = 1/(1+z)$$





III: Cadre Observationnel :

Les sondes cosmiques

Les SNIa

Les SNIa comme chandelles standardisables

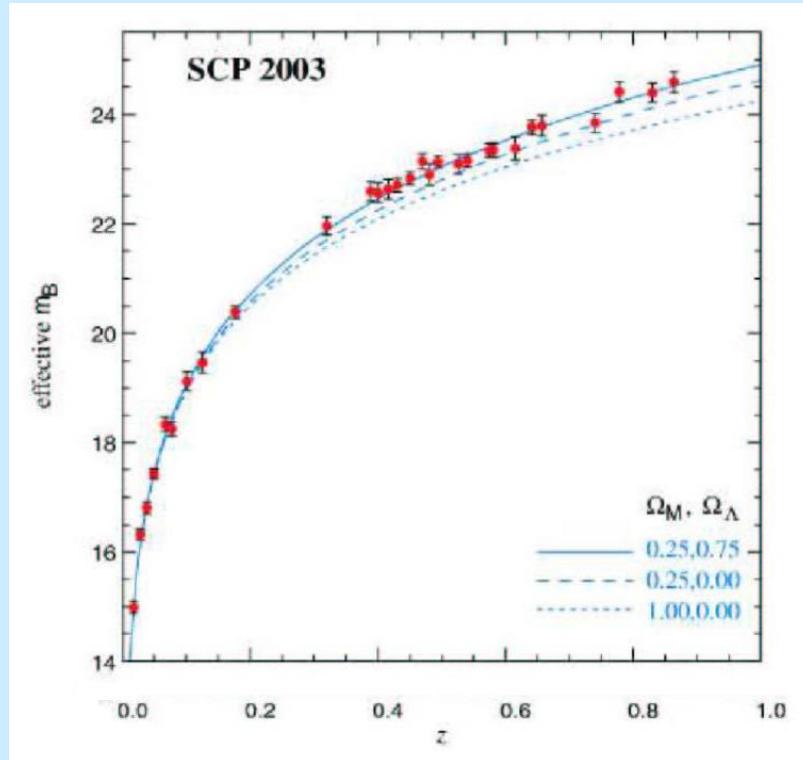
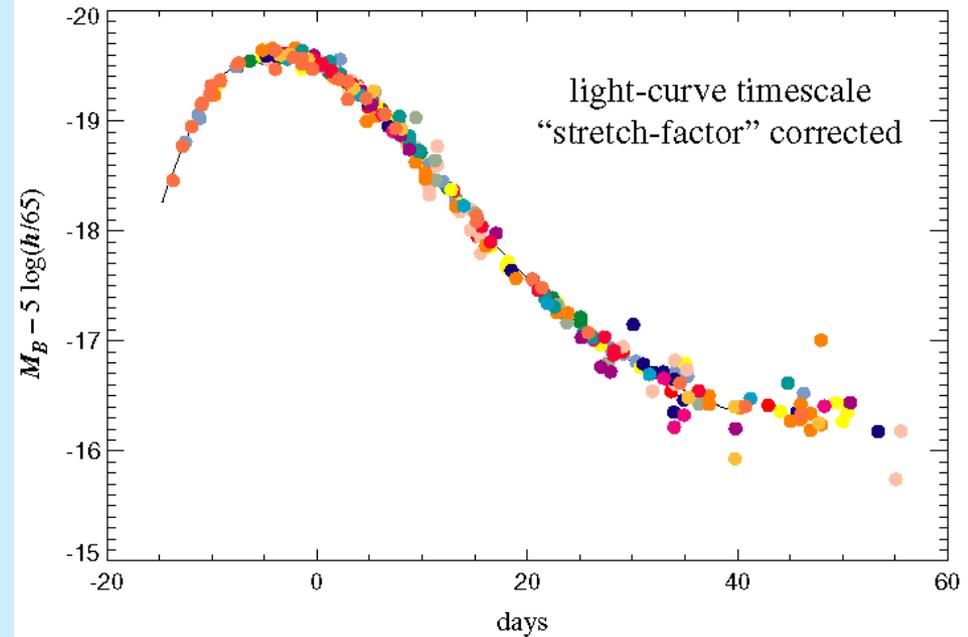
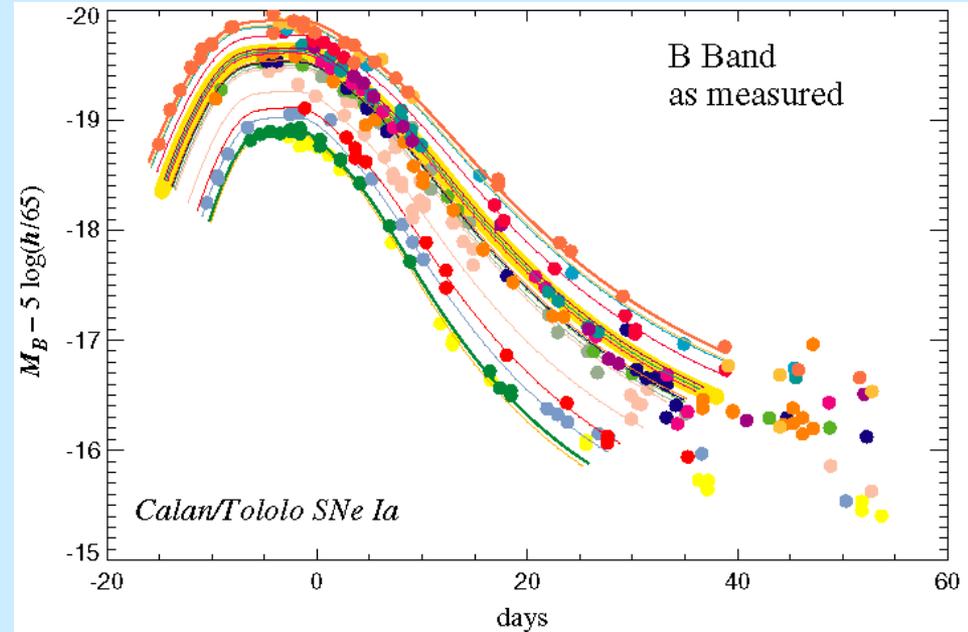
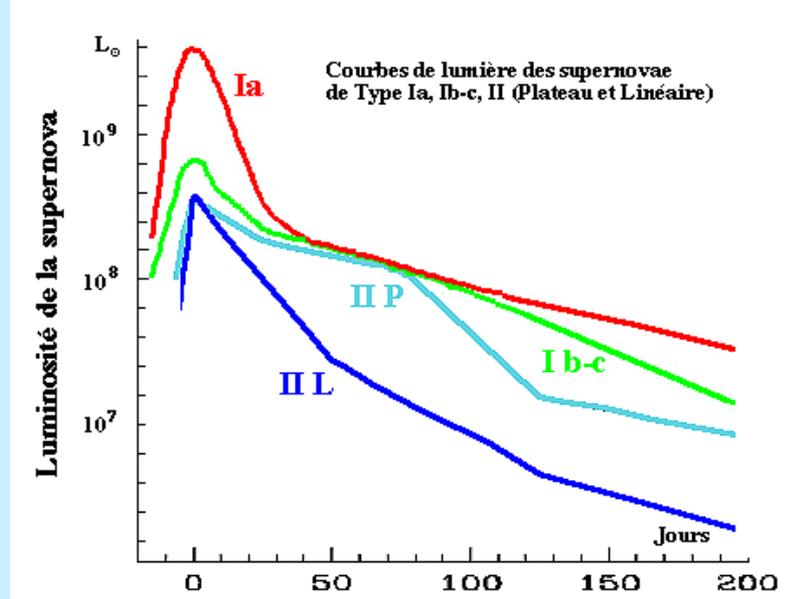


Diagramme de Hubble

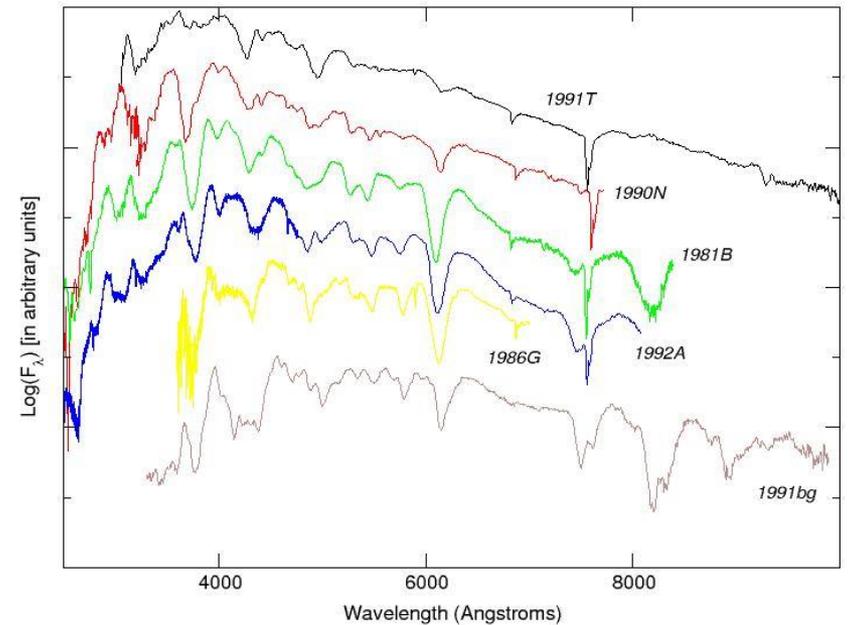
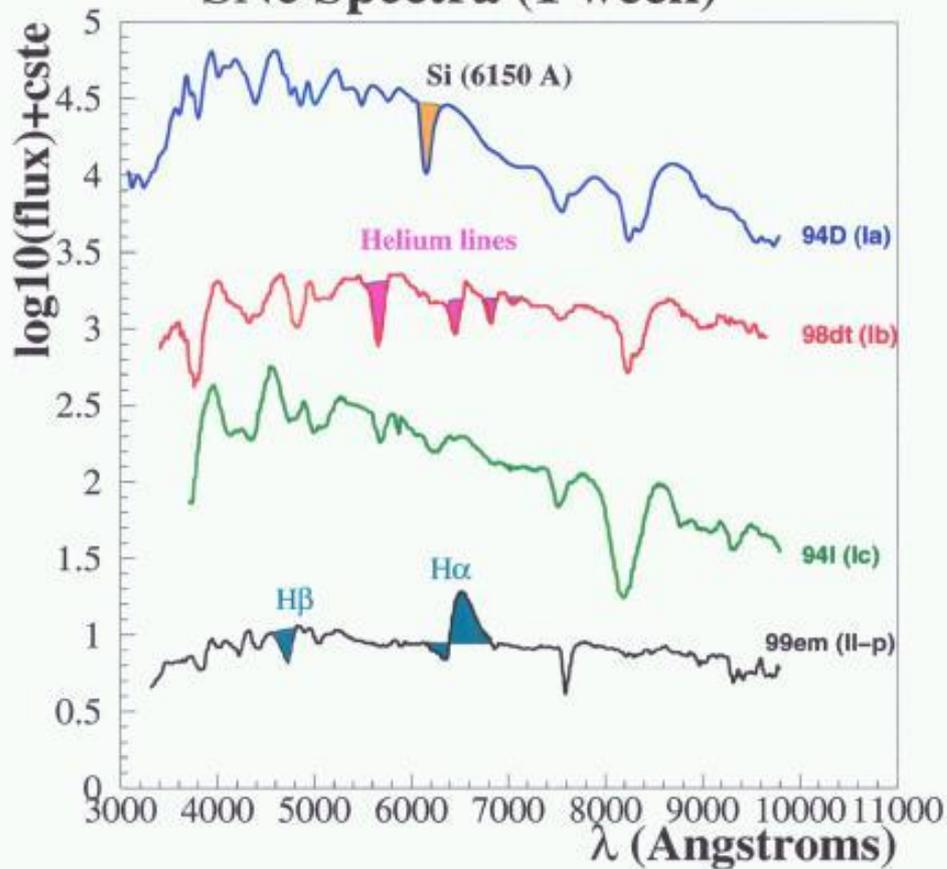
Courbes de lumière



Identification des SNIa



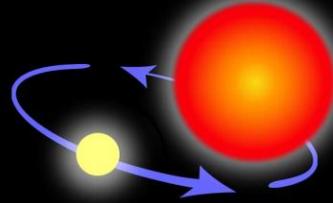
SNe Spectra (1 week)



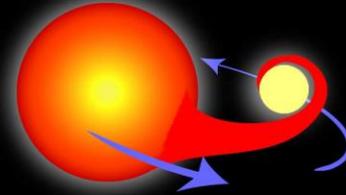
The progenitor of a Type Ia supernova



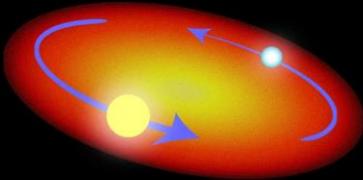
Two normal stars are in a binary pair.



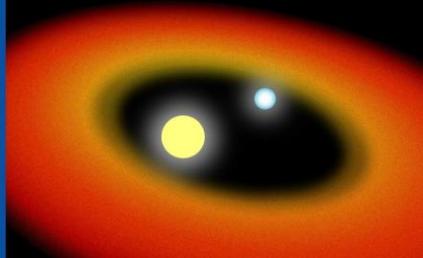
The more massive star becomes a giant...



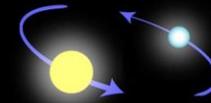
...which spills gas onto the secondary star, causing it to expand and become engulfed.



The secondary, lighter star and the core of the giant star spiral inward within a common envelope.



The common envelope is ejected, while the separation between the core and the secondary star decreases.



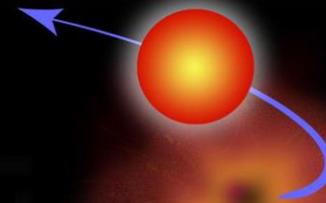
The remaining core of the giant collapses and becomes a white dwarf.



The aging companion star starts swelling, spilling gas onto the white dwarf.



The white dwarf's mass increases until it reaches a critical mass and explodes...



...causing the companion star to be ejected away.

Le CMB

Les fluctuations de température $\Delta T/T$ sont calculées théoriquement :

$$\frac{\Delta T(\mathbf{n})}{T} = \left[\frac{1}{4} \delta^{(r)} + \mathbf{v}^{(m)} \cdot \mathbf{n} + \Psi \right] \Big|_{(\eta_0, \mathbf{x}_0)}^{(\eta_{\text{dec}}, x_{\text{dec}})} + \int_{\eta_{\text{dec}}}^{\eta_0} (\dot{\Psi} + \dot{\Phi})(\eta, \mathbf{x}(\eta)) d\eta$$

BAO
Doppler
Gravit.
ISW

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \bar{\rho} \delta$$

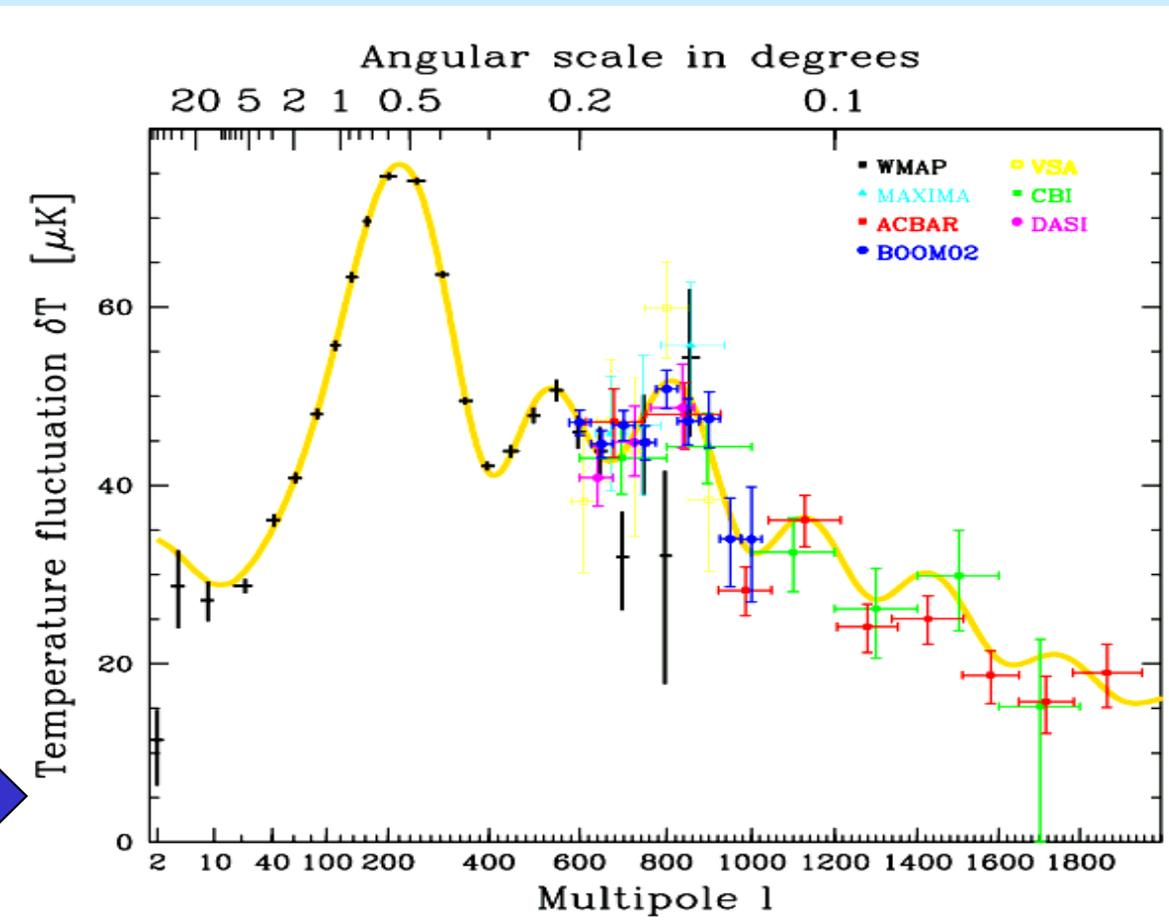
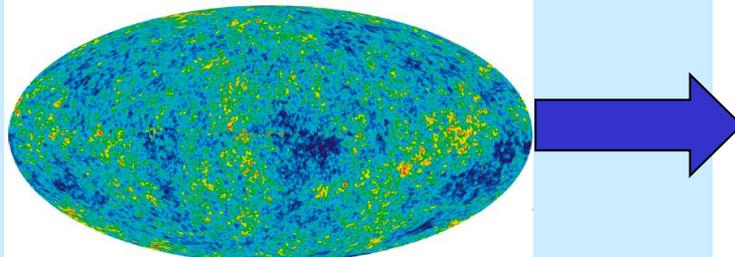
Les $\Delta T/T$ peuvent être décomposées sur une sphère :

$$\frac{\Delta T}{T} = \sum_{l,m} a_{lm} Y_{lm}(\vec{n})$$

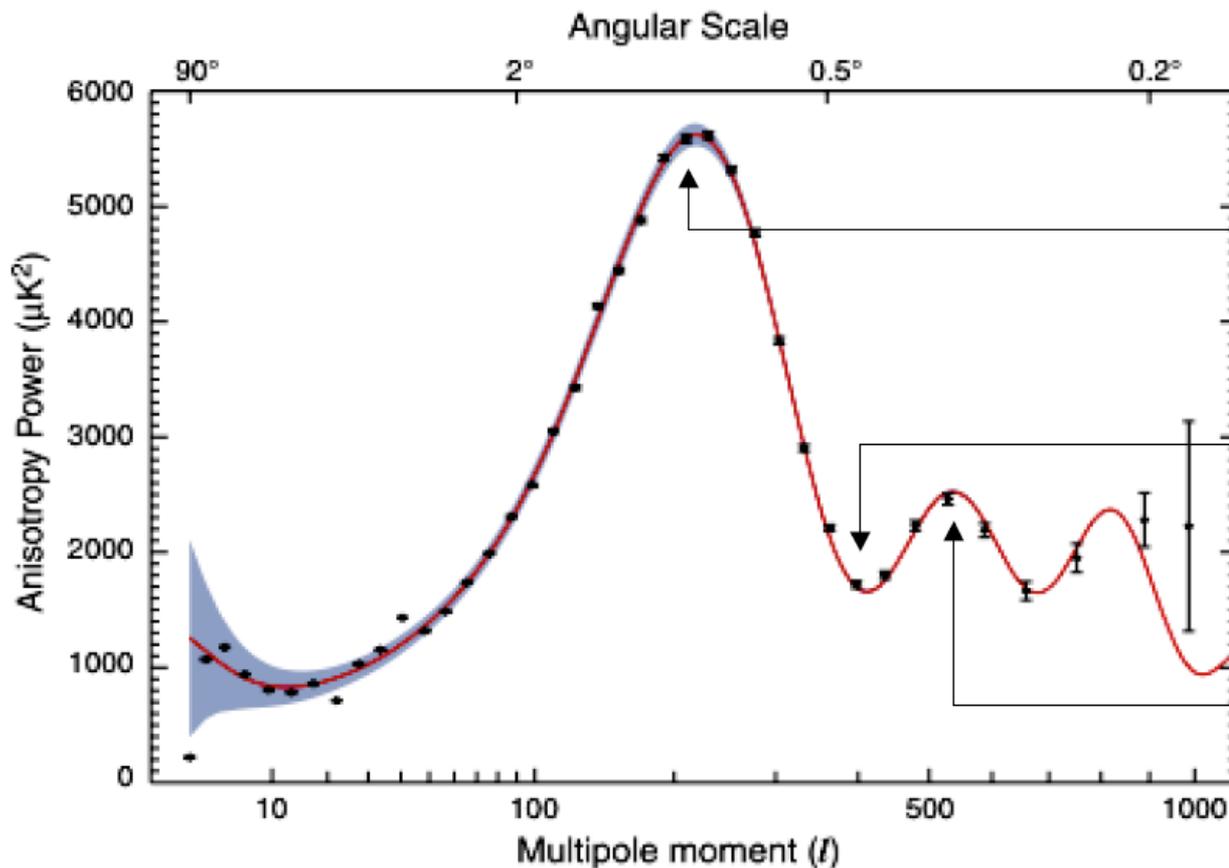
Définition des C_l 's :
moyenne observée :

$$C_l^{obs} \equiv \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^l |a_{lm}|^2$$

Les mesures :



Acoustic oscillations seen!



WMAP3 data

First "compression",
at $kc_s t_{ls} = \pi$. Density
maxm, velocity null.

Velocity maximum

First "rarefaction"
peak at $kc_s t_{ls} = 2\pi$

Acoustic scale is set by the *sound horizon* at last scattering: $s = c_s t_{ls}$

$z_{\text{CMB}} = z_{\text{dec}} = 1089 \pm 3$ est très bien mesuré !

$s_0 \sim 150$ Mpc

Les BAO :

Oscillations baryoniques acoustiques

dans la distribution des galaxies

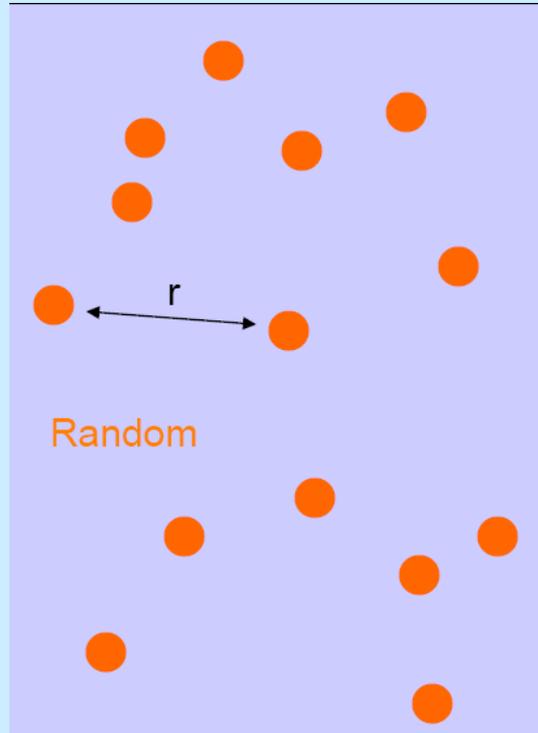
Mesures de $P_{\text{gal}}(\mathbf{k})$ ou de $\xi_{\text{gal}}(r)$ pour les galaxies

Estimateurs :
 le + simple : $\xi(r) = \frac{DD(r)}{RR(r)} - 1$

$$AB = \int_{r_1 \neq r_2} d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 n_A(\vec{r}_1) n_B(\vec{r}_2) \Theta(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$$

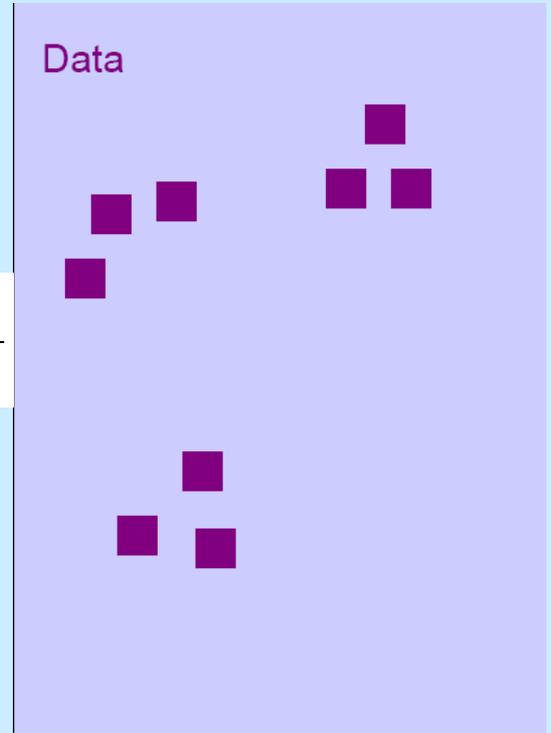
$A, B \equiv D, R$ $\Theta(r) = \begin{cases} 1 & [r; r + \Delta r[\\ 0 & \text{outside} \end{cases}$

où



le + efficace :

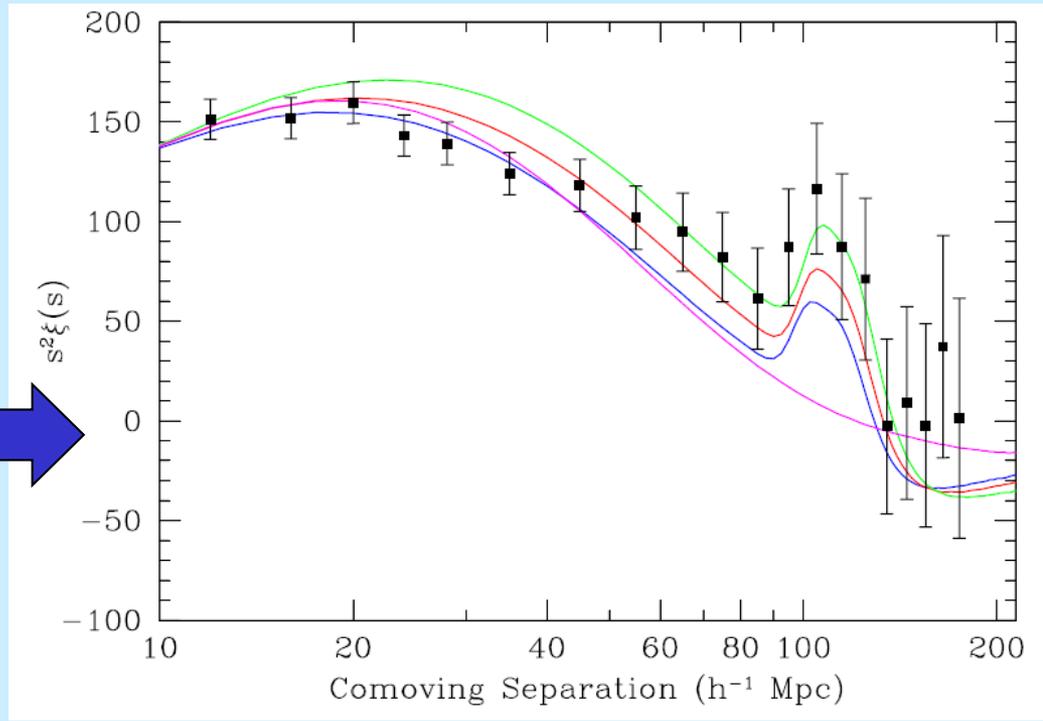
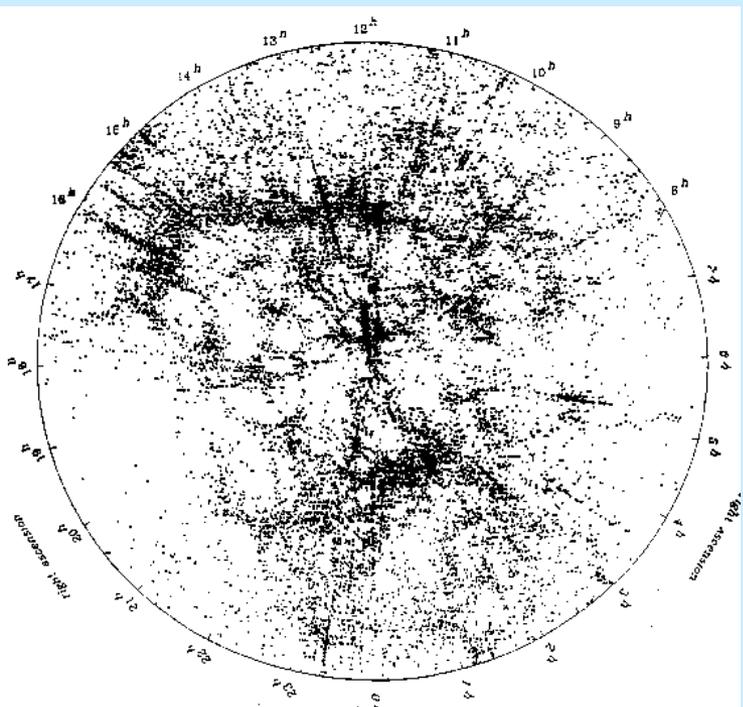
$$\xi(r) = \frac{DD - 2DR + RR}{RR}$$



Simule 10x + de points aléatoires pour le même volume/surface

idem pour $P(\mathbf{k})$ avec transformation de Fourier en plus

SDSS 2005 : $\xi_{gal}(r)$ pour les galaxies rouges lumineuses «proches»



$$z_{BAO} = 0.35$$

$$A = 0.469 \pm 0.017$$

contraintes cosmologiques :

- ➔ direction transverse : $d_A(z_{bao})$
- ➔ direction radiale : $H(z_{bao})$
- ➔ aujourd'hui : mélange :

$$A = \frac{\sqrt{\Omega_M}}{E(z_{BAO})^{1/3}} \left[\frac{1}{z_{BAO} \sqrt{|\Omega_k|}} \left\{ \begin{matrix} \sin \\ \sinh \end{matrix} \right\} \sqrt{|\Omega_k|} \int_0^{z_{BAO}} \frac{dz}{E(z)} \right]^{2/3}$$

Le Comptage d'Amas

Le nombre d'amas peut se calculer théoriquement (bcp approximations) :

$$\frac{dn}{dM} dM = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\rho_M}{M^2} \frac{\delta_c}{\sigma} \left| \frac{d \ln \sigma}{d \ln M} \right| \exp \left(- \frac{\delta_c^2}{2\sigma^2} \right) dM$$

Les simulations N-corps complètent les prédictions :

Définition de la fonction de masse des halos :

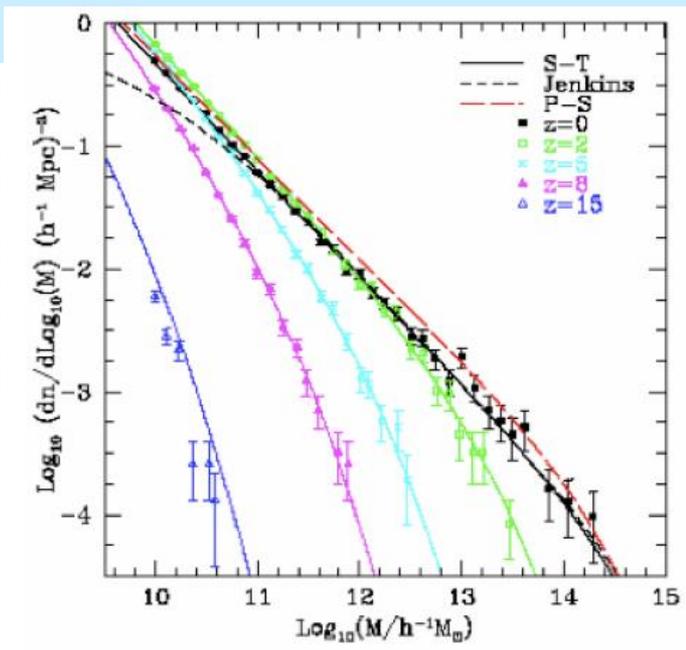
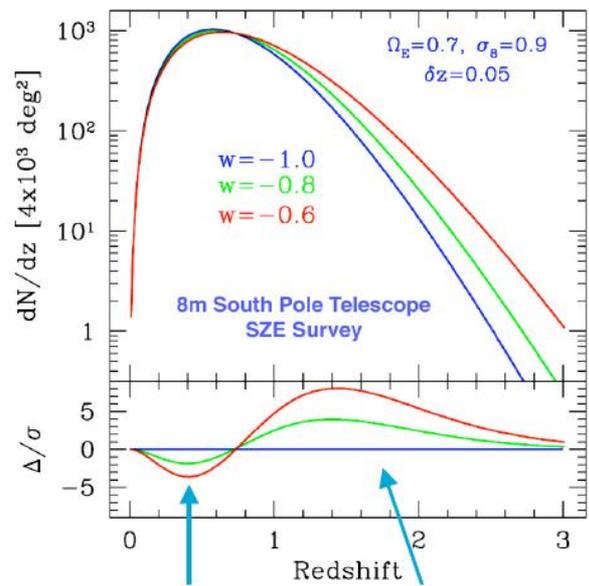
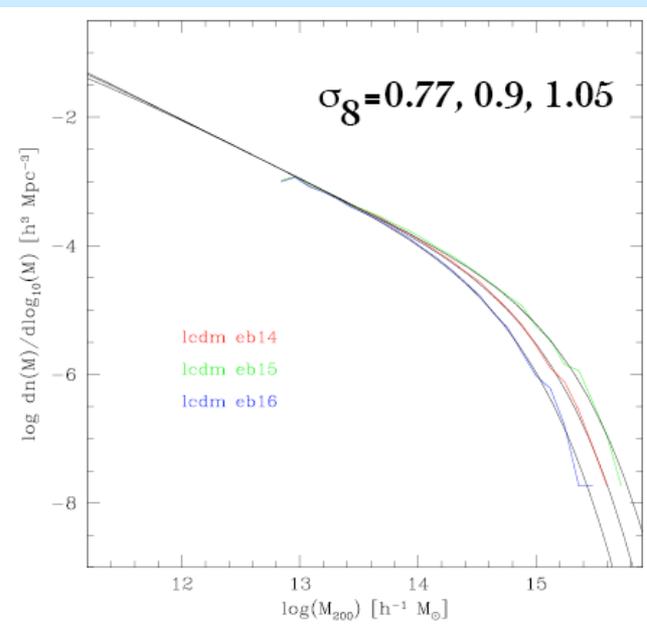
$$f(\sigma, z; X) \equiv \frac{M}{\bar{\rho}} \frac{dn_X(M, z)}{d \ln \sigma^{-1}}$$

$$\frac{dn}{d \ln M} = \frac{\bar{\rho}}{M} f(\sigma) \frac{d \ln \sigma^{-1}}{d \ln M}$$

X=cosmo+collapse non linéaire+algorithme recherche d'amas

simulations : $f(\sigma) = 0.315 e^{-|\ln \sigma^{-1} + 0.61|^{0.38}}$

Cette fonction de masse est très sensible à la cosmologie (Volume+croissance):



Les lentilles gravitationnelles

(fortes et faibles)

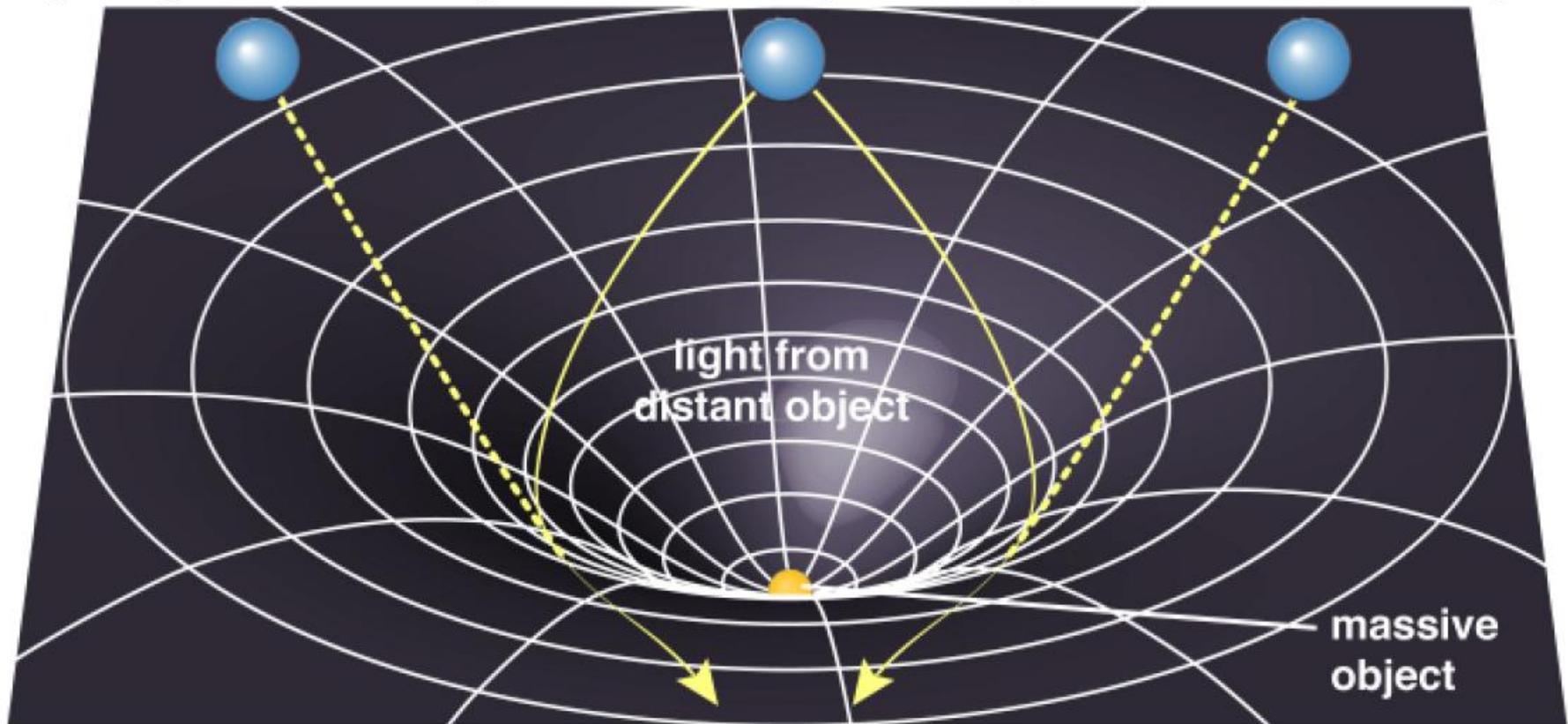
General relativity:

curvature of space time locally modified by mass condensation

Apparent position of a first image

Real image

Apparent position of a second image

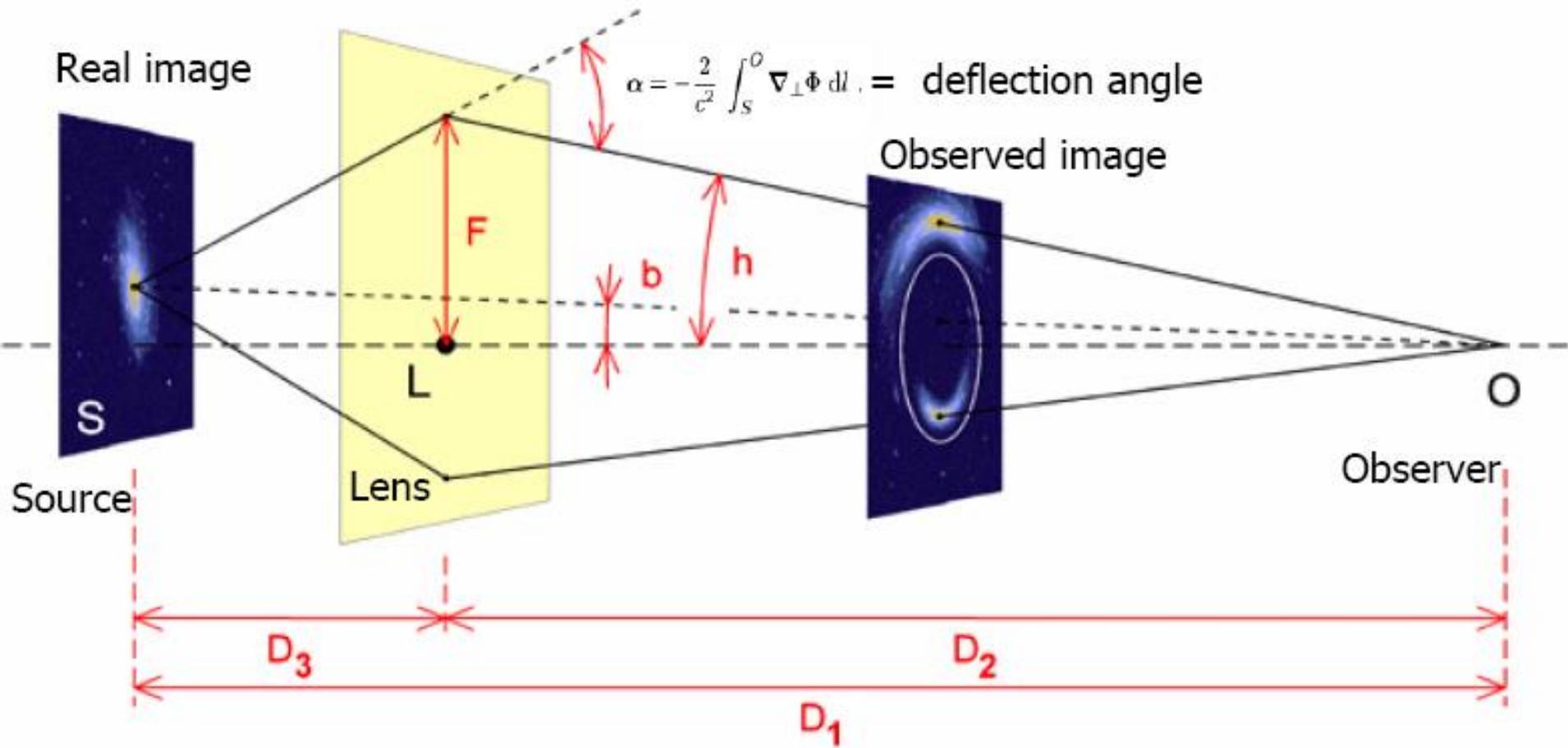


to Earth

Deflection of light, magnification, image multiplication distortion of objects : directly **depend on the amount of matter**

Gravitational lensing effect is **achromatic** (photons follow geodesics regardless their energy)

Les lentilles fortes

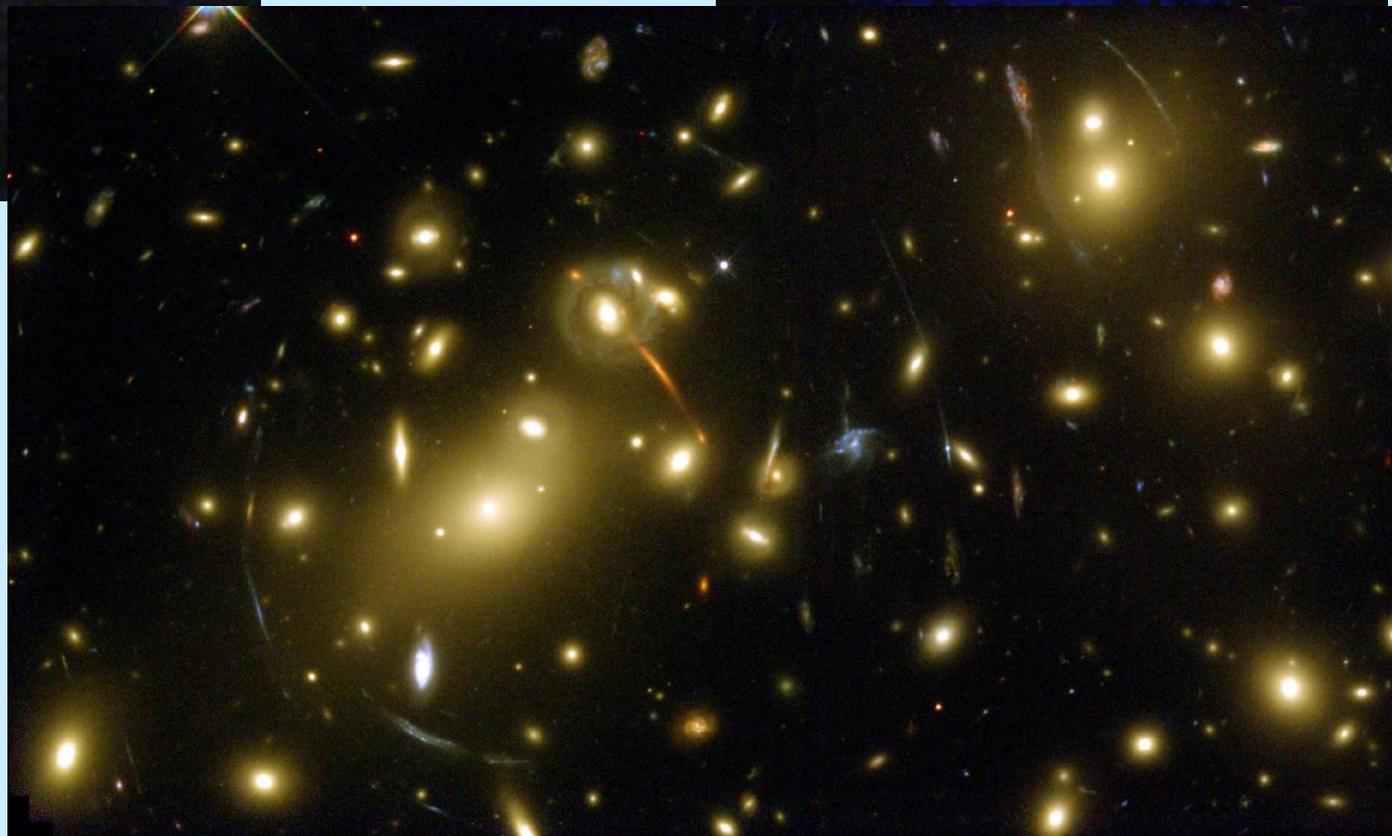
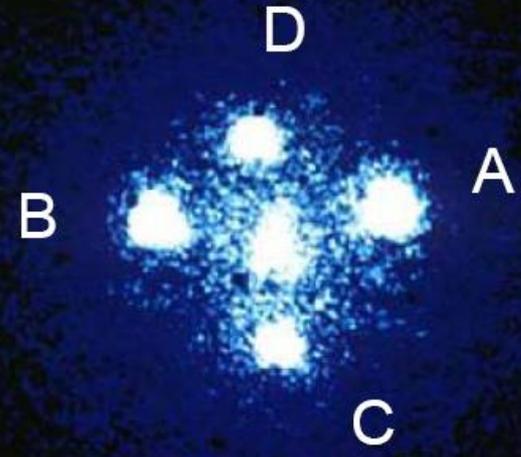


Observables cosmologiques : rapports de distances

« Einstein Ring »

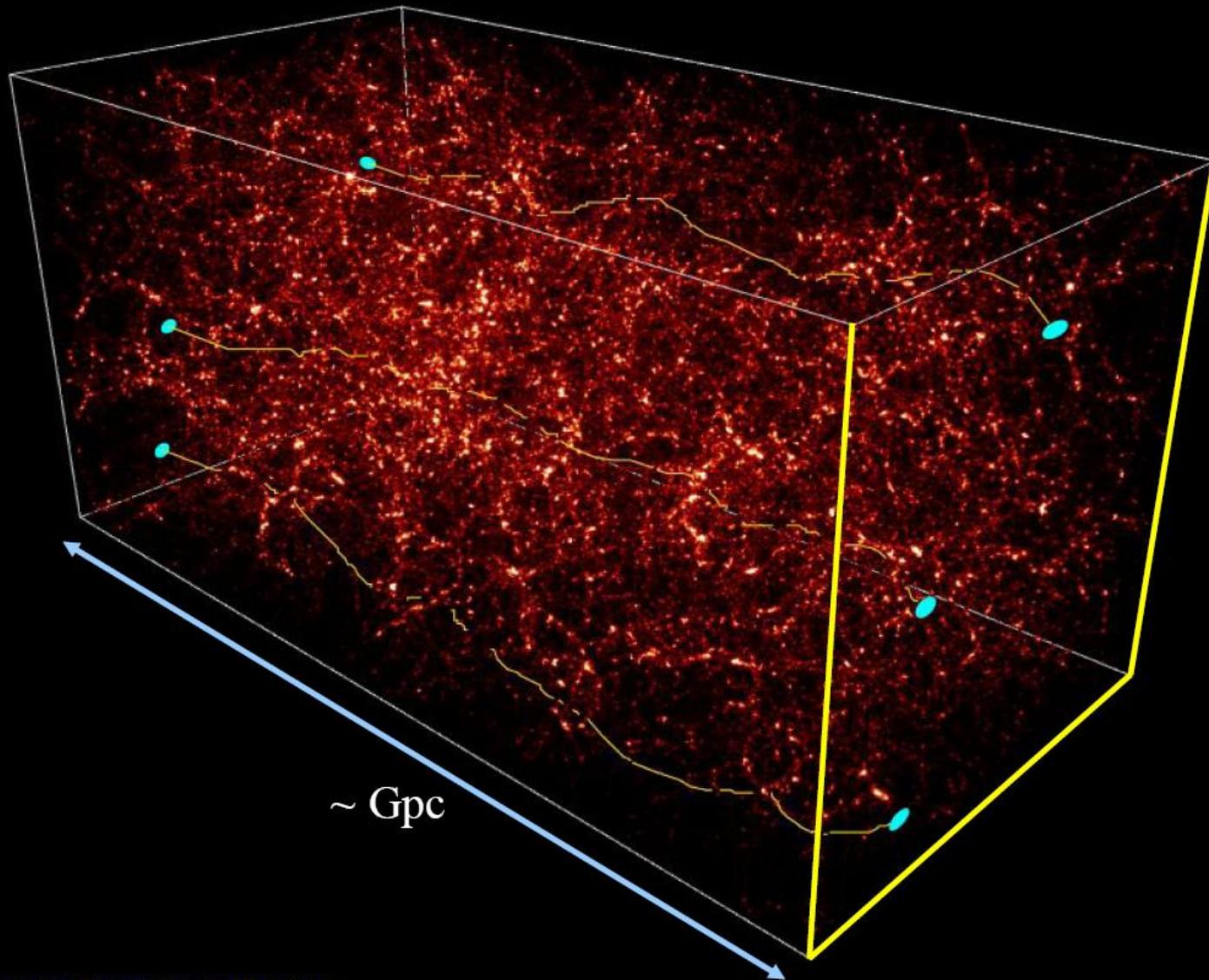


4 images of the same quasar



Les lentilles faibles : le cisaillement gravitationnel

Cosmic shear : propagation of light through the cosmic web



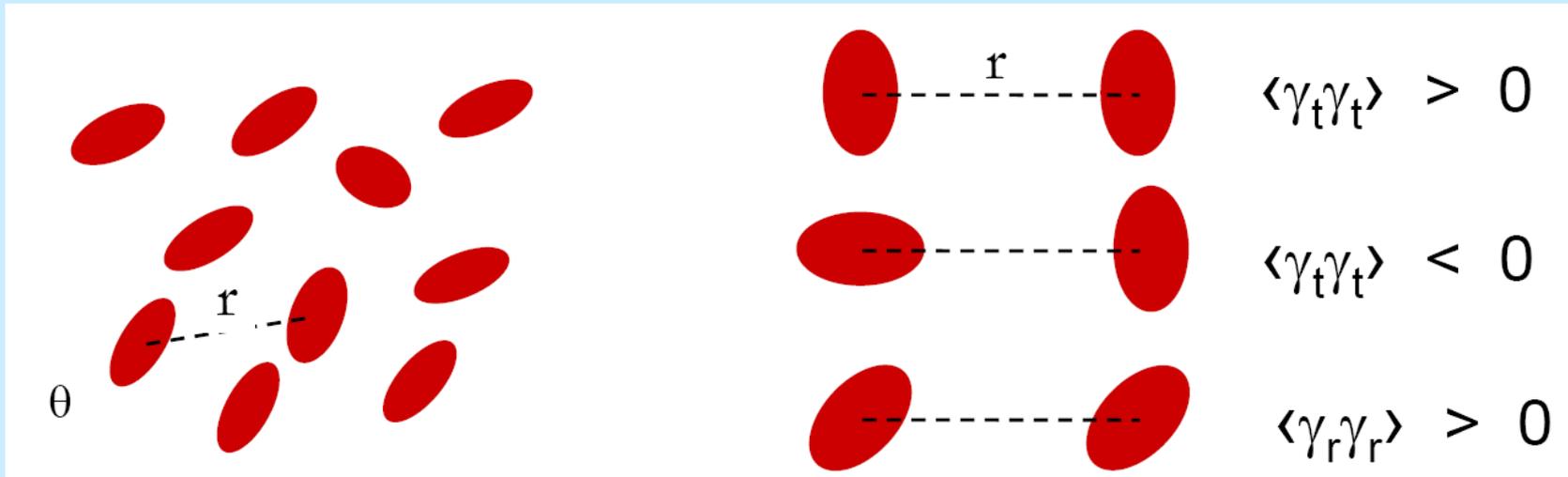
2 quantités importantes :

- * La convergence κ : magnification isotrope (cercle \Rightarrow cercle +/- gros)
- * Le cisaillement γ : magnification anisotrope (cercle \Rightarrow ellipse)

Observable principal :

fonction de corrélation à 2 points de l'ellipticité des galaxies

$$\langle \gamma^2 \rangle$$

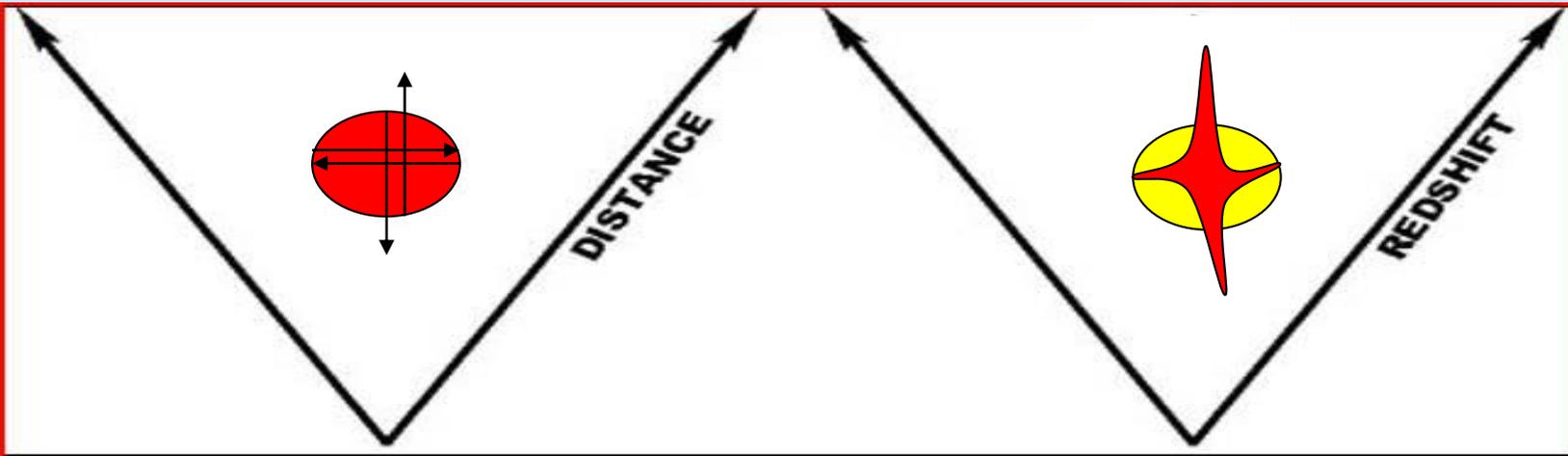


$$\langle \gamma^2 \rangle = \frac{2}{\pi \theta_c^2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} P_\kappa(k) [J_1(k\theta_c)]^2$$

Si on compare les mesures à $\neq z$ (tomographie) : cartographie 3d de la DM

Les vitesses de chute des galaxies

Les vitesses de chutes des galaxies vers le maximum de densité introduisent une distorsion dans l'espace des redshifts (direction radiale)

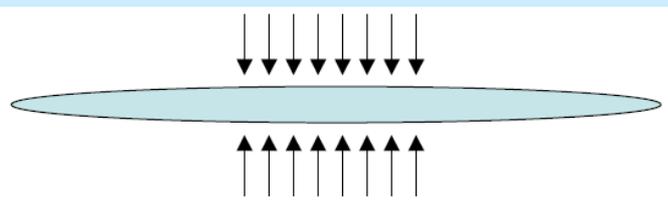


Méthode : Mesure la fonction de corrélation $\xi(r_p, \pi)$ dans les directions transverse et radiale

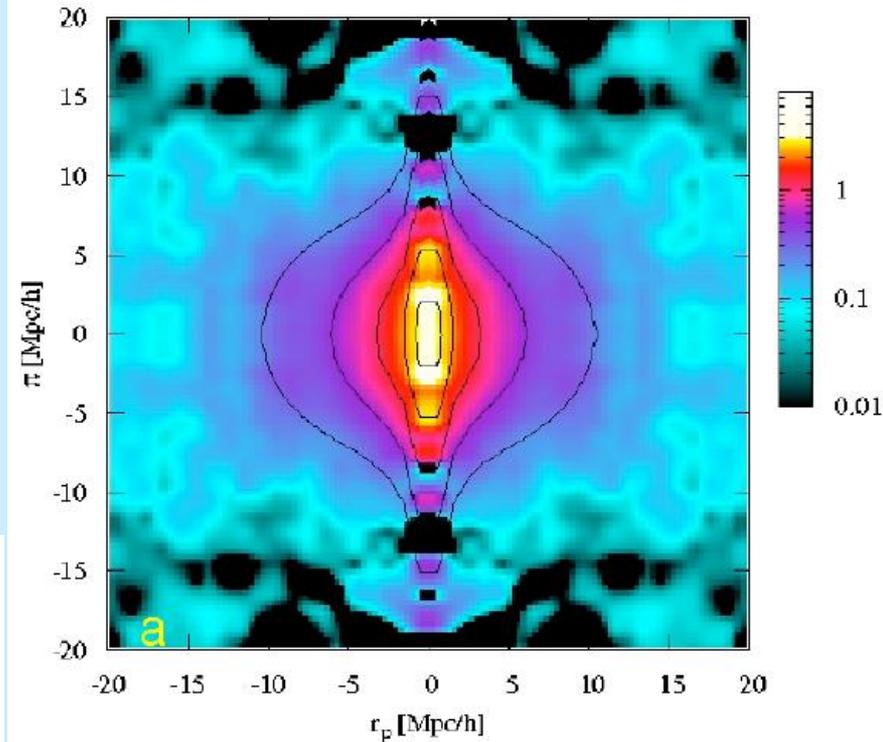
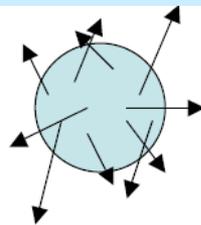
$$\vec{r} = \vec{r}_p + \vec{\pi} \quad \text{seul } \pi \text{ est affecté}$$

comptage n_{gal} dans bins

$$(\Delta r_p, \Delta \pi)$$



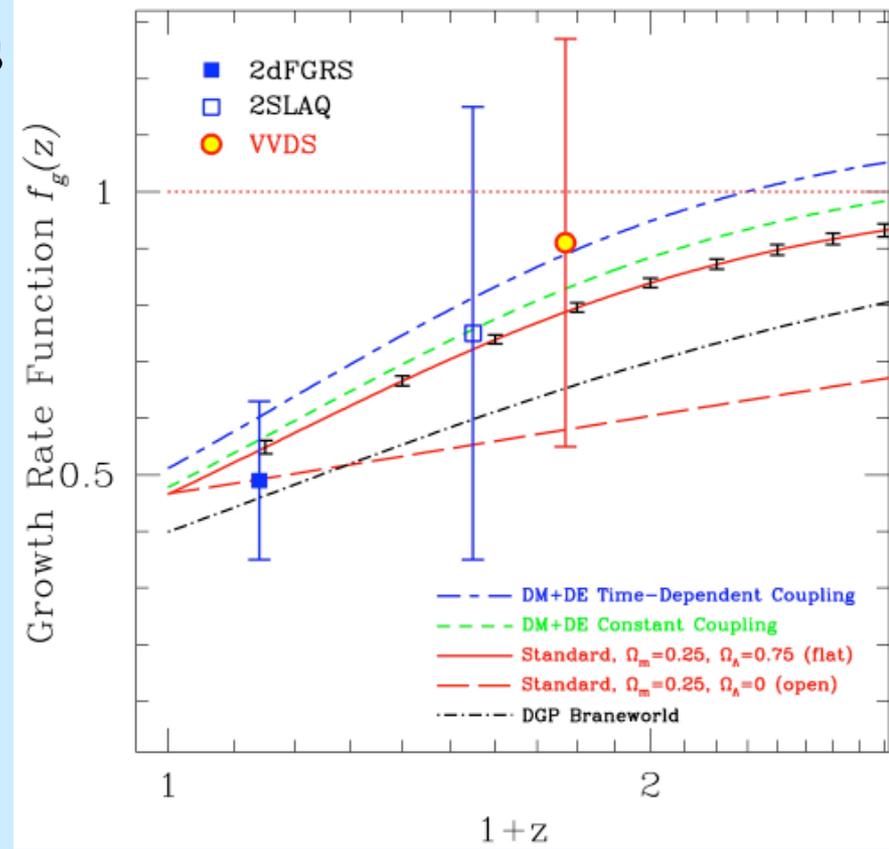
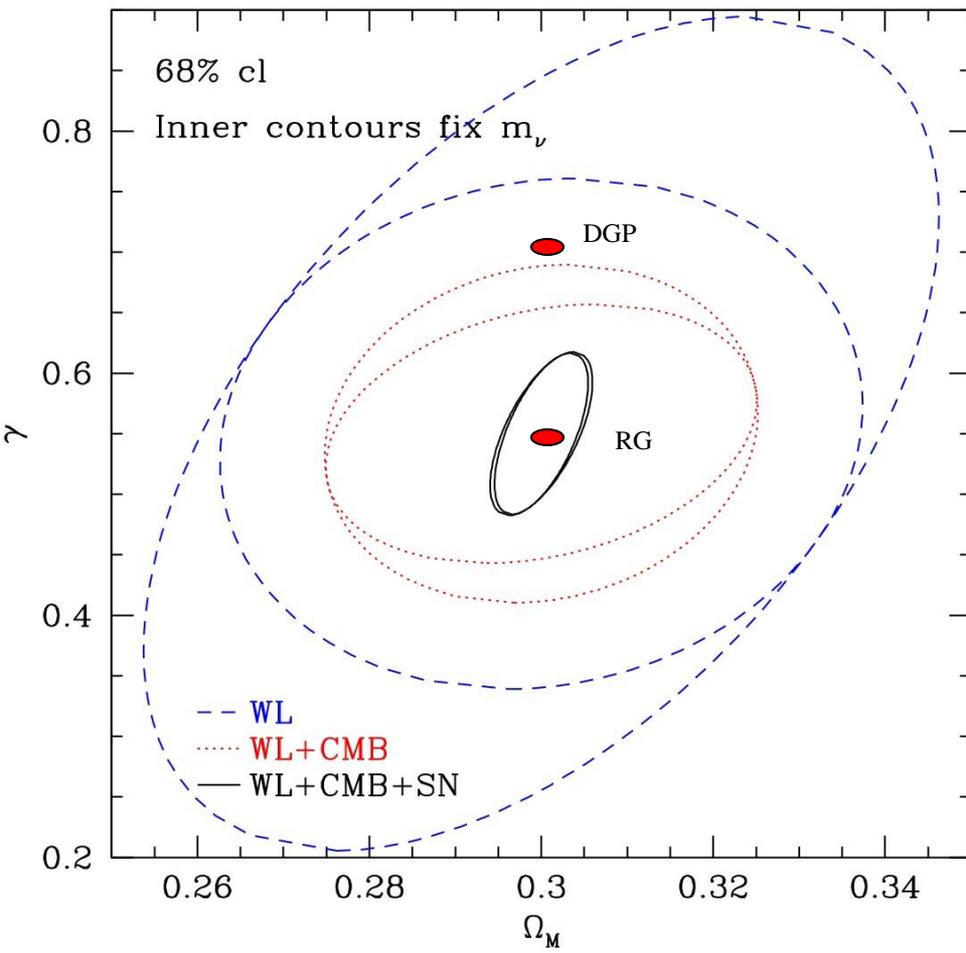
VS



Le taux de compression/distorsion dans la direction π est proportionnelle à f/b

où $b = \delta_g / \delta$ biais matière - galaxies

Taux de croissance : $f(z) \approx \Omega_m(z)^\gamma$



Avec une connaissance (extérieure) de $\Omega_m(z)$ on en déduit des contraintes sur l'index de croissance

Contraintes futures: Test RG !!

Les autres sondes cosmiques

Géométriques :

propriétés intrinsèques des galaxies :

→ spirales : «diamètre étalon» : $d_A(z)$

→ elliptiques : «horloge cosmique» : $H(z)$

→ Sursauts gamma : chandelle standard : $d_L(z)$

Dynamiques :

→ Forêt Lyman- α : nuage HII absorbants : $P(k,z)$ (haut z , non-linéaire)

→ Effet Sachs-Wolf Intégré

IV: Extraction des paramètres cosmologiques

IV.1 : Méthode statistique

Approche fréquentiste

Méthode du maximum de vraisemblance

Application à l'étude des SNIa

Problème général(1)

- Supposons avoir mesuré N Supernovae à différent redshift

$$(m_i, z_i, \sigma_{m_i})_{i=1,N} \quad \text{et un modèle:} \quad m_{th} = m(\Omega_k, z)$$

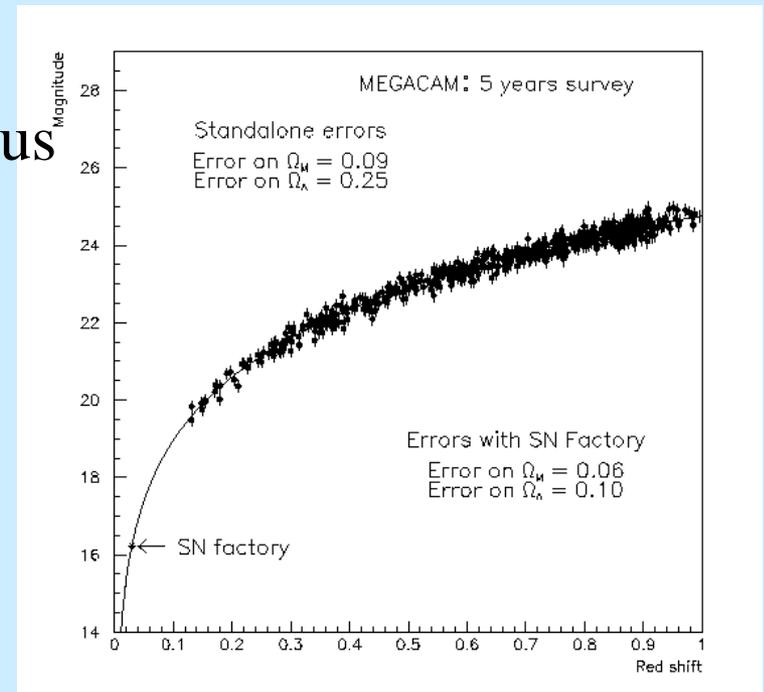
Comment trouver la meilleur courbe ?

1. On cherche la courbe qui passe au plus près de chacun des points:

$$D_{\min}^2 = \sum_i (m(\Omega_k, z_i) - m_i)^2$$

Mais les points les plus mal mesurés doivent avoir moins de poids

$$\chi_{\min}^2 = \sum_i \left(\frac{m(\Omega_k, z_i) - m_i}{\sigma_{m_i}} \right)^2$$



Problème général(2)

2. Le problème ce ramène à:

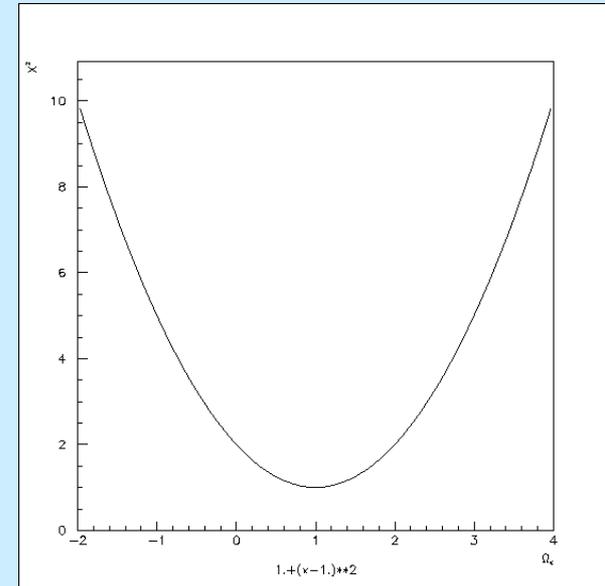
- Trouver les valeurs des Ω_k tels que χ^2 soit minimum

$$\chi^2 = \sum_i \left(\frac{m(\Omega_k, z_i) - m_i}{\sigma_{m_i}} \right)^2$$

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial \Omega_k} = 0$$

- Déterminer les erreurs sur les Ω_k a partir des erreurs sur m_i

$$\sigma_{\Omega_k} = f(\sigma_{m_i}, m_i, \Omega_k)$$



Statistique nécessaire

Probabilité Gaussienne

- Dans toute la suite nous supposons que les erreurs de mesure sont Gaussiennes, i.e si l'on répète N fois la même mesure alors la distribution des mesures suit la distribution en probabilité:

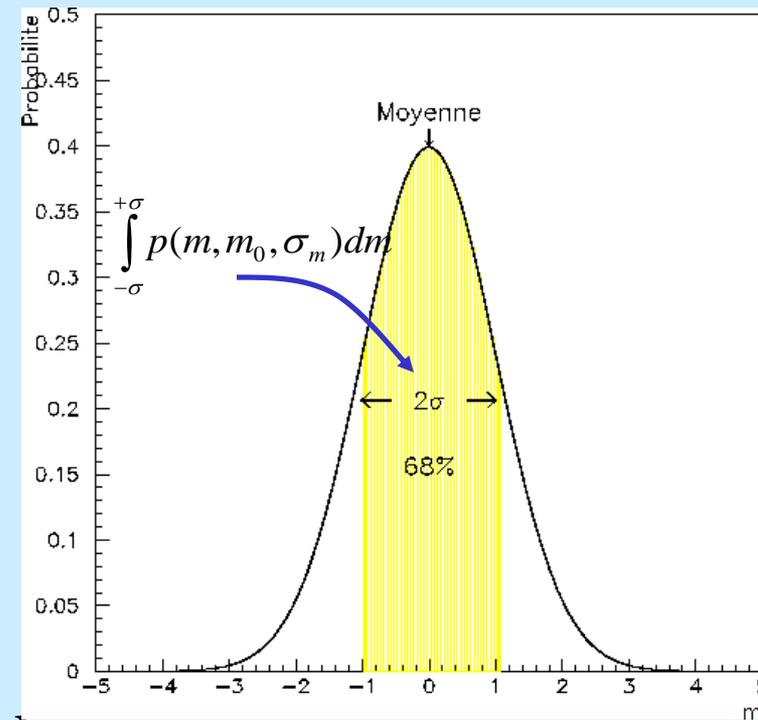
$$p(m, m_0, \sigma_m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} e^{-\frac{(m-m_0)^2}{2\sigma_m^2}}$$

Avec valeur moyenne:

$$m_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} m \cdot p(m, m_0, \sigma_m) dm$$

Variance ou erreur:

$$\sigma_m^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (m - m_0)^2 \cdot p(m, m_0, \sigma_m) dm$$



Maximum de vraisemblance($\rho=0$).

Quelle est la courbe la plus vraisemblable ?

Réponse : La courbe la plus probable !

La probabilité de la courbe est définie comme le produit des probabilités de chaque point d'être autour de cette courbe:

$$L = \prod_{i=1}^n p(m_i, m(\Omega_k, z_i)) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{m_i}} e^{-\frac{(m_i - m(\Omega_k, z_i))^2}{2\sigma_{m_i}^2}}$$

Il faut maximiser L par rapport au Ω_k

\Rightarrow

$$\frac{\partial L}{\partial \Omega_k} = 0$$

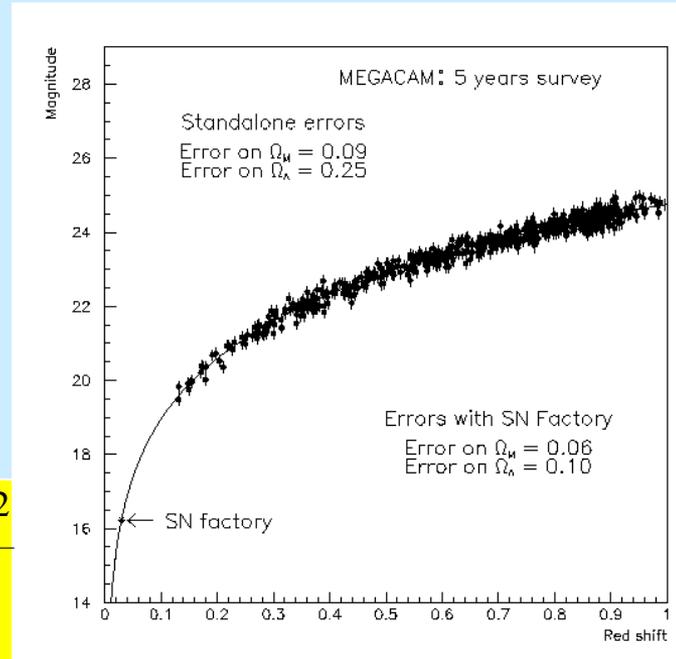
Comme il est plus simple de travailler avec des sommes

$$\ln(L) = -\sum_{i=1}^n \ln(\sqrt{2\pi}\sigma_{m_i}) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{(m_i - m(\Omega_k, z_i))^2}{\sigma_{m_i}^2}$$

\Rightarrow

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial \Omega_k} = 0$$

Il faut minimiser χ^2 par rapport au Ω_k



Quelques propriétés du χ^2

Probabilité et χ^2 : Par définition

$$\ln(L \equiv p) = \ln(L_0) - 1/2 \chi^2 \Rightarrow L(\chi^2) = L_0 e^{-\frac{1}{2} \chi^2}$$

Définition matricielle:

$$\text{Si } \bar{m} \equiv \begin{bmatrix} m_1 \\ . \\ m_n \end{bmatrix} \text{ alors } \chi^2 = (\bar{m} - \bar{m}_0)^T V^{-1} (\bar{m} - \bar{m}_0)$$

Dérivée seconde:

$$\chi^2 = \frac{(x - x_0)^2}{\sigma_x^2} \Rightarrow \frac{\partial \chi^2}{\partial x} = 2 \frac{(x - x_0)}{\sigma_x^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial x^2} = \frac{2}{\sigma_x^2}$$

$$V_{ij}^{-1} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 \chi^2}{\partial m_i \partial m_j} \right]$$

- La dérivée première du χ^2 donne le minimum
- La dérivée seconde du χ^2 donne l'inverse de la matrice d'erreur **indépendante des points de mesures.**

Densité de probabilité du χ^2

• Densité de probabilité du χ^2 : Supposons que l'on mesure N fois une variable x. Pour chaque mesure on a :

$$\chi_k^2 = \frac{(x_k - x_0)^2}{\sigma_x^2}$$

$$p(\chi^2)d\chi^2 = g(x)dx \Rightarrow p(\chi^2) = \frac{g(x)}{\frac{d\chi^2}{dx}} \Rightarrow p(\chi^2) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} (\chi^2)^{-1/2} e^{-\frac{\chi^2}{2}}$$

$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\frac{\chi^2}{2}}$ (pointing to $g(x)$)
 $\frac{2(x-x_0)}{\sigma_x^2}$ (pointing to $\frac{d\chi^2}{dx}$)

Dans le cas de n degré de liberté

$$\chi_k^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i^{(k)} - x_i^{(0)})^2}{\sigma_{x_i}^2} \Rightarrow p(\chi^2, n) = \frac{1}{2^{n/2} \Gamma(n/2)} (\chi^2)^{n/2-1} e^{-\frac{\chi^2}{2}}$$

• On montre que:

1. La valeur moyenne du χ^2 est n
2. La variance est 2n

Donc, la premier test de compatibilité entre des mesures et un modèle est de vérifier que

$$\chi^2 \approx n \pm 2n$$

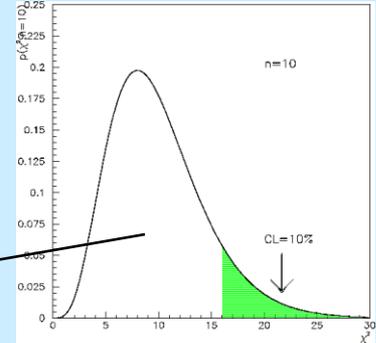
Attention au fait que la variance est 2n

Niveau de confiance

- On définit le niveau de confiance (ou confidence level) comme la probabilité que toute nouvelle expérience donne un χ^2 supérieur:

$$\varepsilon = CL(\chi^2) = \int_{\chi^2}^{+\infty} p(\chi^2, n) d\chi^2$$

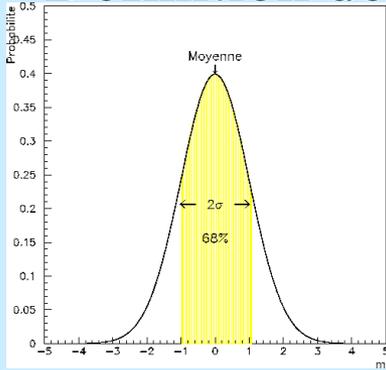
10% des expériences donneront $\chi^2 > 16$



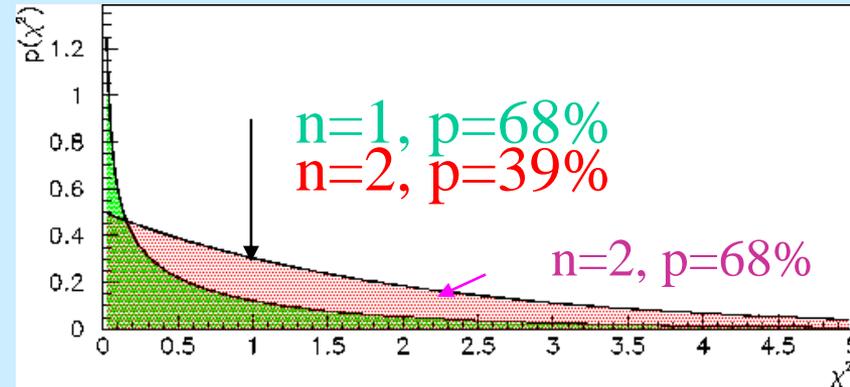
- Définition de l'écart standard:

Le résultat d'une mesure avec une erreur à « s » sigma.

$$\Omega_m = \Omega_m^{(0)} \pm s \sigma_{\Omega_m} \Leftrightarrow \chi^2 = \frac{(\Omega_m - \Omega_m^{(0)})^2}{\sigma_{\Omega_m}^2} \leq \chi_{\min}^2 + s^2$$



- Pour 2 (ou plus) variables mesurées simultanément un résultat à « s » écart est défini avec le χ^2 , mais les probabilités dépendent du nombre de variables.



Pour plusieurs mesures simultanées on parle plutôt de la probabilité !!!

Changement de variables

Une fois le χ^2 défini sur les variables mesurées (i.e magnitude), comment trouver les erreurs sur les paramètres physiques, Ω_k ?

$$\chi^2 = (\bar{m} - \bar{m}_{th}(\Omega_k))^T V^{-1} ((\bar{m} - \bar{m}_{th}(\Omega_k)))$$

On développe le χ^2 autour du minimum:

$$\chi^2(m_i, \Omega_k)^{[n]} = \chi_{\min}^2(m_i, \Omega_k^{\min})^{[n-p]} + [\Omega_k - \Omega_k^{\min}]^T \left. \frac{\partial \chi^2}{\partial \Omega_k} \right|_{\Omega_k^{\min}} + \underbrace{[\Omega_k - \Omega_k^{\min}]^T \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial \Omega_k \partial \Omega_l} \Big|_{\Omega_k^{\min}} [\Omega_k - \Omega_k^{\min}]}_{\chi^2(\Omega_k, \Omega_k^{\min})^{[p]}}$$

=0

$$\chi^2(\Omega_k, \Omega_k^{\min})^{[p]}$$

Si la transformation $m(\Omega_k)$ est linéaire, alors:

La dérivée seconde du χ^2 est une matrice symétrique positive

Les erreurs sur Ω_k sont Gaussiennes $\chi^2 = (\bar{\Omega}_k - \bar{\Omega}_k^0)^T U^{-1} (\bar{\Omega}_k - \bar{\Omega}_k^0)$

$$U_{kl}^{-1} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 \chi^2}{\partial \Omega_k \partial \Omega_l} \right]$$

Changement de variables(2)

Dans le cas simple: $\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(m_i - m(\Omega_k, z_i))^2}{\sigma_{m_i}^2}$

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial \Omega_k} = -2 \sum_{i=1}^n \frac{(m_i - m(\Omega_k, z_i))}{\sigma_{m_i}^2} \frac{\partial m(\Omega_k)}{\partial \Omega_k}$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial \Omega_k \partial \Omega_l} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial m(\Omega_k, z_i)}{\partial \Omega_k} \frac{1}{\sigma_{m_i}^2} \frac{\partial m(\Omega_k, z_i)}{\partial \Omega_l} \frac{(m_i - m(\Omega_k, z_i))}{\sigma_{m_i}^2} \frac{\partial^2 m(\Omega_k)}{\partial \Omega_k \partial \Omega_l}$$

Si $m(\Omega_k, \Omega_l)$ est linéaire

$$V_{ii}^{-1}$$

Jacobien

= 0

L'erreur sur les paramètres physiques se déduit d'une simple projection sur l'espace des Ω_k (approximation linéaire) nommée analyse de Fisher

$$U^{-1} = \left[\frac{\partial m(\Omega_k, z_i)}{\partial \Omega_k} \right]_{i,k}^T V^{-1} \left[\frac{\partial m(\Omega_k, z_i)}{\partial \Omega_k} \right]_{i,k}$$

Indépendant des points de mesures

Contour de probabilité

Comme dans le cas précédent on peut calculer le contour:

Soit à partir de $\chi_2^2(\Omega_k) = \chi_{\min}^2 + 1 \Rightarrow$ Ellipsoïde

Soit à partir de $\chi_1^2(m^{\text{th}}(\Omega_k)) = \chi_{\min}^2 + 1 \Rightarrow$ Courbe rigoureuse

Question: Que faire des variables que l'on ne regarde pas ?

$$C(\Omega_m, \Omega_x) \Leftrightarrow \chi^2(\Omega_m, \Omega_x, m_s, w_0, w_1) = \chi_{\min}^2(\Omega_m, \Omega_x, m_s, w_0, w_1) + 1$$

1. Intégration sur les variables sans intérêts: par exemple m_s

$$p(\Omega_k) = \int p(\Omega_k, m_s) dm_s = L_0 \int e^{-\frac{1}{2} \chi^2(\Omega_k, m_s)} dm_s \Rightarrow \chi^2(\Omega_k) = -2 \text{Ln} \left(A \int e^{-\frac{1}{2} \chi^2(\Omega_k, m_s)} dm_s \right)$$

Contour moyen ou contour espéré : simulations

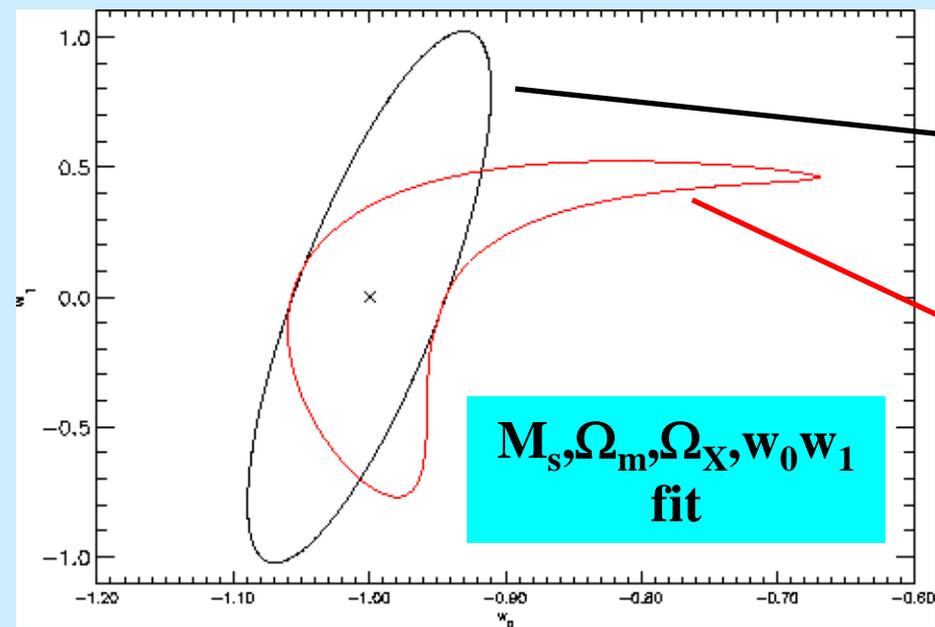
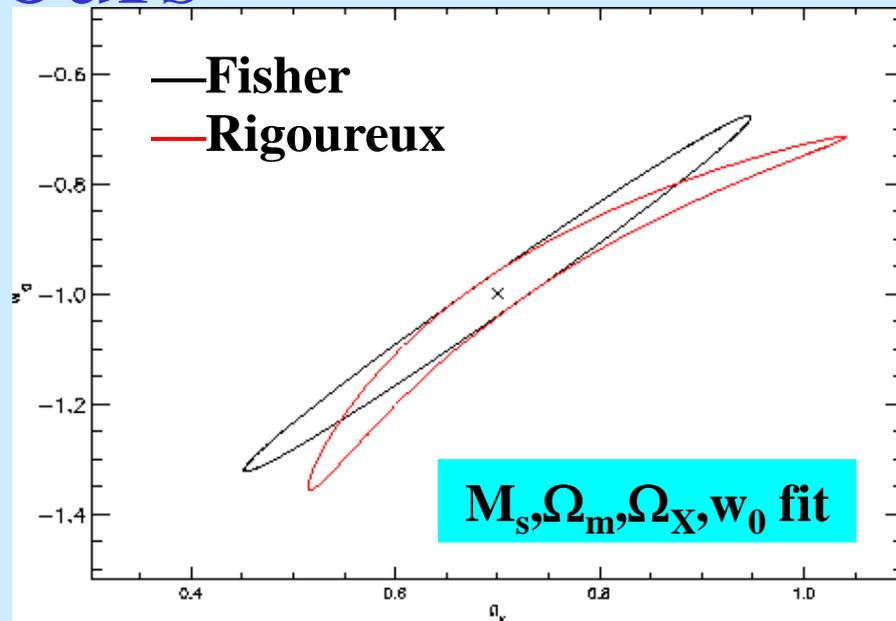
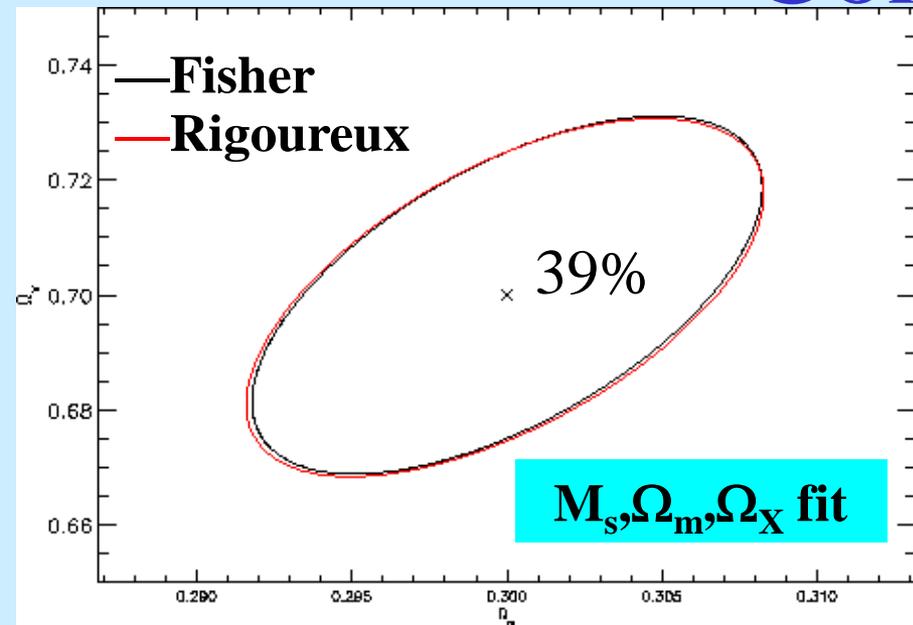
2. Minimiser en chaque point les variables sans intérêts:

$$\chi^2(\Omega_k) = \min \left(\chi^2(\Omega_k, m_s), m_s \right)$$

Contour le plus probable : données réelles

On peut vérifier que (2) donne (1) si les points de mesures (m_i) sont sur la courbe i.e $m_i = m(\Omega_k, z_i)$

Contours



$$w_0 = -1.0 \pm 0.1$$

$$w_1 = 0.00 \pm 1.0$$

$$w_0 = -1.0^{+0.33}_{-0.06}$$

$$w_1 = 0.00^{+0.5}_{-0.8}$$

Expériences Gedanken

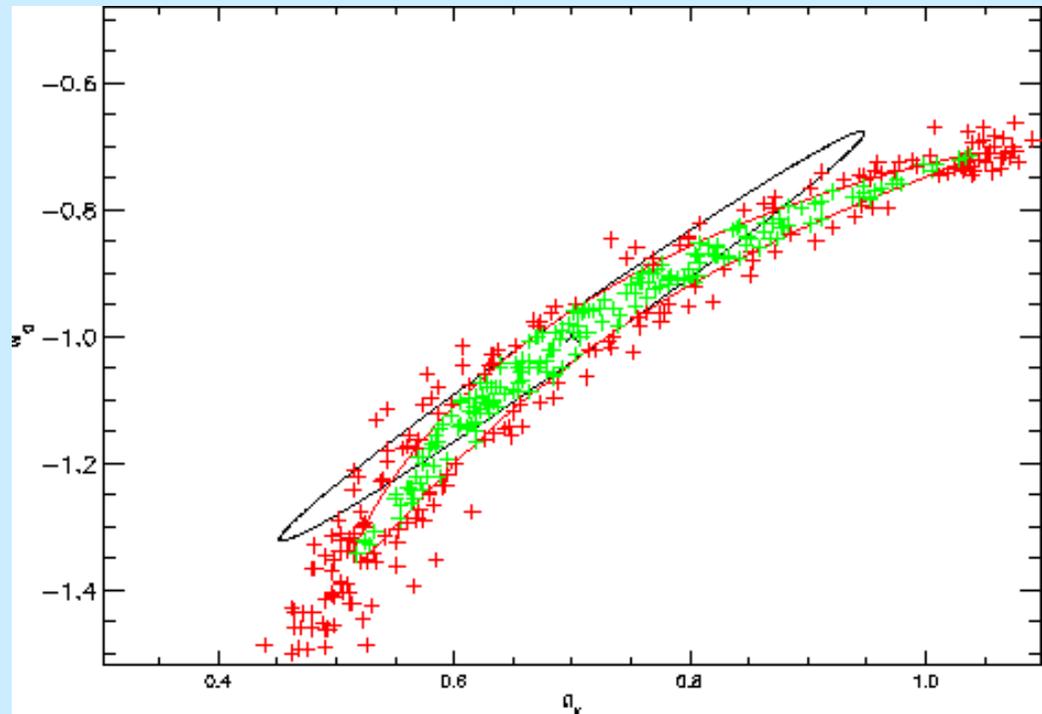
Vérification statistique des contours (normalisation): Monte-Carlo

Une fois le minimum déterminé (Ω_k^0) on répète N fois:

1. On tire dans les erreurs et suivant une distribution gaussienne les m_i autour de $m^{\text{th}}(\Omega_k^0, z_i)$. On fait de même pour les contraintes externes.
2. On détermine le nouveau minimum par un fit et on vérifie si le nouveau point est dans ou hors le contour.

Ellipse: $(30.4 \pm 2)\%$

Contour: $(39.6 \pm 2)\%$



IV.2 : Résultats à partir de l'analyse des données

Present status :

The Universe is accelerating (seemingly) :

* Many Observations : SNIa, CMB, LSS (P(k), N(z), BAO, WL, ...)

* Many Theoretical Interpretations :

➔ Cosmological constant / Vacuum energy : $w_x = w_\Lambda = P/\rho = -1$ $\rho_\Lambda(z) = \rho_\Lambda^0$

➔ Scalar fields :

○ Quintessence : $\varphi \rightarrow V(\varphi), \varphi_{in}, \dot{\varphi}_{in}$

$$w^{eff} = \frac{1/2 \dot{\varphi}^2 - V(\varphi)}{1/2 \dot{\varphi}^2 + V(\varphi)}$$

○ More exotic : k-essence, phantom, quintom, φ -Matter couplings

➔ Modifications Friedmann eq. / General Relativity :

$$w^{eff} = -1 - \frac{1}{3} \frac{d \ln \delta H^2}{d \ln a} \quad \delta H^2 = (H / H_0)^2 - \Omega_M a^{-3}$$

Aldering et al. 02

Too many possibilities =>

* Assume DE = Λ

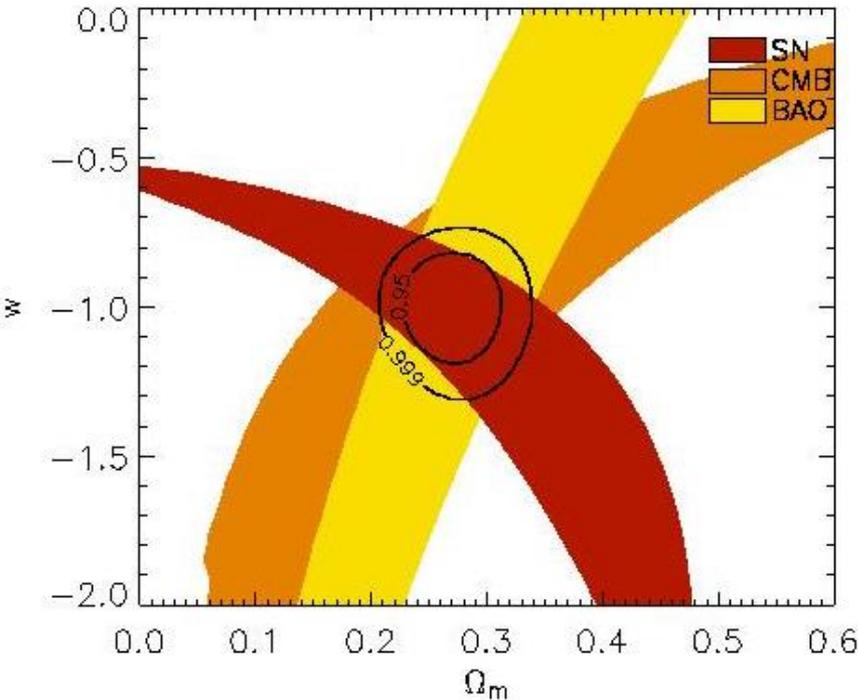
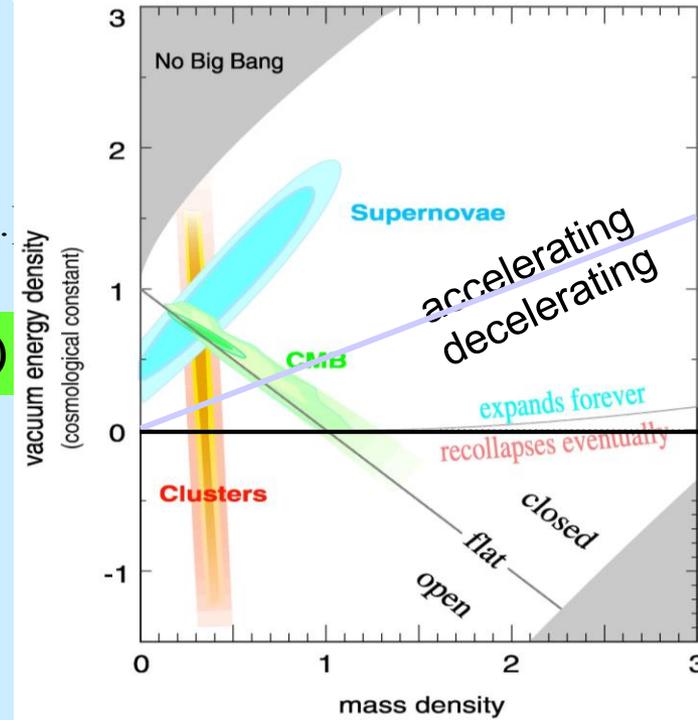
$$\Omega_M \approx 0.23 - 0.27 \pm 0.03$$

$$\Omega_\Lambda \approx 0.7 - 0.8 \pm 0.03$$

Spergel et al. 06 (WMAP3+...)

$$(\Omega_T \approx 1.02 \pm 0.02)$$

Davis et al. 07 (ESSENCE)



* Try a «model independent» approach:

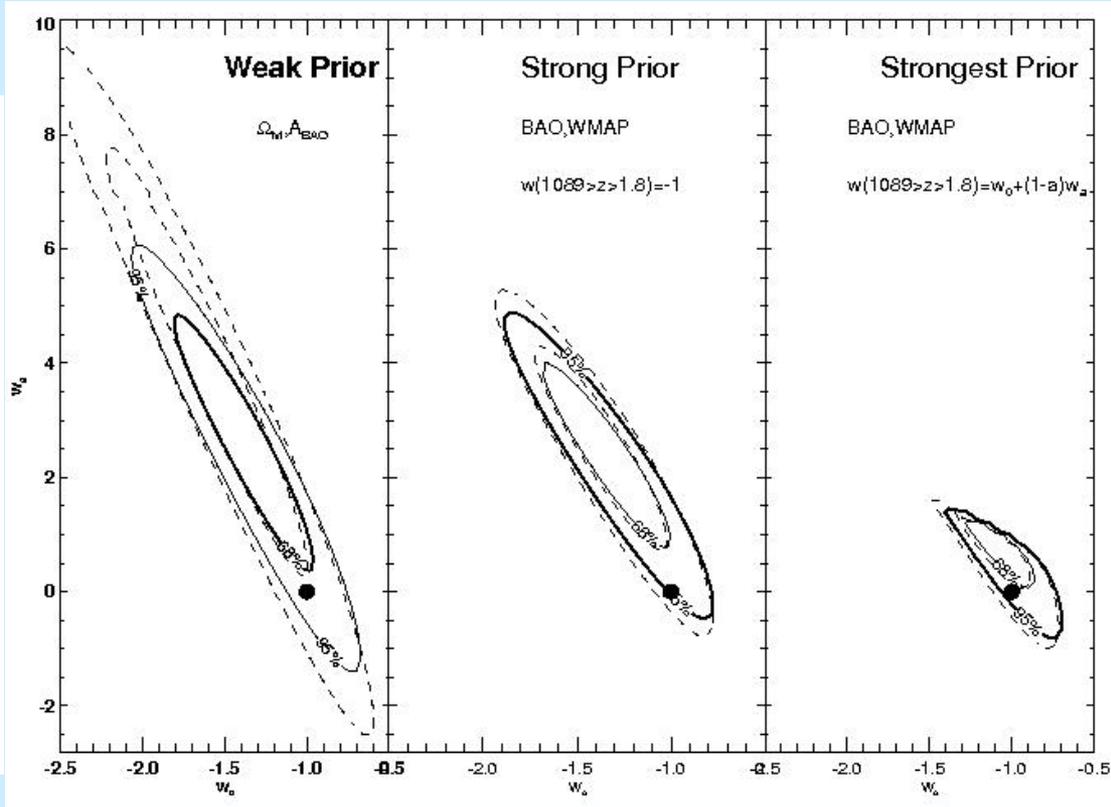
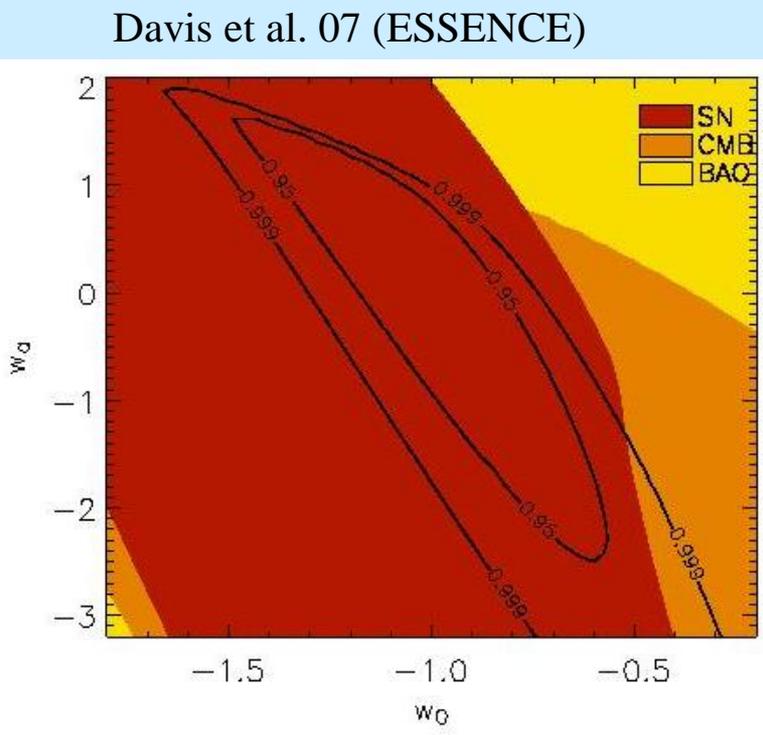
➔ Perfect fluid : $\rho_X(z), w_X(z) = P_X / \rho_X$

➔ Assume $w_X(z) = \text{cste}$

$$w_X \approx -0.97 \leftrightarrow -0.9 \pm 0.1$$

➤ Assume DE is dynamical

➤ Use a parameterization : eg CPL : $w(z) = w_0 + w_a (1-a) = w_0 + w_a z / (1+z)$



Riess et al. 07

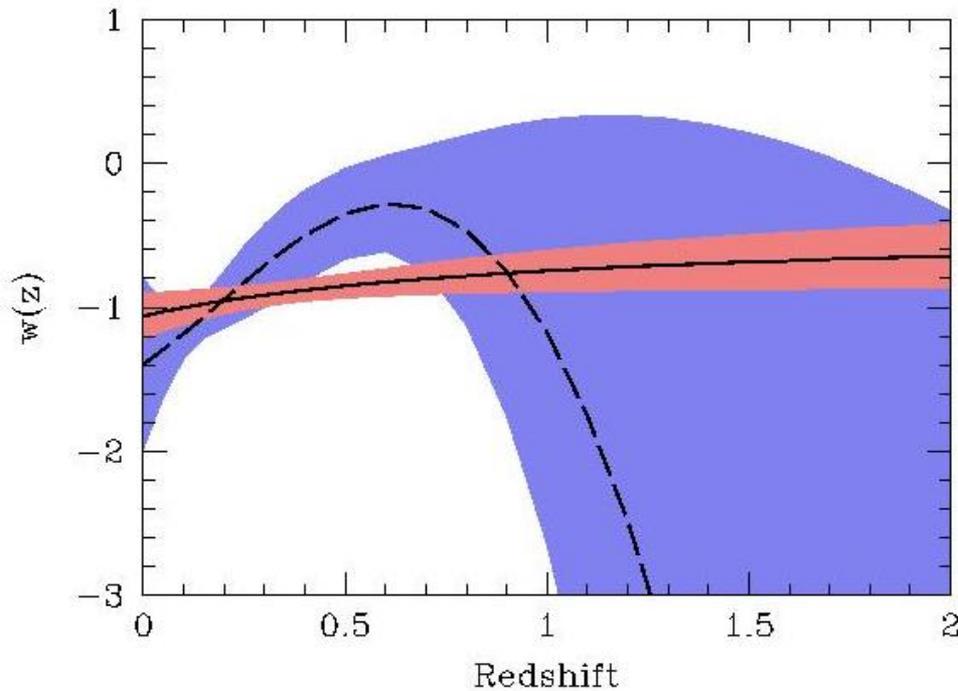
☺+++ : model «independent» , simplicity, fast calculations

☹----- : intrinsic limitations, analysis bias, «theoretical bias»

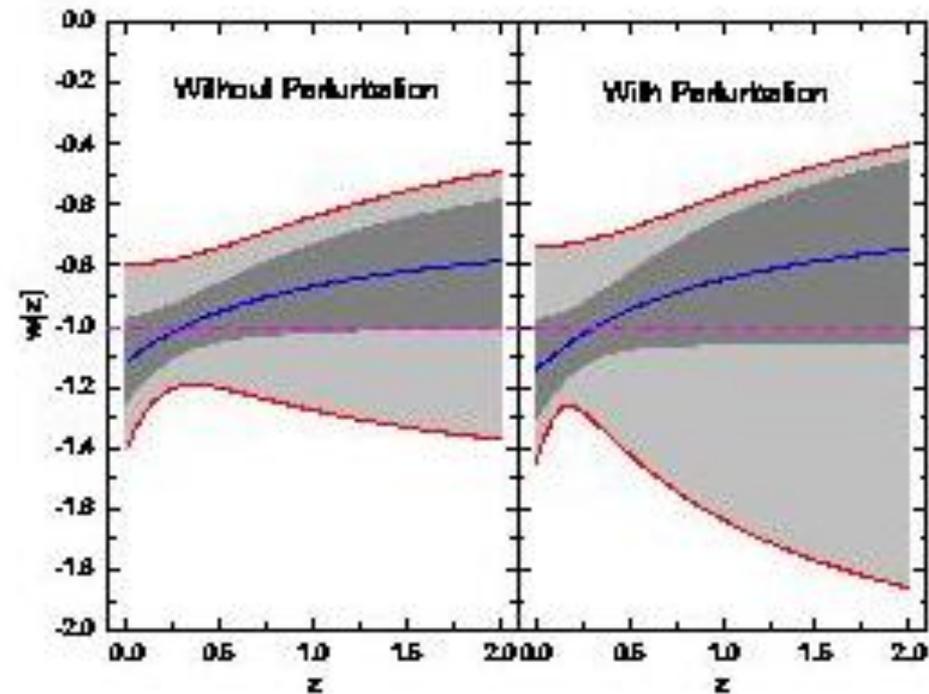
Re: ∃ other «model independent» approaches (with own pb's): other parameterizations, other basic observables ($H(z)$, $q(z)$ (kinematic), $\rho_X(z)/\rho_X(0)$ (dynamic)) or non-parametric tests

- Whatever the method is :
- * the Universe is accelerating
 - * Λ is OK at 68%CL (at the boundary)
 - * DE dynamics are almost unconstrained

Riess et al. 07



Zhao et al. 06





J. Peebles ...

“Cosmology is an attempt to draw very large conclusions from exceedingly limited data ...”

Astro-ph/0311435

V: Modèles d'énergie noire

Is Λ CDM a nice candidate ?

The Astronomer point of view : Λ is the cosmological constant

$$H^2(z) = (\dot{a}/a)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_M + \frac{\Lambda}{3} \quad (\Omega_T=1, \Omega_R=0)$$

Data : $\Omega_\Lambda \approx 0.7$ implying : $\rho_\Lambda^{1/4} \cong (0.7 \rho_c)^{1/4} \cong 10^{-2} - 10^{-3} \text{ eV}$

Problem : Cosmic Coincidence i.e. why $\Omega_M \sim \Omega_\Lambda$?

The Physicist point of view : Λ is vacuum energy

$$T^{\mu\nu}(\text{vacuum}) = k \text{diag}(1, -1, -1, -1)$$

$$T^{\mu\nu}(\text{perf. fluid.}) = \text{diag}(\rho, p, p, p)$$

vacuum \equiv ground state : Lorentz inv. \equiv perfect fluid with $w_\Lambda = -1$ $\Lambda = 8\pi G \rho_{\text{vac}}$

Problem : UV Divergencies : $\rho_{\text{vac}} \approx E_{\text{max}}^4$

« Estimations » : $\rho_{\text{vac}}^{1/4} \approx E_{\text{max}} = M_{\text{pl}} \approx 10^{19} \text{ GeV} = 10^{28} \text{ eV}$
 $= M_{\text{LHC}} \approx 1 \text{ TeV} = 10^{12} \text{ eV}$

In fact, ρ_{vac} has multiple contributions (fluct.+pot. from all the fields + Λ + ??) : all are larger than what is measured

Need for a microscopic theory valid at very high energy to get a relevant estimation of ρ_{vac}

Very high energy Physics (early universe physics) play a fundamental role in cosmology !!!!

However :

- * This Physics is unknown (eg Supergravity, String/Branes Theories (extradimensions)
Loop Quantum Gravity)
- * Coincidence problem is unsolved ...

From all these motivations, numerous physicists consider several alternatives for the Dark Energy : origin of the dynamical DE models

Dark Energy Models and Alternatives :

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G_N T_{\mu\nu}$$

Present framework : G.R. + Homo./Iso. + Expansion

$$H^2 = \frac{8\pi G_N}{3} \sum_{i=R,M,X} \rho_i$$

→ Geometrical tests (d_L/d_A : eg SNIa) : Friedmann eq.

↙ Kinetic : $q_0 < 0$
 ↘ Dynam.: $w_0 < -0.5, \rho_X \approx \text{cste}$

$$D_L(z) = c(1+z) \int_0^z du \left[(1+u)^3 \Omega_M + \Omega_X e^{\int_0^u [1+w(x)] d \ln(1+x)} \right]^{-1/2}$$

$$m(z) = 5 \log D_L(z) + M_s$$

→ Dynamical tests (struct. growth: eg CMB/LSS) : (DE) perturbations → Λ OK ! ...

$$\ddot{\delta} + 2H \dot{\delta} - 4\pi G_N \rho_m \delta = 0$$

$$G(a) = \frac{d \ln(\delta/a)}{d \ln a} = \Omega_M(a)^\gamma - 1$$

$$\gamma \approx 0.55 + 0.02(1 + w(z=1))$$

(in GR)

2 options :

* Right assumptions → add a new dynamical component : DE

* Wrong assumptions → modify the Fried./Einstein equations (noDE)

Distinguishing these various interpretations is very ambitious !!

DE indispensable ? : Models without DE

* modify Friedmann Eq. :

$$\left(\frac{\dot{a}_D}{a_D}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \langle \rho \rangle_D - \frac{\langle R \rangle_D + Q_D}{6}$$

- backreactions from inhomogeneities (acceleration \leftrightarrow structure formation)

(Ellis, Wetterich, Kolb, Matarese, Alimi, Buchert, Räsänen ...)

- Polytropic/Cardassian models (Freese, Wang, Linder ...)

(eg string, DM self interactions, k-essence)

(\supset Chaplygin gas, « Unified DM »)

pb : in general, no prediction for the growth of structures

$$H^2 = g(\rho)$$

$$g(\rho) = \frac{8\pi G}{3} \rho + B\rho^n$$

$$g(\rho) = \frac{8\pi G}{3} \rho \left[1 + \left(\frac{\rho}{\rho_*}\right)^{-\alpha}\right]^\beta$$

* modify GR :

$$S_{BD} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\varphi R - \frac{\omega}{\varphi} \partial^\mu \varphi \partial_\mu \varphi - 2V(\varphi) \right] + \int d^4x \sqrt{-g} L_M(\psi_i, g)$$

- Scalar-Tensor theories

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[R - \frac{\mu^4}{R} \right] + \int d^4x \sqrt{-g} L_M(\psi_i, g)$$

- modify Einstein/Hilbert action (Carroll ...)

- String theories/extradimensions (cosmo+submm)

(Dvali, Deffayet ...)

$$H^2 = \left(\sqrt{\frac{8\pi G \rho}{3} + \frac{1}{4r_c^2}} + \frac{1}{2r_c} \right)^2 \quad r_c = \frac{M_{Pl}^2}{M_{(5D)}^3}$$

Remarks :

➔ Some alternatives are degenerate :

Scalar-Tensor theories \longleftrightarrow Theories with additional curvature terms
« back-reactions » models \longleftrightarrow quintessence models ...

➔ One can define w^{eff} for these alternatives (Linder03) :

$$w^{\text{eff}} = -1 - \frac{1}{3} \frac{d \ln \delta H^2}{d \ln a} \quad \delta H^2 = (H / H_0)^2 - \Omega_M a^{-3}$$

see Linder 0601052 for the correspondance between w^{eff} and the GR alternatives

Dark Energy Models :

Phénoménological models



➔ Perfect Fluid : $\rho_X(z), w_X(z) = P_X / \rho_X$ need for parameterizations ...

➔ Scalar Field(s) Models φ :

* **Quintessence** (Peebles, Wetterich, Steinhardt ...): $\varphi \rightarrow V(\varphi), \varphi_{in}, \dot{\varphi}_{in}$

$$L = \frac{1}{2} \partial^\mu \varphi \partial_\mu \varphi - V(\varphi) \quad w^{eff} = \frac{1/2 \dot{\varphi}^2 - V(\varphi)}{1/2 \dot{\varphi}^2 + V(\varphi)}$$

$$-1 < w^{eff} < 1$$

☹ few predictions

In gal : $dw^{eff} / dz > 0$

☺ tracker solutions

* **k-essence** (Mukhanov, Damour ...): non-minimal kinetic term

$$L = K(\partial_\mu \varphi) \times V(\varphi)$$

In gal : $-1 < w^{eff} < 1$ and $dw^{eff} / dz < 0$

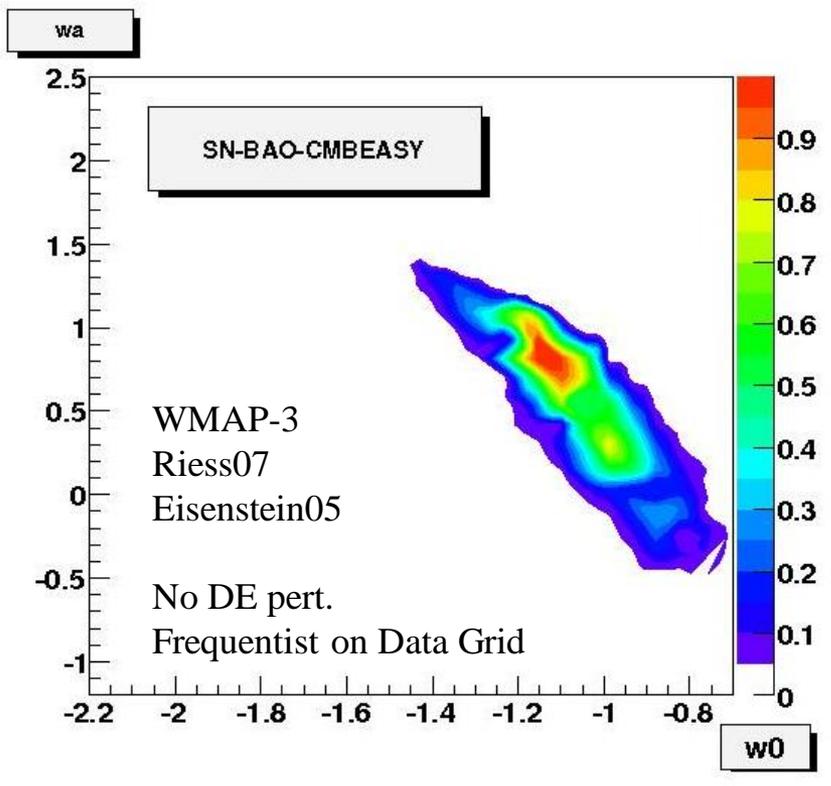
* **Phantom** (Caldwell ...):

$$L = -\frac{1}{2} \partial^\mu \varphi \partial_\mu \varphi - V(\varphi)$$

$$w^{eff} < -1 \quad \exists \text{ large number of mod.}$$

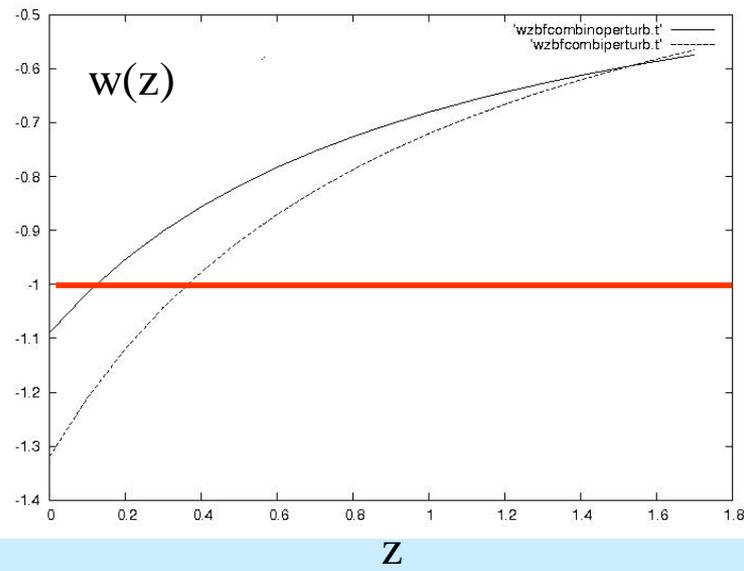
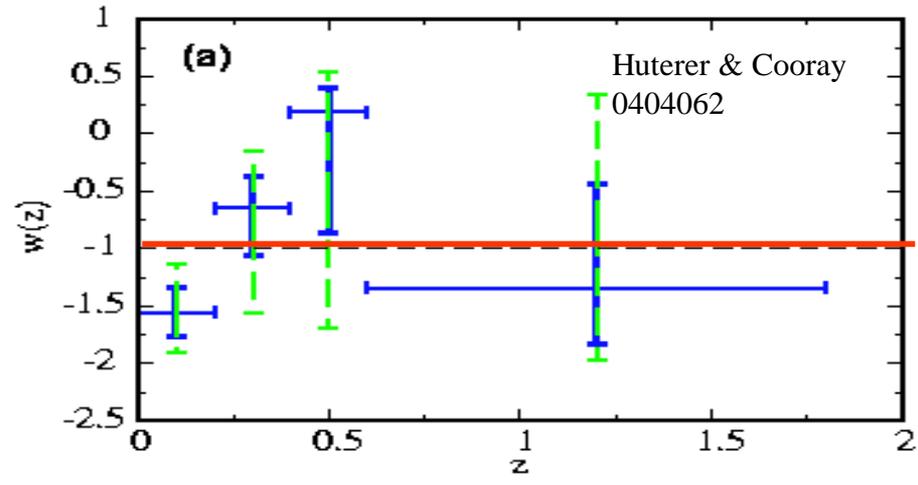
* **Quintom** (Zhang): 2 scalar fields : Quintessence+Phantom

Avoid the « phantom divide » problem (Zhang, Hu, Caldwell ...)



$$w_0 = -1.14^{+0.12}_{-0.13}$$

$$w_a = +0.84^{+0.26}_{-0.30}$$



➔ Models with ϕ -Matter couplings

(Zhang, Peccei, Nelson, Kaplan ...): *quintom/mass varying particles/...*

In general, many new parameters are introduced

Re : A very interesting models : ϕ -v couplings

VI: Dégénérescences

et

Analyses combinées

Problèmes avec la modélisation de l'énergie noire

Are we able to distinguish the various DE interpretations ?

Question : \exists a common approach to all these models ? (ie model independent)

The w^{eff} approach is relatively general

eg Linder 0402503

~~$w(z) = \text{cste}$~~

~~$w^{\text{eff}} > -1$~~

Re : Some models are degenerate (ie same w^{eff}) but an important selection can be done

Theoretical models are natural in $(w(z), w'(z) = dw/d\ln a)$

Problem 1: $w(z)$ and $w'(z)$ are not constrained directly by observations

One need to define a parameterization for $w(z)$ (or $\rho(z)$ or perform non-parametric test)

Problem 2: Theoretical degeneracy :

In fact, for a particular $w^{\text{eff}}(z)$ one can find a corresponding model in each class (new fluid, new gravitation th., inhomogeneous models)

Problem 3: ad hoc choice for the parameterization introduce degeneracies and bias !

Are we able to do something else ???????

Parameterization examples :

- Taylor : $w(z) = w_0 + w_1 z$ valid at small z : $\rho_x(z) \sim e^{3w_1 z}$
- Linder/Polarski : $w(z) = w_0 + w_a (1-a) = w_0 + w_a z / (1+z)$
- Gerke/Efstathiou : $w(z) = w_0 + w' \ln a = w_0 - w' \ln(1+z)$

$$w'(z) = -w_a / (1+z)$$
$$\Rightarrow w(z) = w'(z) + w_0 + w_a$$
$$w_a = \left. \frac{dw}{dz} \right|_{z=0} \quad (= -2w' \Big|_{z=1})$$

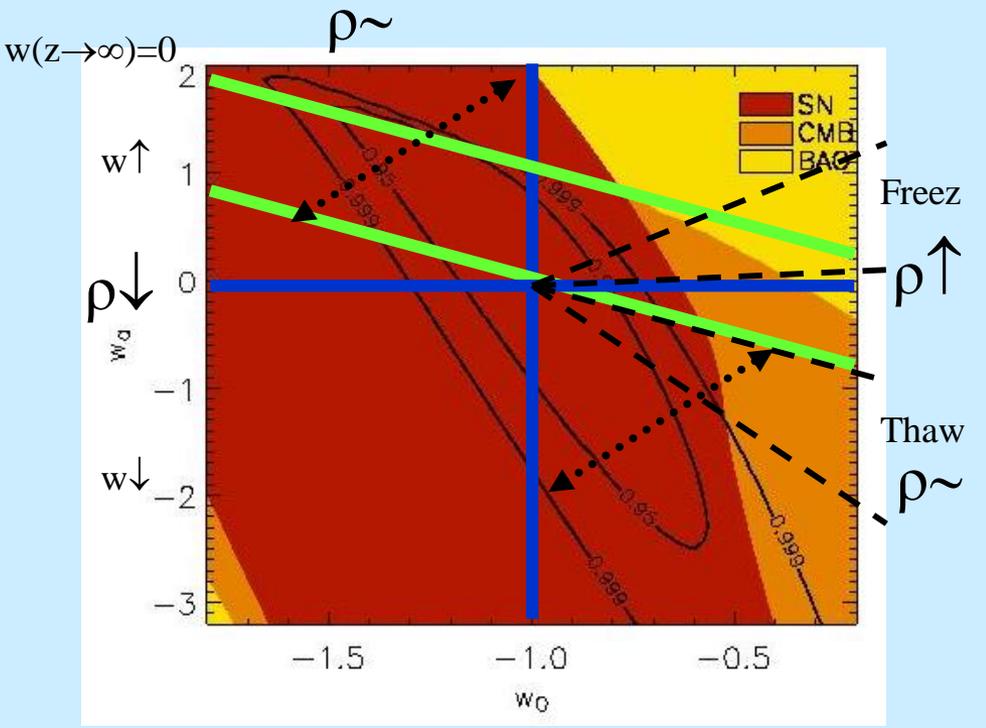
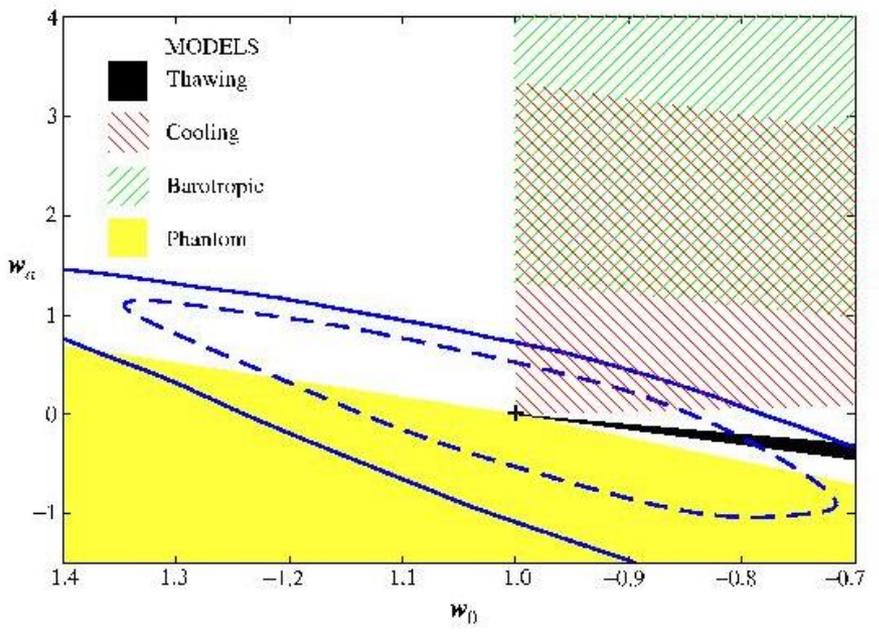
Linder-Huterer 0505330

Problem 4 : \exists many other parameterization, but 2 parameters only may be constrained !! (voir prochaine partie ...)

Theoretical Problem / Bias : mapping $(w(z), w'(z)) \longrightarrow (w_0, w_a)$
 is a crude approximation

«Model independent» approach \longrightarrow «parameterization dependent»

—: Ly α +SN-gold
 +SDSS+WMAP
 at 95%CL
 Barger et al. 06



☺ Some models are disconnected in this plane : distinction is possible !!!!

☹ Λ is the crossing point of all the classes of models : Fid $\approx\Lambda \equiv$????????

Problems with the extraction of the cosmological parameters

Phenomenological problems / Analysis

Are the (w_0, w_a) con

Maor, Steinhardt et al., PRL 2002, PRD03

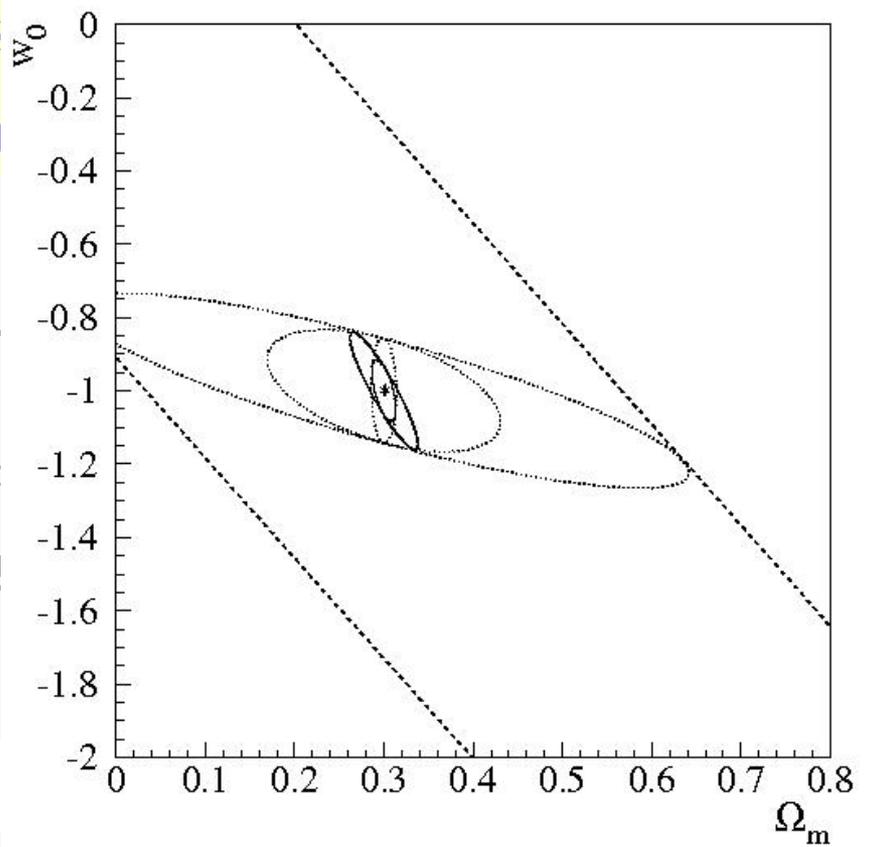
Observables

$$\int \dots \iint$$

- ➔ Fonctionnal form : fundamental role $(w(z))$
- ➔ Degeneracies among parameters (strong)
- ➔ Number of parameters to fit : too large

$$D_L(z) = c(1+z) \int_0^z \frac{H_0 du}{H(u)}$$

$$m(z) = 5 \log D_L(z) + M_s$$



$$(H(z)/H_0)^2 = \Omega_M^0 (1+z)^3 + \Omega_R^0 (1+z)^4 + \Omega_k^0 (1+z)^2 + \Omega_X^0 (1+z)^3 e^{3 \int_0^z w_X(z') d \ln(1+z')}$$

Consequences :

➔ Reduce the number of parameters \implies source of bias

➔ Perform analysis combining several cosmological probes but



Examples of Analysis Bias

with SNIa studies

Bias due to the temporal evolution of w_x

Framework : assume for the fit $w(z)=\text{cste}=w_0$
whereas reality (Fiducial) is different ($w_1^F \neq 0$)

Illustration : $\Omega_M^F=0.3$ $w_0^F=-0.7$ $w_1^F=0.8$ give
 $\Omega_M=0.62 \pm 0.013$ and $w_0=-1.55 \pm 0.19$

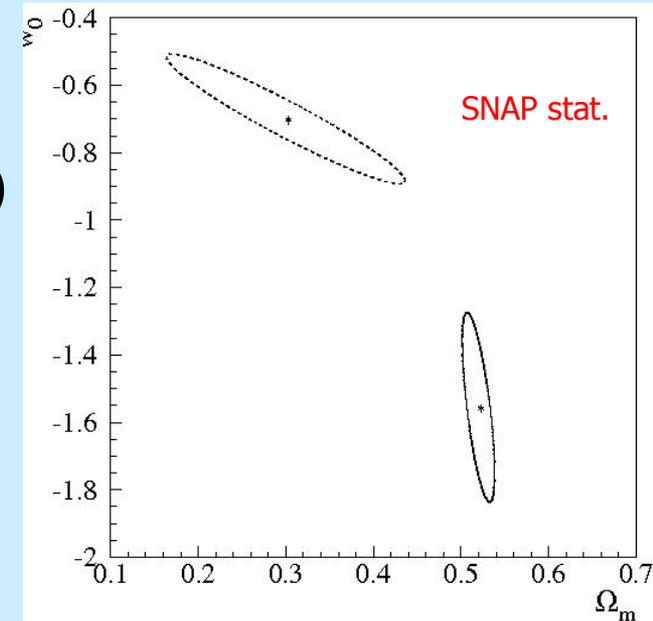
Definitions : **Bias** : $B(\Theta) = |\Theta^F - \Theta|$

Validity Zone (VZ) : $B(\Theta) < \sigma(\Theta)$

Biased Zone (BZ) : $B(\Theta) > \sigma(\Theta)$

Non-Converging Zone (NCZ) : fit problems are detectable

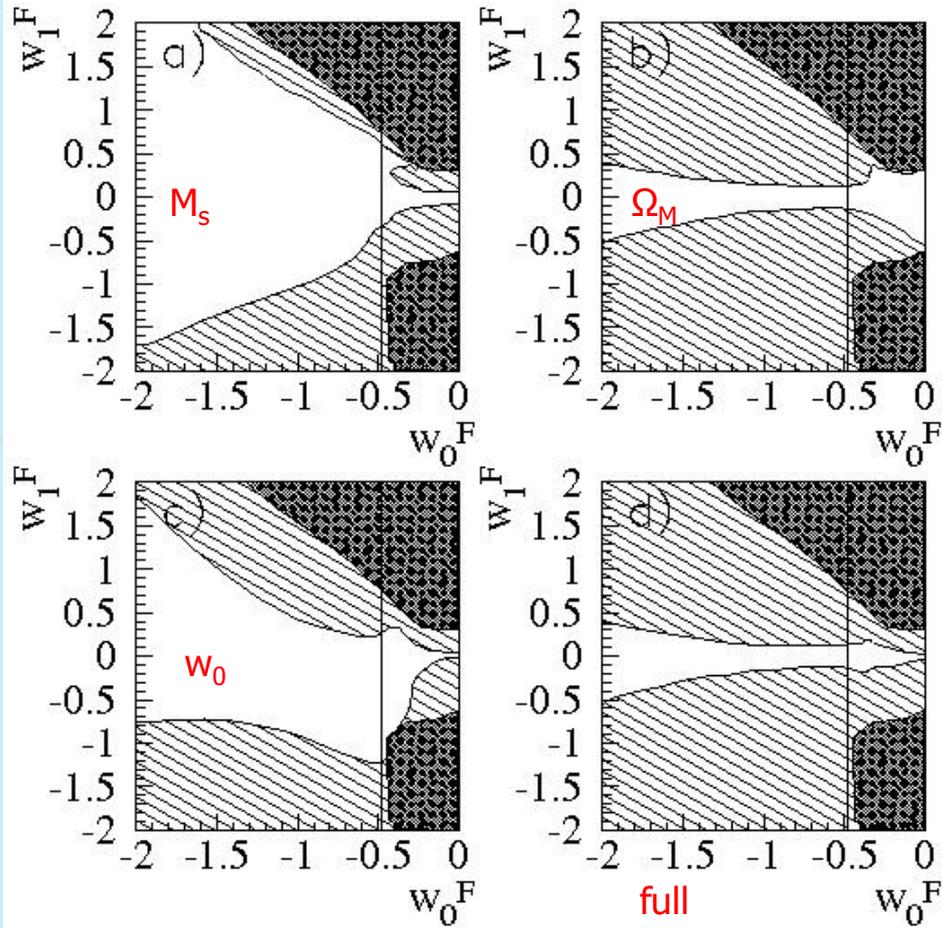
Visualisation : Fiducial plane (w_0^F, w_1^F)



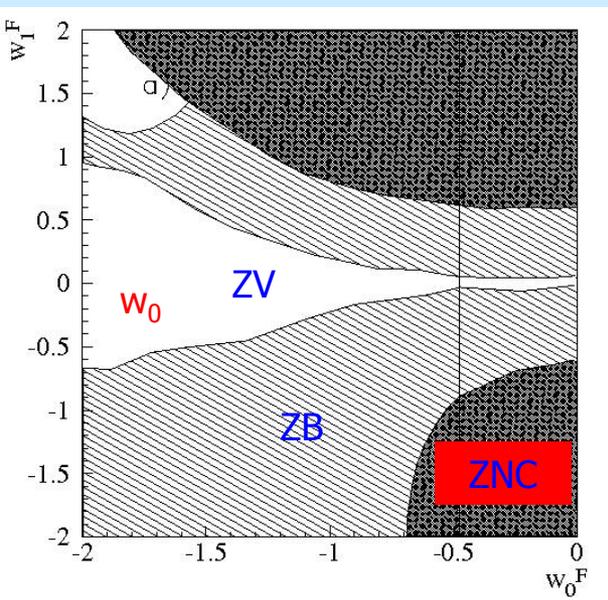
Results : SNAP stat. no/weak prior

- ➔ Ω_M biased very quickly
- ➔ w_0 biased if strong variations or if w_0 is closed to 0

➔ With a strong prior, the bias is reported on w_0 which is now biased quickly if we are not on the $w_1^F=0$ line



strong prior (1%)



Conclusions :

Neglecting w_1 in the fitting procedure gives erroneous results on Ω_M and w_0

Re: assuming $w_0=-1$ ($DE=\Lambda$) is even more restrictive !

Bias from a strong prior on Ω_M

Framework : fitting procedure where we assume $\Omega_M = \Omega_M^{\text{prior}} \pm \sigma(\Omega_M^{\text{prior}})$ whereas reality may be different ($\Omega_M^{\text{F}} \neq \Omega_M^{\text{prior}}$)

Illustration :

accelerating (\sim best fit) : $\Omega_M^{\text{F}}=0.5$ $w_0^{\text{F}}=-2.2$ $w_1^{\text{F}}=1.6$

decelerating ($q_0^{\text{F}}>0$) : $\Omega_M^{\text{F}}=0.5$ $w_0^{\text{F}}=-0.6$ $w_1^{\text{F}}=-10$

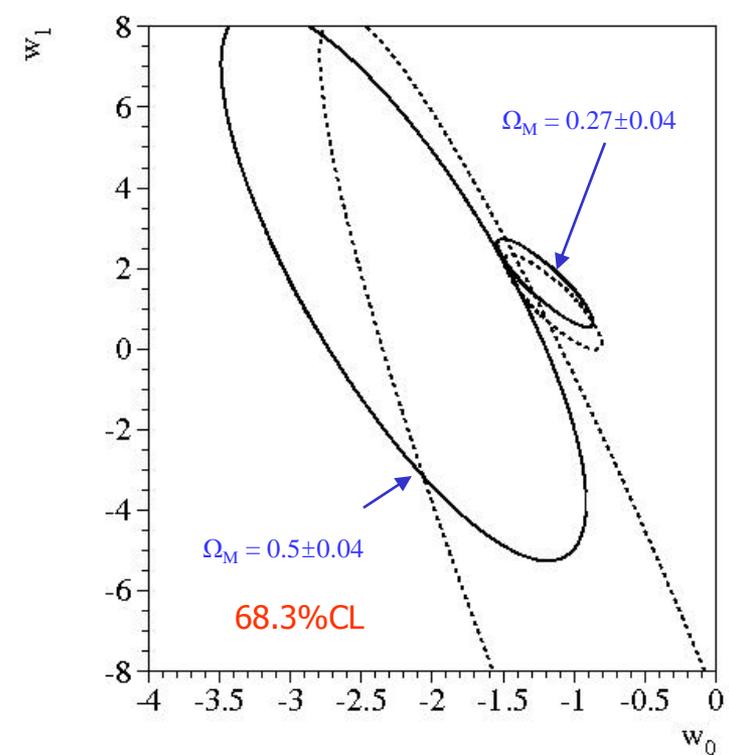
but fitted with the false prior $\Omega_M = 0.27 \pm 0.04$

Results :

➡ correct prior : $w_0=w_0^{\text{F}}$ and $w_1=w_1^{\text{F}}$ but large σ

➡ (false) prior $\Omega_M = 0.27 \pm 0.04$: w_0 and w_1 erroneous but close to Λ CDM
Indetectable with χ^2 ! ($\sigma(w_0)$ and $\sigma(w_1)$ small)

➡ Gold data don't have enough stat. to distinguish both models ... but the false prior may induce wrong conclusions on the w_0 and w_1 values and their errors !!!



Results

- This type of biases are very general and many models can be confused with Λ CDM
- The values for w_0 and w_1 are brought **artificially** in the quadrant **$w_0 > -1.8$ and $w_1 > 0$** by the strong prior $\Omega_M = 0.27 \pm 0.04$.
- In this quadrant the errors are always small
- Q: Can we believe blindly this prior ? What is the best strategy to extract correctly the cosmological parameters ?

Re: Origin of $\Omega_M = 0.27 \pm 0.04$? From “combined” analysis of CMB+LSS data, which assume DE= Λ
Relaxing some assumptions allows $0.1 < \Omega_M < 0.5$

Bridle et al. 04,
Conversi et al. 04

First conclusions :

For a « pure SN » approach

- Be careful with assumptions on functional form : e.g. $w=cste$



Wrong estimations of the central values and under-estimation of the errors ! (undetected !!)

- Be careful with « strong priors » : e.g. on Ω_M

- This choice may introduce some bias
- The origin of the prior should be controlled carefully : hypothesis should be identical for both analysis

See eg Steinhardt et al. Astro-ph/0411803



Perform combined analysis :

- * Avoid too many assumptions
- * reduce degeneracies among cosmological parameters

The power of Combined Analysis

An example of the power of combined analysis : C. Yèche et al. 0507170

• **Mid-term scenario :**

⇒ 2008-2010 (before Planck)

⇒ **CMB:** WMAP + Olimpo (balloon experiment with good resolution and a small field)

⇒ **SNIa:** SNLS+SNFactory+HST

⇒ **WL:** CFHT-LS.

• **No assumption on Ω_M
and dynamical $w(z)$**

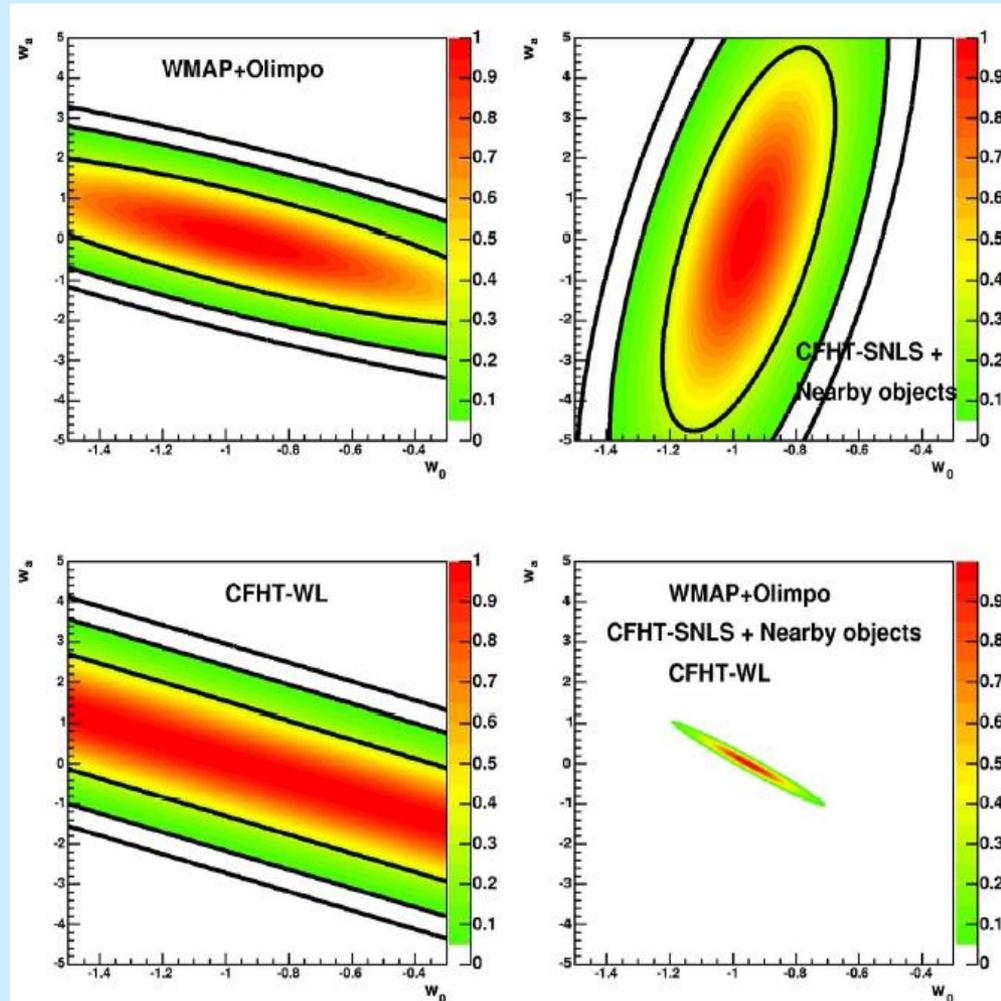
⇒ reduce prior assumptions

⇒ reduce degeneracies

⇒ but coherence test necessary

⇒ many open questions

$$\chi_T^2 = \chi_{SN}^2 + \chi_{CMB}^2 + \chi_{WL}^2$$



Another example : Constraining curvature and DE EoS simultaneously

Background : * Studies done very recently only (difficult+time consuming)

* Not done by observational collaboration

* Problems due to the «geometrical degeneracy» :

same CMB anisotropy spectrum if identical (Efstathiou-Bond 99, Huey et al .99)

ω_b and ω_M

primordial fluctuation spectra

shift parameter R

$$R = \sqrt{\frac{\omega_M}{\omega_K}} \sinh(\sqrt{\omega_K}) \int_{a_r}^1 \frac{da}{\sqrt{\omega_M a + \omega_K a^2 + \omega_\Lambda a^4 + \omega_Q a^{(1-3w_Q)}}} = \sqrt{\omega_M} d_A(a_r)$$

=> without priors, whatever CMB precision

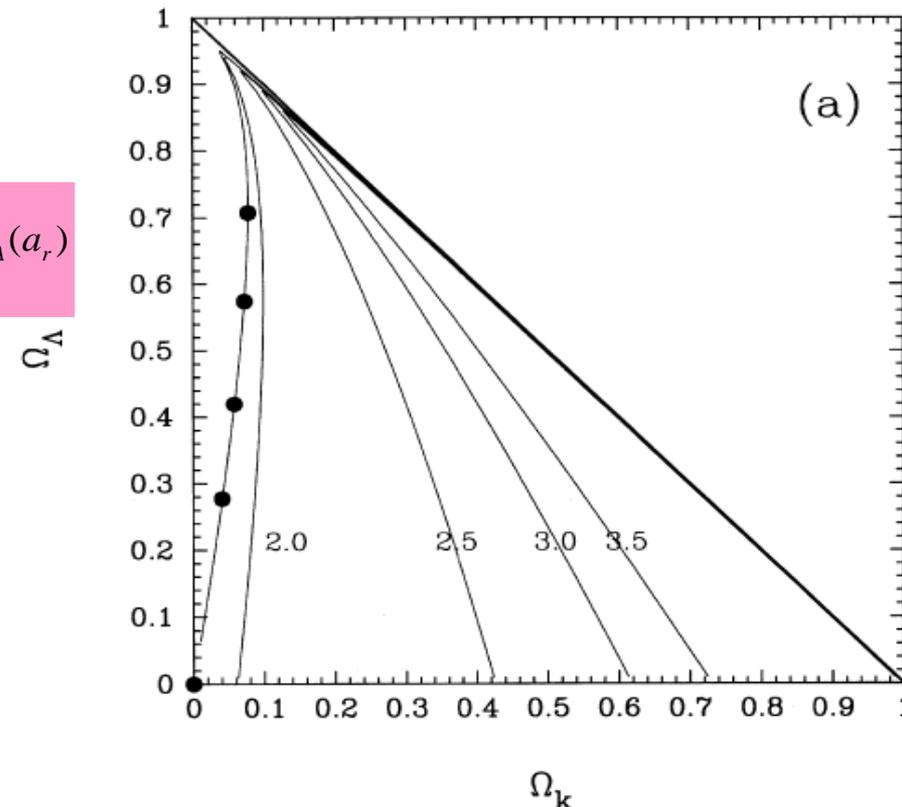
Ω_T known to 10% and Ω_Λ undetermined

=> CMB analysis need priors

or combined analysis

=> problem reinforced if we enlarge

the DE parameter space (ie $w=cste$, (w_0, w_a))



Consequence => **vicious circle** :

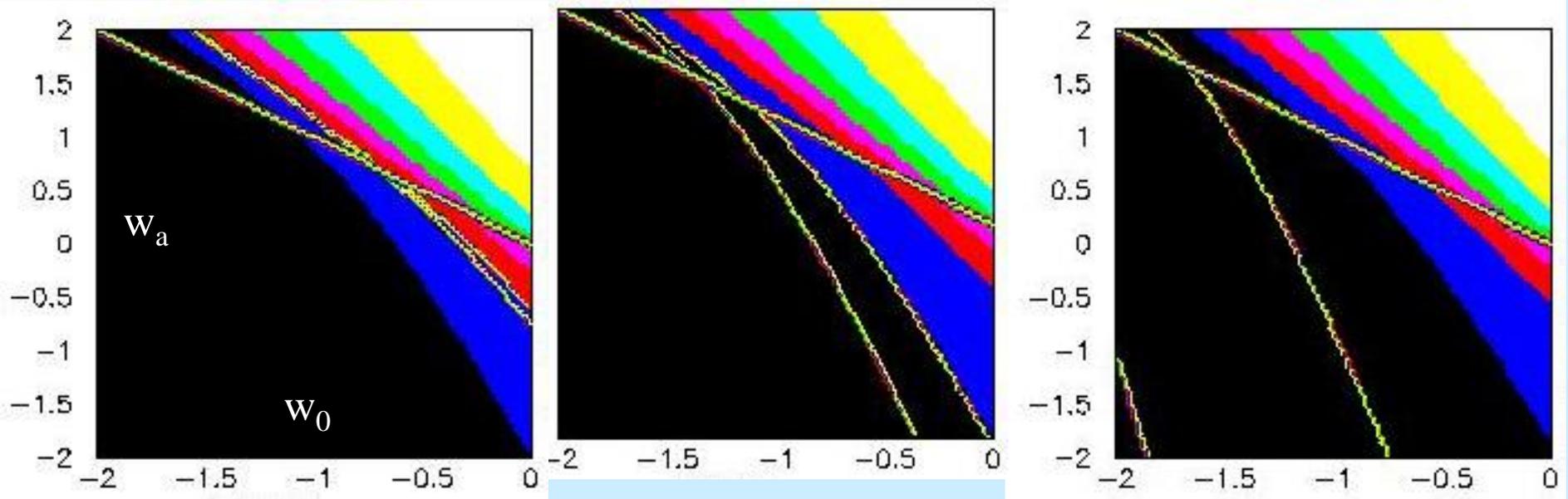
assume $DE=\Lambda$ and get Ω_T or assume $\Omega_T=1$ and get (w_0, w_a)

However, geometrical degeneracy very important in the (w_0, w_a) plane and is strongly dependent on the density parameters Ω 's

$\Omega_M=0.3, \Omega_X=0.6$

$\Omega_M=0.3, \Omega_X=0.7$

$\Omega_M=0.3, \Omega_X=0.74$



WMAP3 : $R=1.70 \pm 0.03$ (Wang-Mukherjee 06)

It is argued that combined analysis will break these degeneracies :

This is true only partially !

Preliminary Question : Are we able to detect the «wrong» hypothesis $DE=\Lambda$ or $\Omega_T=1$, when performing a combined analysis ?

Answer : Not always, so the vicious circle is dangerous for the interpretation, even with future high precision measurements !

Illustrations of the problems with SN + CMB (R) + BAO (A)

Illustrations with long term scenarios

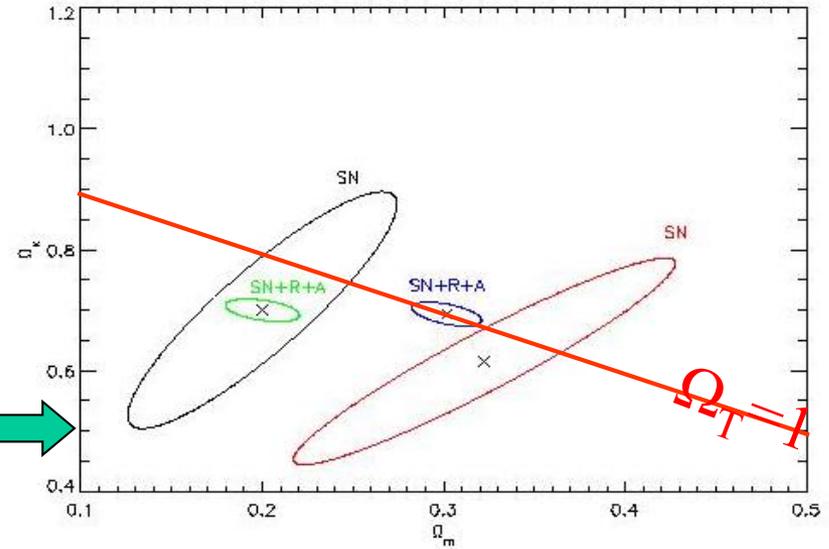
Assume $DE=\Lambda$ and get Ω_T

$$\Omega_M^F=0.2 \quad \Omega_X^F=0.7 \quad (\Omega_T^F=0.9)$$

$$w_0^F=-0.9 \quad w_a^F=0.9$$

The χ^2 is low : pb undetectable !

We confuse a dynamical non-flat DE model with flat Λ CDM !!!



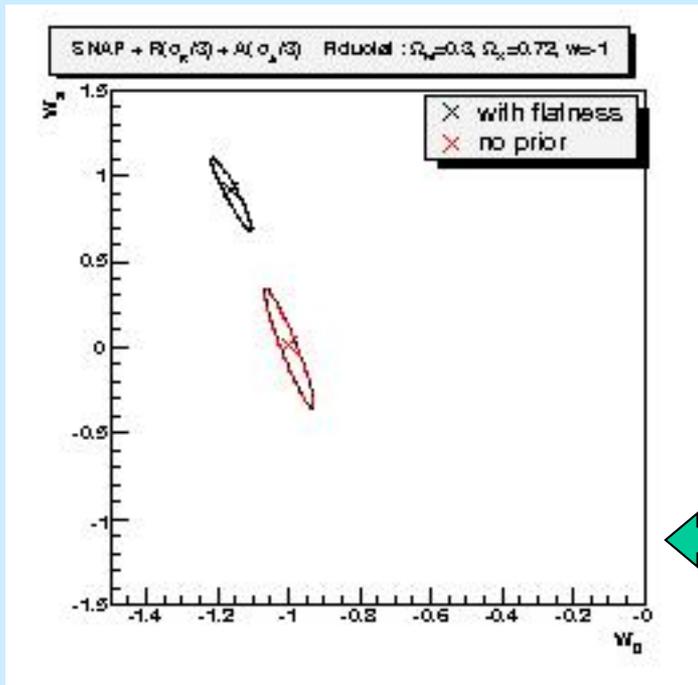
Assume $\Omega_T=1$ and get (w_0, w_a)

$$\Omega_M^F=0.3 \quad \Omega_X^F=0.72 \quad (\Omega_T^F=1.02)$$

$$w_0^F=-1 \quad w_a^F=0 \quad (DE=\Lambda)$$

The χ^2 is low : pb undetectable !

We confuse a non-flat Λ CDM model with a flat dynamical DE model !!!



Even with combined analysis at high precision, relax assumptions to avoid bias !

Combined analysis: present data & relaxed priors constraints on curvature and DE EoS

Data : CMB(WMAP3)+LSS(P(k):SDSS+2dF)+SNIa(SNLS,Gold)

Cosmological parameters:

$$\Omega_b h^2, \Omega_c h^2, \tau, \Theta_s, n_s,$$

$$w_0, w_a, \Omega_k, \log(10^{10} A_s)$$

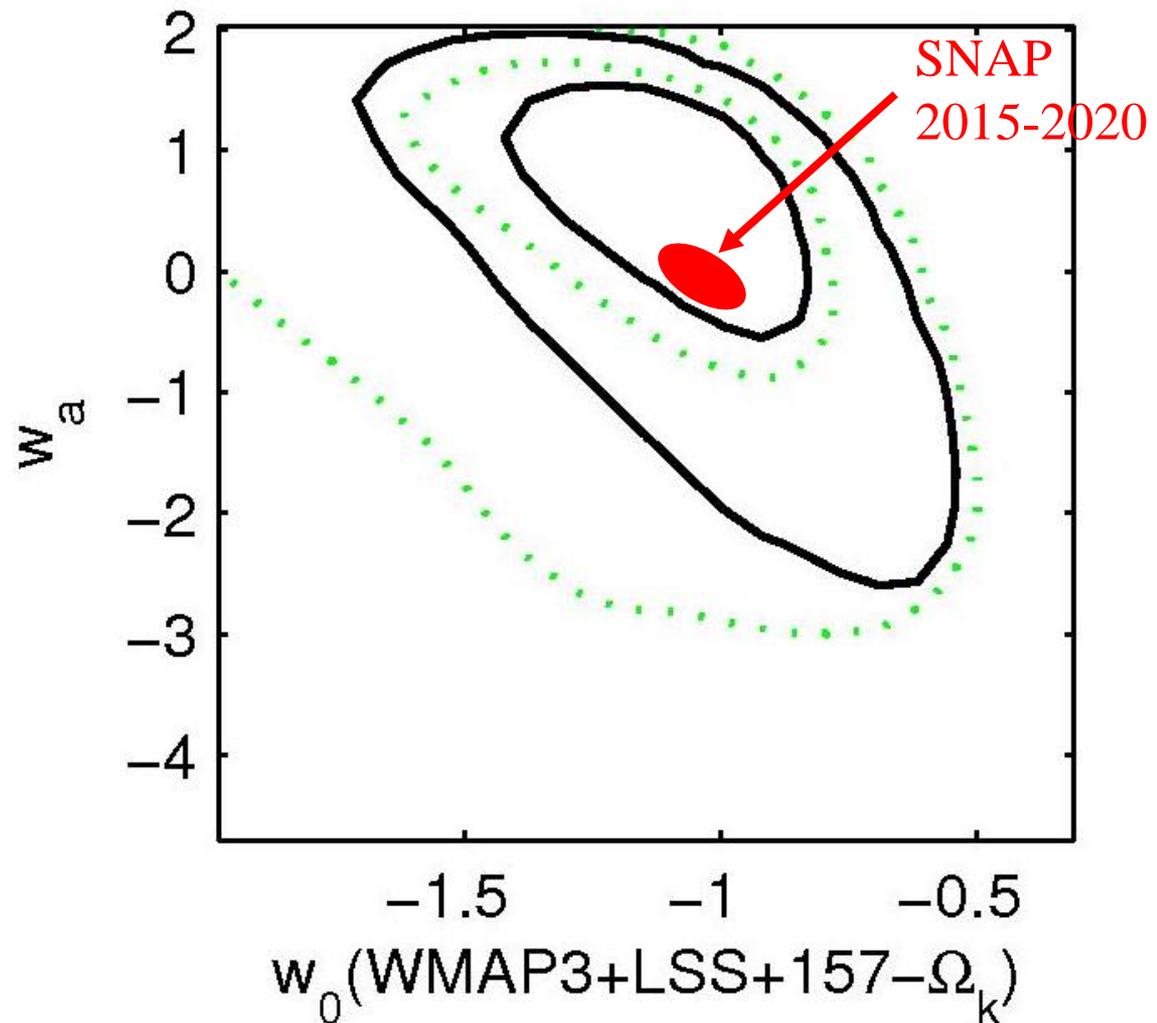
We use priors:

$$(h = 0.72_{-0.08}^{+0.08})$$

$$\Omega_b h^2 = 0.022_{-0.002}^{+0.002}$$

$$10\text{Gyr} < t_0 < 20\text{Gyr}$$

Present CMB+LSS+SN
data give almost no
constraints on DE EoS
when priors are relaxed



Problems to
distinguish Dark Energy models
(sequel)

Knowledge of (w_0, w_a) is sufficient to distinguish the various DE models ?

Unfortunately the answer is NO !

Separation of some classes, but models of very different nature stay degenerate :

eg back-reactions  Quintessence

In fact, for a particular $w^{\text{eff}}(z)$ one can find a corresponding model in each class (new fluid, new gravitation th., inhomogeneous models)

First tentative of solution :

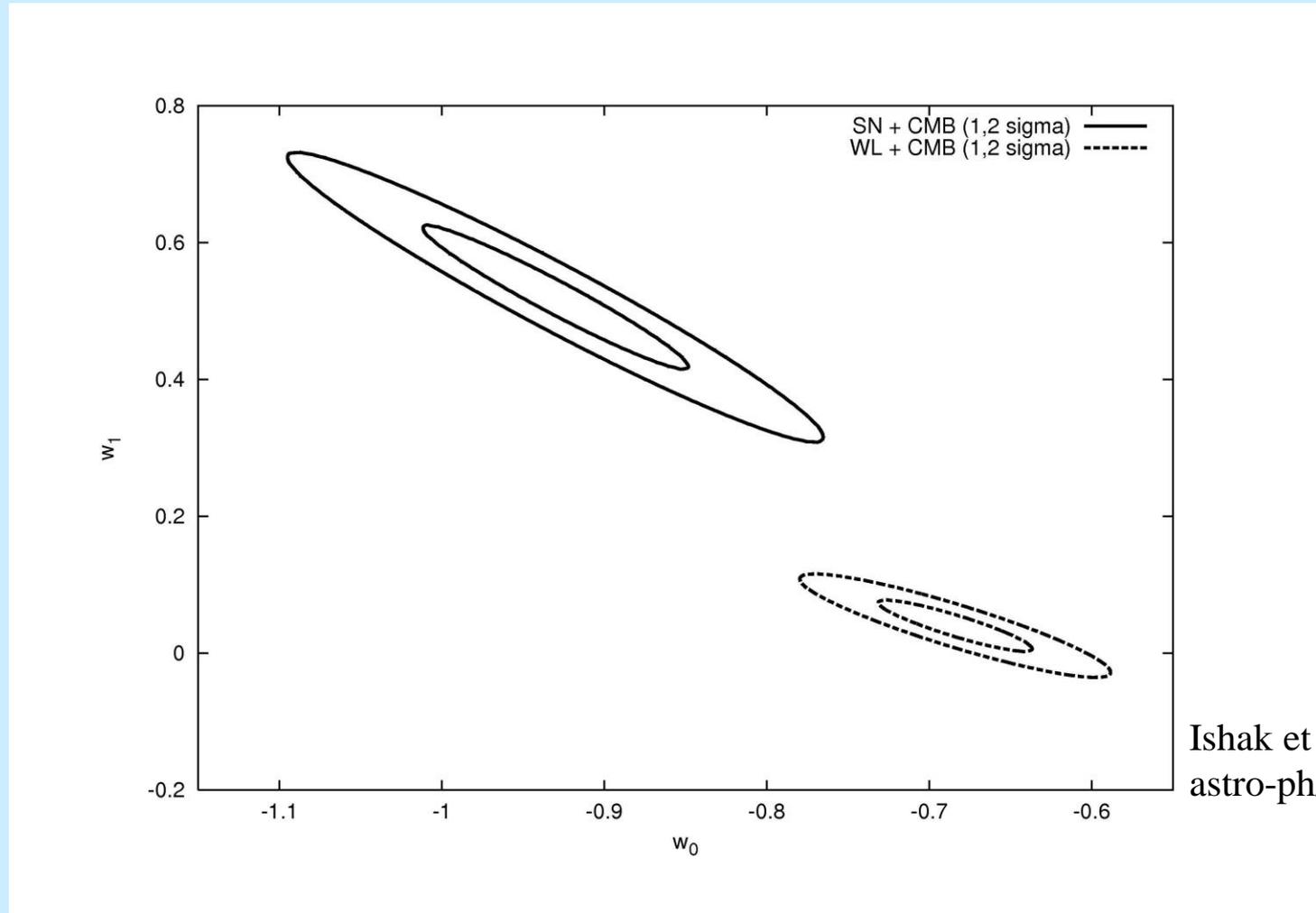
compare constraints on (w_0, w_a) from different tests :

Geometrical tests (distances, background)

VS

Tests of the growth of structures (perturbations)

Manifestation of the DGP model (extra-dimensions) when General Relativity is assumed (+ classical assumptions on primordial fluctuations)



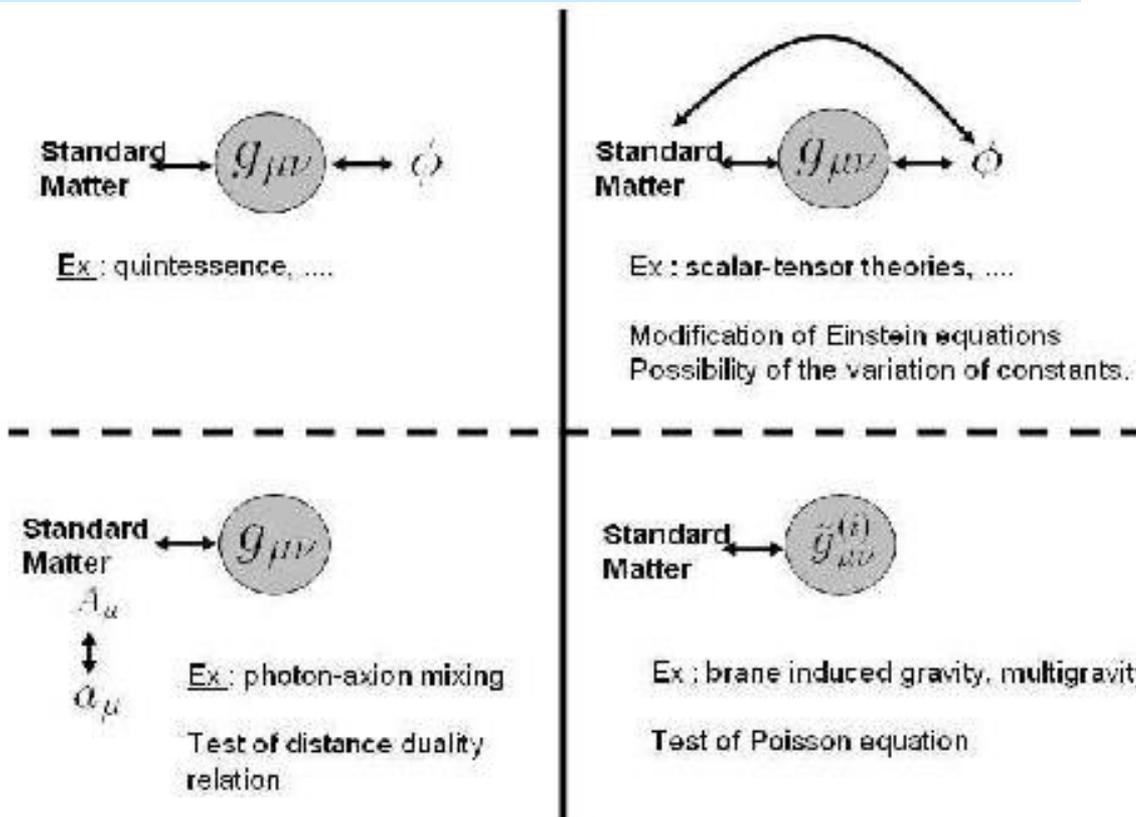
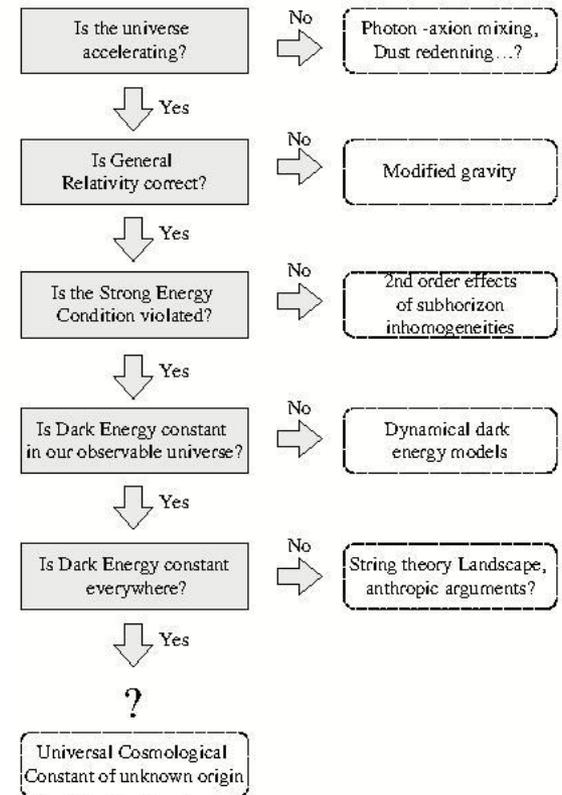
Problem :

other sources of bias (analysis, astrophysical and theoretical) may produce similar inconsistencies ...

Other interesting approaches :

parameterize the growth function :
Linder-Cahn 07

mix various tests :
Uzan 04, Bean-Carroll-Trodden 06



CONCLUSION

On est au début de l'interprétation cohérente des données

On espère que les futurs grands sondages :

- * sol : LSST, DES

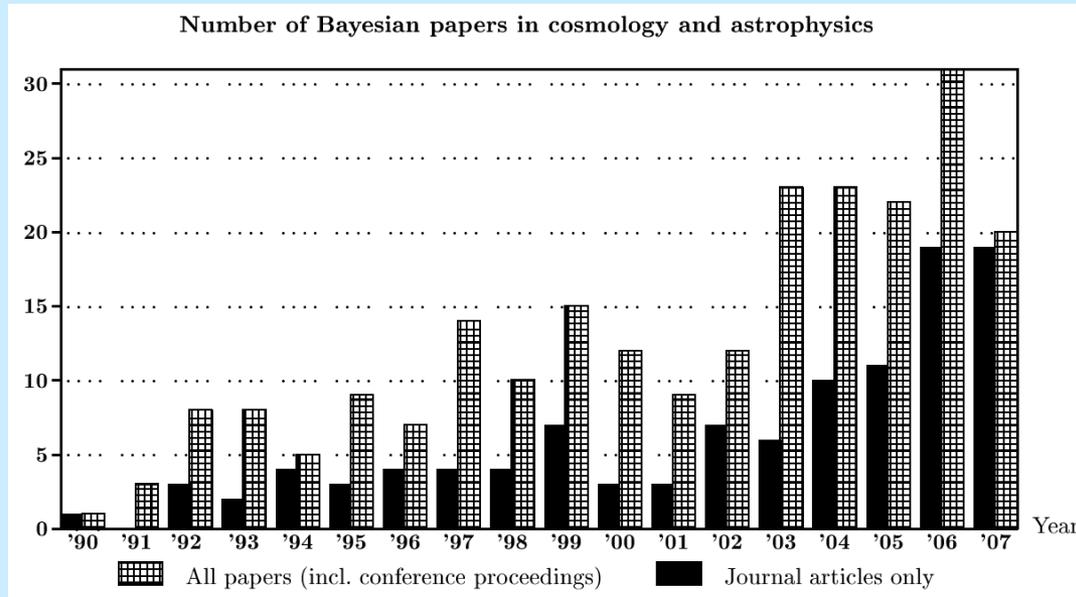
- * espace : JDEM/SNAP (NASA/DOE), EUCLID (ESA/CNES)

permettront de séparer la véritable origine de l'accélération cosmique des 3 grandes classes d'interprétation :

- * nouveau fluide
- * modification gravité
- * effets des inhomogénéités

Les différentes méthodes statistiques sont au cœur des analyses permettant de réaliser cette distinction !

Les méthodes Bayésiennes sont de plus en plus courantes en cosmologie



L'exploration de l'espace des paramètres se fait par des chaînes de Markov (MCMC=Markov Chain Monte Carlo)

Les intervalles «de confiance» et de «crédibilité» diffèrent peu selon la technique utilisée

La sélection de modèles reste très débattue : forte dépendance sur les a priori