

Alain Barrat

TRAVAUX DE RECHERCHE

1 Criticalité auto-organisée

Avec A. Vespignani (ICTP, Trieste), nous avons étudié numériquement les modèles les plus connus de criticalité auto-organisée, d'un point de vue inhabituel mais qui permet de définir le temps de façon inambigue (dans la définition initiale, les échelles de temps d'addition d'énergie et de dissipation sont infiniment séparées), et donc des fonctions de corrélation et de réponse. Nous avons étudié ces fonctions, et en particulier les comportements des temps et longueurs de corrélation et de réponse en fonction des paramètres des modèles. Nous avons par exemple établi que les temps de réponse et de corrélation sont différents, même s'ils ont les mêmes exposants critiques. Nous avons ainsi montré qu'il n'y avait pas, comme dans les systèmes à l'équilibre, de proportionnalité entre la fonction de réponse et la dérivée temporelle de la fonction de corrélation, rendant impossible la définition par ce moyen d'une température.

Référence: A. Barrat, A. Vespignani, S. Zapperi, *Fluctuations and correlations in sandpile models*, Phys. Rev. Lett. **83**, 1962 (1999).

2 Réseaux small world

En collaboration avec M. Weigt (LPTENS, Paris), j'ai étudié par des moyens numériques et analytiques les caractéristiques des réseaux dits de type "smallworld", introduits récemment par Watts et Strogatz [Nature **393**, 440 (1998)]: ils sont définis à partir de réseaux réguliers, pour lesquels on redirige une certaine fraction des liens vers des sites arbitrairement choisis; ces liens redirigés (désordre) deviennent donc à longue portée et l'on comprend que leur présence peut modifier le comportement du réseau. En changeant la proportion de ces liens, on peut passer continûment de réseaux réguliers à des réseaux aléatoires, avec des propriétés mixtes, ce qui a permis de les proposer pour des modèles de réseaux par exemple sociaux. Nous avons en particulier étudié la distribution de probabilité des connectivités, la distance moyenne entre deux sites pris au hasard, les propriétés de connections locales, et l'évolution de ces propriétés avec la taille du système et le désordre. Ceci nous a permis de montrer que toute valeur finie du désordre induit un comportement "small-world", dès que le réseau est assez grand: pour un réseau de N sites, il suffit d'avoir une fraction d'ordre $1/N$ de liens à longue portée pour que ses propriétés soient changées: par exemple, la longueur moyenne entre deux sites se met à croître comme $\ln N$ et non plus comme N ; cette caractéristique de proximité des points du réseau, liée à un fort "clustering" local (c'est-à-dire que, si deux points sont connectés à un troisième, il est fort probable qu'ils soient aussi connectés entre eux), constitue l'essence du "smallworld".

Nous avons montré les conséquences d'une telle structure de réseau dans le cas de l'exemple d'un modèle d'Ising défini sur un réseau uni-dimensionnel pour lequel on a redirigé certains liens en des liens à longue portée. Alors que le modèle d'Ising à une dimension ne présente pas de transition de phase, le modèle avec désordre de liens présente une transition de phase de type champ moyen dès que le désordre est fini, i.e. dès que le réseau n'est plus régulier. En effet, le modèle d'Ising est défini dans la limite thermodynamique d'un nombre de sites infini; la fraction $1/N$ de liens à longue portée nécessaires pour avoir un effet "smallworld" tend donc vers 0 et n'importe quel désordre fini permet d'obtenir des propriétés où les liens à longue portée dominent et donnent un comportement de type champ moyen.

Référence: A. Barrat, M. Weigt, *On the properties of small-world network models*, Eur. Phys. J. B. **13**, 547 (2000).

3 Compaction des milieux granulaires

La physique de la **compaction des milieux granulaires** constitue un champ de la physique hors d'équilibre qui pose de nombreuses questions aussi bien théoriques qu'expérimentales.

De par les échelles d'énergie mises en jeu, les milieux granulaires peuvent être considérés comme à température nulle. Ceci implique que l'on doit leur apporter de l'énergie afin de leur permettre d'explorer l'espace des phases, et que toute dynamique s'étudie comme la réponse à une perturbation extérieure. La dynamique des milieux granulaires dépend en général de nombreux paramètres, dont en particulier l'histoire du système, ce qui rend délicate leur étude.

De nombreux modèles ont été proposés pour reproduire la riche phénoménologie mise en évidence par la série d'expériences du groupe de Chicago.

4 Modèle Tetris

En collaboration avec V. Loreto, nous avons réalisé une étude numérique approfondie du "Random Tetris Model", une variante du modèle de Tetris, qui a reçu récemment une grande attention du fait de sa simplicité et de sa capacité à reproduire de nombreux effets observés expérimentalement. Ce modèle considère des particules qui diffusent sur un réseau (les grains de sable réels ne sont bien sûr pas sur un réseau, mais l'idée est de définir des modèles qui soient assez simples pour pouvoir être étudiés en détail), la gravité et le forçage sont simulés par le choix d'une direction privilégiée et de probabilités différentes de diffuser vers le haut ou le bas. Les particules sont de plus enfermées dans une boîte avec un fond rigide. Les contraintes subies par les particules sont, comme pour de vrais grains, uniquement géométriques (aucun désordre extérieur n'est introduit): elles sont allongées avec deux orientations possibles, et la frustration géométrique vient du fait que deux particules ayant la même orientation ne peuvent occuper des sites voisins dans cette direction. Comme ce modèle présente un état fondamental antiferromagnétique, et que sa dynamique peut être décrite par une croissance de domaines, le système tend vers une densité maximale égale à 1. Nous avons donc décidé d'étudier une variante pour laquelle les particules ont des tailles et formes aléatoires, afin de se rapprocher d'un cas réaliste.

L'étude numérique a requis de nombreux efforts afin de comprendre l'influence des nombreux paramètres (forçage, changement du forçage, histoire du système...); il faut de plus moyenner sur de nombreuses réalisations à cause des fluctuations importantes, et analyser en détail les configurations du système.

Nous avons étudié la réponse du système à différents types de dynamique: à forçage constant, à forçage variant lentement dans le temps, et à des changements brusques du forçage, infinitésimaux ou grands. Les outils ont été d'une part les fonctions de corrélation, la densité moyenne, c'est-à-dire des quantités globales; nous avons ainsi mis en évidence le vieillissement à forçage constant, la phénoménologie habituelle de la compaction des granulaires, mais aussi la présence de phénomènes de mémoire à courte et longue durée selon les cas lors d'un changement brusque du forçage; certains de ces phénomènes ont été observés expérimentalement de façon à peu près contemporaine à notre étude. Nous avons également mis l'accent sur un autre outil plus détaillé, souvent négligé dans les études préalables, mais nécessaire à l'interprétation correcte des phénomènes: les profils de densité. Ces profils ont permis de souligner l'importance des hétérogénéités qui peuvent survenir,

et de proposer une interprétation basée sur une séparation des phénomènes ayant lieu dans le cœur du système et à sa surface.

Références: A. Barrat, V. Loreto, *Response properties in a model for granular matter*, J. Phys. A **33**, 4401 (2000); A. Barrat, V. Loreto, *Memory in aged granular media*, Europhys. Lett. **53**, 297 (2001)

5 Approche thermodynamique des milieux granulaires denses

Les milieux granulaires sont toujours hors d'équilibre, et les outils habituels de la thermodynamique ne peuvent leur être appliqués; il est pourtant clair que, comme pour d'autres systèmes comportant de nombreux degrés de liberté, une approche thermodynamique permettrait une compréhension bien plus profonde du problème. Il est très important dans ce contexte de comprendre quels outils de type thermodynamique peuvent être utilisés et comment développer des descriptions basées sur un petit nombre de paramètres. Il y a quelques années, S.F. Edwards et ses collaborateurs ont fait une proposition pour traiter les granulaires denses en proposant un substitut à l'ensemble microcanonique: les quantités macroscopiques doivent être obtenues par une moyenne sur toutes les configurations bloquées (c'est-à-dire dans lesquelles tous les grains sont incapables de bouger spontanément) de volume, énergie etc... donnés. L'hypothèse forte est ici que toutes les configurations bloquées sont considérées comme équivalentes et ont le même poids dans la mesure ainsi définie.

Cette approche a ses racines dans la physique de la transition vitreuse, et l'on sait qu'elle est valide dans certains modèles de champ moyen pour les verres.

Avec J. Kurchan, V. Loreto et M. Sellitto, nous avons examiné deux modèles **de dimension finie** qui reproduisent la phénoménologie de la compaction des granulaires, le modèle Tetris et le modèle de Kob-Andersen. Nous avons proposé une méthode pour construire et échantillonner de façon systématique la "mesure d'Edwards" (l'ensemble des configurations bloquées du système). Nous avons ainsi pu montrer que la prédiction de cette mesure pour un certain nombre d'observables coïncide avec les résultats de la dynamique de compaction à temps longs, dans le cas d'une compaction où le système reste homogène.

Cette approche a permis de proposer des tests expérimentaux pour tester la validité de ces concepts.

Références: A. Barrat, J. Kurchan, V. Loreto, M. Sellitto, *Edwards measures for powders and glasses*, Phys. Rev. Lett. **85**, 5034 (2000); A. Barrat, J. Kurchan, V. Loreto, M. Sellitto, *Edwards' measures: a thermodynamic construction for dense granular media and glasses*, Phys. Rev. E **63**, 051301 (2001).

6 Gaz granulaires

Les granulaires fortement vibrés sont pour leur part étudiés comme des **gaz granulaires**. De nombreuses expériences sont menées afin d'explorer la riche phénoménologie de ces systèmes, les instabilités, les distributions de vitesse, etc...

D'un point de vue théorique, le modèle le plus couramment utilisé est celui des sphères dures inélastiques car, malgré la simplicité de sa définition, il permet de reproduire de nombreux phénomènes expérimentaux observés dans des systèmes granulaires fortement vibrés. Ce modèle considère des sphères dures de même masse qui évoluent en dimension d avec des collisions binaires, conservant la quantité de mouvement mais inélastiques: à chaque collision, une

fraction $(1 - \alpha)$ de la composante normale de la vitesse relative est dissipée (α est appelé coefficient de restitution), et donc de l'énergie est perdue. Usuellement α est constant; la limite $\alpha = 1$ correspond à des sphères parfaitement élastiques.

- Un article récent de Ben-Naim *et al.* a proposé qu'un gaz libre de particules inélastiques est asymptotiquement dans la classe d'universalité du gaz complètement inélastique ("collant") pour lequel la vitesse relative est nulle après chaque collision. Dans cet article, un mapping sur l'équation de Burgers est invoqué pour conjecturer une certaine évolution de l'énergie et que le collapse inélastique n'existe pas en dimension supérieure à 4. Les fluctuations de vitesse et les exposants d'échelle en dimension 1 peuvent en effet être décrits par l'équation de Burgers. Cependant, en dimension supérieure, la version complètement inélastique du gaz de sphères dures ne correspond pas au gaz "collant" car la vitesse relative tangentielle n'est pas modifiée pendant la collision. Avec E. Trizac, nous avons donc décidé de tester la conjecture en effectuant des simulations par dynamique moléculaire du gaz de sphères dures en dimensions 4, 5 et 6. Nous avons mis en évidence l'existence du collapse inélastique dans tous les cas, à condition que l'inélasticité soit suffisante. Ainsi, la conjecture citée doit être révisée.
- De nombreuses expériences étudient les lits granulaires vibrés, et en particulier les distributions de vitesse horizontale des particules, et leurs déviations par rapport à une gaussienne. Alors que de nombreuses études théoriques ont porté sur ces déviations dans le cas de systèmes sans forçage, une injection d'énergie est nécessaire lors des expériences. Cette injection a été modélisée par une force aléatoire agissant sur les particules à intervalles réguliers, et en gardant le modèle de sphères dures inélastiques à coefficient de restitution constant. Cependant, cette injection se transmet en fait de particule à particule lors des collisions: une collision en trois dimensions peut en fait se traduire par un gain d'énergie dans le plan horizontal (même si globalement il y a perte d'énergie).

En collaboration avec E. Trizac, nous avons donc proposé un modèle de sphères dures inélastiques pour lesquelles le coefficient de restitution, qui exprime la fraction d'énergie des particules perdue à chaque collision, n'est pas constant comme dans les modèles habituels, mais aléatoire, et en particulier peut prendre des valeurs plus grandes que 1, ce qui correspond à un gain d'énergie lors d'une collision.

Une étude analytique et numérique de ce modèle a permis de montrer qu'il pouvait prédire diverses formes de distributions de vitesse, en fonction de la distribution de probabilité des coefficients de restitution. En particulier des distributions en accord avec des résultats expérimentaux peuvent être obtenues. Pour aller au-delà, il faudrait introduire des corrélations entre les vitesses initiales des particules et le coefficient de restitution efficace.

Références: E. Trizac, A. Barrat, *Free cooling and inelastic collapse of granular gases in high dimensions*, Eur. Phys. J. E **3**, 291 (2000); A. Barrat, E. Trizac, J.N. Fuchs *Heated granular fluids: the random restitution coefficient approach*, Eur. Phys. J. E **5**, 161 (2001).

7 Verres de spin

Dans les milieux vitreux, les phénomènes de vieillissement demeurent un sujet d'étude très dynamique. En particulier des liens entre la dynamique hors d'équilibre et la statique ont été mis en évidence récemment, et méritent des investigations approfondies pour comprendre par exemple leur domaine de validité et d'applications (en particulier pour des modèles de verres de spin). Avec

L. Berthier à Lyon, nous avons considéré le cas des verres de spin en dimension finie en essayant d'aller au-delà du débat standard (“champ moyen” contre “gouttelettes”). En étudiant le cas du modèle d'Edwards-Anderson en deux dimensions, pour lequel il est reconnu qu'il n'existe pas de transition à température finie, nous avons montré que l'équivalence entre statique et dynamique (obtenue à l'origine en utilisant des concepts venant des théories champ moyen), va beaucoup plus loin que les hypothèses habituellement retenues, à condition d'introduire une longueur de cohérence, centrale dans l'image des gouttelettes. Nous montrons ainsi que des aspects des deux théories sont essentiels pour une compréhension totale de la dynamique des verres de spin. Nous avons aussi montré que de nombreuses évidences numériques en faveur de la validité de l'image champ moyen ont été surestimées, dans la mesure où nous obtenons des évidences similaires pour le modèle bidimensionnel qui ne présente pas de transition.

Référence: A. Barrat, L. Berthier, *Real space application of the mean-field description of spin glass dynamics*, Phys. Rev. Lett. **87**, 087204 (2001).