

TRAVAUX DE RECHERCHE

Alain BARRAT

Cette notice se divise en 3 parties: mon travail de recherche avant le début de ma thèse, mon travail doctoral (septembre 1993- novembre 1996) et post-doctoral (novembre 1996 - août 1998), mes thèmes de recherche depuis mon arrivée au L.P.T. à Orsay en octobre 1998.

1 Travail pré-doctoral

Après un projet bibliographique en licence de physique (à propos des techniques utilisées pour les “atomes froids”), j’ai effectué un stage de nature expérimentale, pendant trois mois à temps partiel, sous la direction de P. Silberzan, qui a abouti à la publication de l’article *Europhys. Lett.* **20**, p. 633 (1992). De plus, de janvier à juin 1992, j’ai étudié, sous la direction du professeur J.M. Kosterlitz à Brown University (Providence, Rhode Island, Etats-Unis), le diagramme de phase d’un modèle de spins d’Ising et XY couplés, sur réseau, à l’aide de simulations numériques (que ce stage m’a donc permis d’apprendre à réaliser).

Pendant mon stage de D.E.A. enfin, sous la direction de M. Mézard au L.P.T.E.N.S., j’ai commencé à m’intéresser aux verres de spin.

2 Travail doctoral et post-doctoral

Mon principal sujet de recherche a consisté dans l’étude de systèmes désordonnés, et en particulier des verres de spins. Ces matériaux peuvent être soit isolants soit conducteurs, et contiennent des ions magnétiques dilués. Du fait de la dilution, les couplages entre ces ions sont aléatoires en signe et amplitude. Il en résulte qu’un spin peut être soumis à des interactions contradictoires, ce qui constitue le phénomène de **frustration**. Malgré ce désordre intrinsèque, ces matériaux présentent une transition de phase (indiquée expérimentalement par des mesures de susceptibilité magnétique).

Même si les signatures de cette transition thermodynamique sont difficiles à mesurer, à basse température, il existe une phase gelée dans laquelle la dynamique devient extrêmement lente et non-stationnaire, et où apparaît le phénomène de vieillissement: par exemple, la relaxation de l’aimantation thermorémanente (obtenue en trempant un échantillon sous champ magnétique, puis en coupant le champ après un temps d’attente t_w) est lente, non exponentielle, et dépend du temps d’attente t_w dans la phase gelée. Ceci montre que le système est hors d’équilibre à tous les temps expérimentaux accessibles, et que sa réponse à une excitation dépend de son âge, c’est-à-dire du temps écoulé depuis sa trempe ; le système devient de plus en plus “rigide” au cours du temps, au sens où sa relaxation est de plus en plus lente.

Pour décrire ce genre de comportements, les quantités étudiées sont typiquement la corrélation d’une observable $O(t)$, $C(t, t') = \langle O(t)O(t') \rangle$, et la réponse d’une telle observable à une modification du champ conjugué $h(t')$: $r(t, t') = \langle \frac{\partial O(t)}{\partial h(t')} \rangle$ ¹. Pour un système atteignant un

¹l’aimantation thermorémanente précédemment citée est une intégrale de la fonction de réponse: si le champ appliqué est assez faible, il a été montré expérimentalement que le cadre de la réponse linéaire est valide, c’est-à-dire que l’aimantation m obtenue est linéaire dans le champ h : $m(t) = m(0) + \int_0^{t_w} dt' r(t, t')h(t')$.

régime d'équilibre après un temps fini t_e , on a, pour $t, t' > t_e$, les théorèmes d'équilibre, c'est-à-dire que ces quantités dépendent seulement de la différence des temps ($C(t, t') = C(t - t')$, $r(t, t') = r(t - t')$), et sont reliées par le théorème fluctuation-dissipation. Ces deux propriétés sont violées pour la dynamique hors d'équilibre, avec une dépendance explicite des deux temps (par exemple, dans certains cas, on peut avoir une forme $C(t, t') \simeq t^{-\alpha} \mathcal{C}(t'/t)$).

Diverses méthodes ont été utilisées pour décrire ces propriétés: des approches phénoménologiques basées sur les "gouttelettes" et la croissance de domaines, des simulations numériques, des modèles de champ moyen, ainsi que des modèles basés sur l'existence de pièges dans l'espace des phases.

Le vieillissement dans les verres de spins est relié à la structure du paysage d'énergie libre, et au fait que la dynamique se déroule dans des régions réduites de ce paysage. Il semble donc approprié d'examiner la structure de l'espace des phases de modèles qui reproduisent les traits expérimentaux des verres de spins. Dans cette optique, les modèles de champ moyen sont particulièrement intéressants car ils ont à la fois une simplicité relative qui permet de les étudier analytiquement, et un comportement dynamique fort complexe. D'autre part, les simulations numériques constituent un outil indispensable pour les investigations en dimension finie et l'étude de la validité de l'approximation de champ moyen ainsi que des mécanismes divers ainsi proposés.

2.1 Barrières entropiques (travail doctoral)

Nous avons introduit un modèle simple inspiré d'un modèle de pièges étudié par J.P. Bouchaud et présentant un ingrédient dynamique simple produisant du vieillissement: dans ce modèle, il n'y a pas de barrières énergétiques mais, lorsque le système évolue, le nombre de possibilités de "mouvement" diminue, et la dynamique est ralentie, non par l'obligation de franchir des barrières énergétiques de plus en plus grandes, mais par la difficulté croissante de trouver des voies d'évolution; ce vieillissement est donc produit par des barrières entropiques. Ce mécanisme, étudié au même moment par F. Ritort grâce à l'introduction d'un modèle sans barrières énergétiques, est actuellement considéré comme très pertinent dans l'étude des phénomènes de dynamique lente.

Référence: A. Barrat, M. Mézard, *Phase space diffusion and low temperature aging*, J. Phys. I (France) **5** (1995) 941.

2.2 Différents types de vieillissement (travail doctoral)

Par ailleurs, le fait que la définition assez vague du vieillissement puisse être appliquée à de nombreux systèmes, avec en fait des situations physiques très distinctes, nous a conduit à proposer une classification des différents types de vieillissement, en utilisant l'outil suivant: le recouvrement $Q_{t_w}(t_w+t, t_w+t')$ entre deux copies du système, contraintes à évoluer, depuis la même configuration initiale, avec le même bruit thermique jusqu'au temps t_w , et totalement découplées après t_w ². Nous étudions en particulier la limite $\lim_{t_w \rightarrow \infty} \lim_{t \rightarrow \infty} Q_{t_w}(t_w+t, t_w+t)$, qui établit une distinction entre deux classes de modèles :

- dans une première classe, que nous appellerons type I, cette limite est finie; à cette classe appartiennent par exemple les modèles de croissance de domaines ;

²cette quantité a été introduite par A. Baldassarri lors de sa thèse de doctorat à Rome

- pour une seconde catégorie de systèmes (type II), la limite considérée est égale au recouvrement minimal possible entre deux configurations.

La classification apportée par ce recouvrement correspond de plus à une représentation intuitive de l'espace des phases. En effet, pour un système évoluant le long d'une "gouttière", il est clair qu'il va se séparer de sa position à t_w (la corrélation va donc décroître vers zéro), mais deux copies séparées à t_w ne peuvent pas se séparer indéfiniment, leur distance maximale sera la largeur de la "gouttière". Les systèmes de type I ont ce genre de comportement. A l'opposé, pour un paysage "rugueux", avec de nombreuses bifurcations possibles à chaque instant, les deux copies vont réellement pouvoir se séparer, et leur recouvrement décroît donc jusqu'à la valeur la plus petite possible.

Cette classification, ainsi que l'outil que constitue ce recouvrement entre deux copies du système sont maintenant régulièrement utilisés lors des études numériques de systèmes vitreux.

Référence: A. Barrat, R. Burioni, M. Mézard, *Aging classification in glassy dynamics*, J. Phys. A **29** (1996) 1311 .

2.3 Modèle à p-spin (travail doctoral et post-doctoral)

Le modèle de champ moyen peut-être le plus connu pour les verres de spin est le modèle de Sherrington et Kirkpatrick, qui considère des spins d'Ising interagissant deux à deux via des couplages aléatoires gaussiens. Ce modèle a été énormément étudié, et a donné lieu à l'introduction par G. Parisi en 1979-1980 du concept de brisure de symétrie des répliques, qui permet de résoudre complètement la statique de ce modèle. L'interprétation de cette solution a conduit à une vision très riche de l'espace des phases, avec de nombreux états d'équilibre, organisés en amas, puis en amas d'amas, etc..., La validité de ces concepts en dimension finie est encore objet de vifs débats.

Si, au lieu de considérer des interactions à deux spins, on généralise à des interactions à p spins avec p entier, mais plus grand que 2, on obtient le Hamiltonien du modèle à p-spin, proposé par Derrida en 1980:

$$H = - \sum_{1 \leq i_1 < i_2 \dots < i_p \leq N} J_{i_1 i_2 \dots i_p} s_{i_1} s_{i_2} \dots s_{i_p} \quad (1)$$

où les couplages sont aléatoires indépendants, de distribution gaussienne, de valeur moyenne nulle et de variance $p!/(2N^{p-1})$, On peut de plus, au lieu de prendre des spins d'Ising $s_i = \pm 1$, considérer la version sphérique, introduite par Crisanti et Sommers en 1992, avec des s_i réels, et la contrainte $\sum_{i=1}^N s_i^2 = N$: le système est moins contraint, donc moins frustré, mais cette version permet un traitement analytique plus complet, tant de la statique que de la dynamique, et le comportement obtenu reste très intéressant. En effet, ce modèle présente, outre une transition statique, une transition purement dynamique à une température supérieure à la transition statique, ce qui en fait un bon candidat pour une description de champ moyen de la transition vitreuse (qui est purement dynamique, la question de l'existence ou non d'une transition statique dans les verres n'étant pas résolue). Ce modèle a de plus été utilisé récemment pour étudier la rhéologie des milieux granulaires.

Le caractère champ moyen de ce modèle permet un traitement en grande partie analytique de l'étude de sa dynamique de Langevin à température fixée, décrite par l'équation:

$$\frac{ds_i(t)}{dt} = - \frac{\partial H}{\partial s_i} - \mu(t)s_i(t) + \eta_i(t), \quad (2)$$

où $\mu(t)$ doit être fixé de façon autocohérente pour implémenter la contrainte sphérique à tout instant, et η est un bruit thermique gaussien. Cette dynamique, en dessous d'une certaine température T_d , présente du vieillissement, caractérisé par l'évolution des fonctions de corrélation et de réponse, pour lesquelles il est possible d'écrire des équations intégral-différentielles auto-cohérentes, que l'on peut résoudre numériquement d'une part, et, d'autre part, en faisant un Ansatz, analytiquement à temps longs.

Par ailleurs, il est également possible de décrire la structure des états métastables. Ces états, dont certains dominent la fonction de partition et donc la statique en dessous de T_d , ne sont jamais atteints par la dynamique de vieillissement. En utilisant une dynamique avec des conditions initiales thermalisées à une certaine température, au lieu d'un gel depuis une phase de température infinie, nous avons pu explorer de façon dynamique ces états, et tester leur structure, montrant par exemple qu'ils présentent une brisure d'ergodicité, c'est-à-dire qu'un système placé dans un de ces états y reste à tous temps, avec une dynamique d'équilibre dans cet état. De plus, nous avons ainsi montré que ces états peuvent être suivis continûment en température.

Ce travail a été poursuivi à l'I.C.T.P. à Trieste, en collaboration avec S. Franz à Trieste et G. Parisi à Rome. Il nous a permis tout d'abord d'examiner les corrélations du paysage d'énergie libre de modèles de verres de spin, en utilisant deux outils en parallèle:

- un "potentiel", quantité statique introduite par S. Franz et G. Parisi: une première copie du système étant thermalisée à une température fixée, le potentiel est le coût en énergie libre de mettre une deuxième copie du système à une distance donnée de la première, à une température pouvant être différente (la distance est mesurée par le recouvrement entre configurations de spins);
- une dynamique à température T avec des conditions initiales thermalisées à une température T' .

L'étude du potentiel en fonction de la distance des deux copies du système donne des informations statiques sur les états métastables d'un système, tandis que la dynamique avec des conditions initiales particulières, permet d'explorer dynamiquement ces états. Nous avons montré que ces deux outils sont équivalents; le plus commode des deux, en fonction du problème considéré, peut donc être utilisé pour l'étude des états métastables de systèmes vitreux.

Nous avons aussi prouvé, pour une classe de modèles à laquelle appartient le modèle à p -spin, et pour lesquels apparaît une transition dynamique sans singularités dans les quantités statiques, que les niveaux d'énergie libre des états métastables ne se croisent pas, mais peuvent avoir des bifurcations, qui conduisent alors à un mécanisme de vieillissement à des énergies plus basses que les énergies habituellement atteintes pour un système de champ moyen (lors d'une trempe en température, la dynamique ignore la structure des états métastables), et dans une portion restreinte de l'espace des phases (le vieillissement habituel s'accompagne de brisure faible d'ergodicité, c'est-à-dire que le système réussit à s'éloigner indéfiniment de ses configurations préalables).

Le fait que les barrières énergétiques entre états métastables soit infinie, et que la dynamique lors d'un gel n'atteigne aucun de ces états, est liée à l'approximation de champ moyen: pour un système de dimension finie, les états métastables ont une durée de vie finie, et le système doit pouvoir les atteindre en un temps fini, qui pourrait dépendre du taux de refroidissement.

Un scénario modifié par rapport à celui de champ moyen doit inclure des processus activés de transitions entre états. Cette hypothèse justifie l'étude de la structure des états métastables, qui peuvent devenir importants pour des systèmes réalistes. Ainsi, les conditions initiales considérées pour le système en champ moyen pourraient correspondre à un refroidissement très lent à une certaine température (refroidissement permettant de thermaliser le système), suivi par un changement brusque de température. L'étude numérique d'un système de sphères en dimension finie, qui subit une transition vitreuse, et en particulier des énergies atteintes en fonction du taux de refroidissement, montre que les scénarios de champ moyen gardent une certaine pertinence en dimension finie.

Par ailleurs, en utilisant encore une dynamique avec des conditions initiales particulières, nous avons pu mettre en évidence les bassins d'attraction des états métastables d'un modèle de verre de spin, et faire un parallèle avec une généralisation à trois copies du potentiel décrit plus haut, mettant ainsi en évidence la structure fort compliquée des états métastables dans l'espace des configurations.

Références: A. Barrat, R. Burioni, M. Mézard, *Dynamics within metastable states in a mean-field spin glass*, J. Phys A. **29** (1996) L81; A. Barrat, S. Franz, G. Parisi, *Temperature evolution and bifurcations of metastable states in mean-field spin glasses, with connections with structural glasses*, J. Phys. A **30** (1997) 5593; A. Barrat, S. Franz, *Basins of attraction of metastable states of the spherical p -spin model*, J. Phys. A **31** (1998) L119; A. Barrat, A. Cavagna, S. Franz, I. Giardina, G. Parisi, *Exploring the configuration space of glassy models*, J. Phys., IV., **8** (1998) 69.

2.4 Polymère dirigé (travail doctoral)

A la fin de ma thèse, j'ai réalisé l'étude de la dynamique hors d'équilibre d'un polymère dirigé en milieu aléatoire, en dimension 1+1. Ce système a depuis longtemps suscité beaucoup d'intérêt et d'études, tout d'abord bien sûr pour l'étude des polymères réels, mais aussi pour ses relations avec de nombreux modèles : les fluctuations d'interfaces, la croissance cristalline, l'équation de Burgers, la mécanique quantique dans un potentiel dépendant du temps, le sujet très actuel des vortex dans les supraconducteurs à haute température, et aussi les verres de spin.

La dynamique d'un tel modèle présente un comportement vieillissant fort intéressant, avec d'une part des fluctuations rapides à l'intérieur de "tubes" où sa densité de probabilité de présence à l'équilibre est forte, et d'autre part des sauts entre ces tubes.

Afin de compléter l'analyse effectuée par H. Yoshino, et grâce à des simulations numériques, j'ai pu examiner l'évolution de différentes quantités lors de cette dynamique, et tenter d'en donner une interprétation axée sur une compréhension de l'espace des phases de ce système.

La dynamique consiste pour le système à se rapprocher lentement de l'état fondamental, ou d'autres états de basse énergie. Cependant, cette approche est très lente, et la dynamique vieillissante, se situe donc en fait à une densité d'énergie supérieure, comme dans de nombreux modèles comme le p -spin, le modèle Sherrington-Kirkpatrick, la particule en milieu aléatoire.

De plus, l'étude du recouvrement de deux répliques séparées après un certain temps, et laissées libres d'évoluer séparément par la suite, indique que ce recouvrement a vraisemblablement une limite finie aux temps longs ; cette caractéristique peut s'interpréter comme la présence de "canaux" dans l'espace des phases : l'évolution du système le long de ces canaux lui permet de s'éloigner de ses positions antérieures (la fonction de corrélation tend vers zéro, c'est la propriété de brisure

faible d'ergodicité), mais ne permet pas aux deux répliques de s'éloigner indéfiniment. Le comportement lors de modifications de la température montre également que le polymère dirigé en dimension 1 + 1 semble constituer un système beaucoup plus simple qu'un verre de spin réel.

Référence: A. Barrat, *Directed polymer in random media, in two dimensions: numerical study of the aging dynamics*, Phys. Rev. E **55** 5651 (1997) .

2.5 Mesure de la violation du théorème fluctuation dissipation dans des systèmes de croissance de domaines (travail post-doctoral)

Alors que la dynamique de systèmes à l'équilibre obéit aux propriétés d'invariance par translation dans le temps, et au théorème fluctuation dissipation, ces propriétés sont violées pour des systèmes exhibant une dynamique de vieillissement, puisqu'ils sont hors d'équilibre à tous temps. Un scénario général proposé par L. Cugliandolo et J. Kurchan divise la dynamique (étudiée à travers les fonctions de corrélation et de réponse à deux temps, $C(t, t')$ et $R(t, t')$) en deux parties, à temps longs: pour des différences de temps petites (i.e. $(t-t')/t' \ll 1$), le système est en quasi-équilibre, et les propriétés d'équilibre sont valides. Pour des temps largement séparés, on en observe la violation. De plus, on mesure la violation du théorème fluctuation-dissipation (à température T) par la fonction $X(t, t')$ définie par $R(t, t') = \frac{X(t, t')}{T} \frac{\partial C(t, t')}{\partial t'}$, avec la supposition importante (validée par l'étude de nombreux systèmes) que, à temps longs, X devient une fonction des temps seulement à travers la corrélation: $X(C(t, t'))$. Cette quantité a déjà été mesurée dans différents modèles, par des méthodes analytiques ou numériques, et permet aussi une interprétation en termes de températures effectives.

Lors de simulations numériques, on mesure en fait une réponse intégrée: par exemple, on gèle le système au temps 0 et on applique à partir de t_w un champ constant h . L'aimantation qui en résulte est alors

$$M(t + t_w, t_w) = h \int_{t_w}^{t+t_w} R(t + t_w, s) ds, \quad (3)$$

et, après changement de variable, à temps longs

$$\frac{T}{h} M(t + t_w, t_w) = \int_{C(t+t_w, t_w)}^1 X(C) dC. \quad (4)$$

$X(C)$ est donc l'opposé de la pente de la courbe donnant M en fonction de C à temps longs. Cette courbe permet donc de visualiser rapidement si le système obéit au théorème fluctuation dissipation (alors on a une relation linéaire $\frac{T}{h} M(t + t_w, t_w) = 1 - C(t + t_w, t_w)$) ou s'il y a violation.

Dans ce cadre, j'ai réalisé une étude numérique de divers systèmes de croissance de domaines, en dimensions 2 et 3, avec paramètre d'ordre conservé ou non, ce qui m'a permis de montrer que, dans ces cas, X est égal à 1 dans la première phase de la dynamique (temps courts, correspondant à la dynamique rapide à l'intérieur des domaines) et 0 dans la seconde (vieillissement, correspondant au mouvement des parois de domaines). Cette valeur signifie que la mémoire à long terme de ces systèmes est très faible, et que le vieillissement n'est important que pour la fonction de corrélation, contrairement aux verres de spin pour lesquels on obtient un $X(C)$ non trivial: j'ai également effectué des simulations du modèle de verre de spin d'Edwards Anderson en trois dimensions, afin de comparer les différents systèmes.

Référence: A. Barrat, *Monte-Carlo simulations of the violation of the fluctuation-dissipation theorem in domain growth processes*, Phys. Rev. E **57** (1998) 3629.

2.6 Systèmes dilués

En collaboration avec R. Zecchina à l'I.C.T.P., nous avons étudié, en particulier à l'aide de simulations numériques, des systèmes à connectivité finie, en particulier le modèle à p-spin dilué; ce modèle n'est pas en dimension finie, dans le sens qu'un site peut a priori être relié à n'importe quel autre, mais la plupart des couplages sont égaux à zéro, et chaque spin est, pour chaque échantillon relié à un nombre fini d'autres spins, avec des couplages finis, tandis que pour le modèle de champ moyen d'origine, chaque spin est relié à tous les autres avec des couplages $O(1/\sqrt{N})$. Ainsi, les modèles dilués sont intermédiaires entre les systèmes de champ moyen et de dimension finie; par exemple, il est plus facile de faire des simulations dynamiques car on peut simuler des systèmes plus grands qu'en champ moyen, et on peut également les étudier au moins en partie analytiquement. De plus, il est à noter que, pour des systèmes dilués, on peut introduire la notion de distance entre sites, ce qui constitue une avancée par rapport aux modèles de champ moyen.

Ce type de modèles a un comportement statique fort riche en connexion avec des problèmes de complexité algorithmique et montre également un comportement dynamique intéressant, dévoilé par des simulations de modèles de divers types, avec interactions à deux ou trois spins, ferromagnétiques ou de signes aléatoires, avec des connectivités variables, afin de comparer le comportement avec celui de systèmes de champ moyen. Par exemple, nous avons mis en évidence une séparation de degrés de liberté "rapides" et "lents". L'apparition de ces diverses échelles de temps au niveau microscopique, même dans des modèles sans interactions aléatoires, i.e. où le désordre est donné seulement par la dilution, et donc correspond à une frustration géométrique, est très intéressant dans l'optique de l'étude de la transition vitreuse, pour laquelle de tels mécanismes semblent également être à l'œuvre, comme le montrent de récentes expériences et simulations numériques de verres et verres de spins.

Référence: A. Barrat, R. Zecchina, *Time scale separation and heterogeneous off-equilibrium dynamics in spin models over random graphs*, Phys. Rev. E **59** (1999) R1299 .

3 Depuis l'entrée au LPT

Ci-dessous figure une brève description de mes activités de recherche depuis mon entrée en fonction au CNRS en octobre 1998.

3.1 Criticalité auto-organisée

Avec A. Vespignani (ICTP, Trieste), nous avons étudié numériquement les modèles les plus connus de criticalité auto-organisée, d'un point de vue inhabituel mais qui permet de définir le temps de façon inambigue (dans la définition initiale, les échelles de temps d'addition d'énergie et de dissipation sont infiniment séparées), et donc des fonctions de corrélation et de réponse. Nous avons étudié ces fonctions, et en particulier les comportements des temps et longueurs de corrélation et de réponse en fonction des paramètres des modèles. Nous avons par exemple établi que les temps de

réponse et de corrélation sont différents, même s'ils ont les mêmes exposants critiques. Nous avons ainsi montré qu'il n'y avait pas, comme dans les systèmes à l'équilibre, de proportionnalité entre la fonction de réponse et la dérivée temporelle de la fonction de corrélation, rendant impossible la définition par ce moyen d'une température.

Référence: A. Barrat, A. Vespignani, S. Zapperi, *Fluctuations and correlations in sandpile models*, Phys. Rev. Lett. **83**, 1962 (1999).

3.2 Réseaux small world

En collaboration avec M. Weigt (LPTENS, Paris), j'ai étudié par des moyens numériques et analytiques les caractéristiques des réseaux dits de type "smallworld", qui permettent de passer continûment de réseaux réguliers à des réseaux aléatoires, en conservant certaines propriétés qui permettent de les proposer pour des modèles de réseaux par exemple sociaux. Nous avons en particulier étudié la distribution de probabilité des connectivités, la distance moyenne entre deux sites pris au hasard, les propriétés de connections locales. De plus, nous avons montré qu'un modèle d'Ising défini sur un tel réseau présente une transition de phase de type champ moyen dès que le désordre est fini, i.e. dès que le réseau n'est plus régulier. Ceci correspond au fait qu'il suffit pour un réseau de N sites d'avoir une fraction d'ordre $1/N$ de liens à longue portée pour que ses propriétés (en particulier la longueur moyenne entre deux sites) soient changées. Comme le modèle d'Ising est défini dans la limite thermodynamique d'un nombre de sites infini, cette fraction tend vers 0 et donc n'importe quel désordre fini permet d'obtenir des propriétés où les liens à longue portée donnent un comportement de type champ moyen.

Référence: A. Barrat, M. Weigt, *On the properties of small-world network models*, Eur. Phys. J. B. **13**, 547 (2000).

3.3 Milieux granulaires

3.3.1 Compaction des milieux granulaires

La physique de la **compaction des milieux granulaires** constitue un champ de la physique hors d'équilibre qui pose de nombreuses questions aussi bien thioriques qu'expérimentales.

Deux aspects ont été étudié. D'une part, l'étude de la **dynamique de la compaction** de certains modèles de milieux granulaires, en particulier le comportement à forçage constant ou lors de changements brusques du forçage, a permis de reproduire la phénoménologie d'expériences récentes et de prédire l'apparition de phénomènes de mémoire. Ces études ont de plus permis de souligner l'importance des hétérogénéités qui peuvent survenir, et de proposer une interprétation basée sur une séparation des phénomènes ayant lieu dans le cœur du système et à sa surface.

Nous avons d'autre part montré pour la première fois qu'une **approche thermodynamique** proposée il y a quelques années par S.F. Edwards et ses collaborateurs (qui a malheureusement eu peu d'cho dans la communauté des milieux granulaires) donne des résultats dans le cas de modèles reproduisant la phénomnologie des milieux granulaires: nous avons en effet construit de façon explicite et systématique un échantillonnage de la "mesure d'Edwards", c'est-à-dire de l'ensemble des configurations bloquées du système, pour certains modèles en dimension finie, et nous avons montré que la prédiction de cette mesure pour un certain nombre d'observables coïncide avec les résultats de la dynamique de compaction à temps longs.

Cette approche exploite en particulier d'importantes analogies avec la dynamique des systèmes vitreux et permet de proposer des tests expérimentaux pour des concepts mis en avant par des approches de type champ moyen.

Références: A. Barrat, V. Loreto, *Response properties in a model for granular matter*, J. Phys. A **33**, 4401 (2000); A. Barrat, V. Loreto, *Memory in aged granular media*, Europhys. Lett. **53**, 297 (2001). A. Barrat, J. Kurchan, V. Loreto, M. Sellitto, *Edwards measures for powders and glasses*, Phys. Rev. Lett. **85**, 5034 (2000).

3.3.2 Gaz granulaires

Les granulaires fortement vibrés sont pour leur part étudiés comme des **gaz granulaires**.

D'un point de vue théorique, le modèle le plus couramment utilisé est celui des sphères dures inélastiques car, malgré la simplicité de sa définition, il permet de reproduire de nombreux phénomènes expérimentaux observés dans des systèmes granulaires fortement vibrés.

Le modèle considère des sphères dures de même masse qui évoluent en dimension d avec des collisions binaires, conservant la quantité de mouvement mais inélastiques: à chaque collision, une fraction $(1 - \alpha)$ de la composante normale de la vitesse relative est dissipée (α est appelé coefficient de restitution), et donc de l'énergie est perdue. Usuellement α est constant; la limite $\alpha = 1$ correspond à des sphères parfaitement élastiques.

- en collaboration avec E. Trizac, nous avons réalisé des simulations numériques extensives qui ont permis la mise en évidence du collapse inélastique (dans un gaz de particules inélastiques) en dimension supérieure à 4, afin de montrer qu'une conjecture récemment émise sur l'inexistence de ce collapse en dimension suffisamment grande doit être revue.
- De nombreuses expériences étudient les lits granulaires vibrés, et en particulier les distributions de vitesse horizontale des particules, et leurs déviations par rapport à une gaussienne. Alors que de nombreuses études théoriques ont porté sur ces déviations dans le cas de systèmes sans forçage, une injection d'énergie est nécessaire lors des expériences. Cette injection a été modélisée par une force aléatoire agissant sur les particules à intervalles réguliers, et en gardant le modèle de sphères dures inélastiques à coefficient de restitution constant. Cependant, cette injection se transmet en fait de particule à particule lors des collisions: une collision en trois dimensions peut en fait se traduire par un gain d'énergie dans le plan horizontal (même si globalement il y a perte d'énergie).

En collaboration avec E. Trizac, nous avons donc proposé un modèle de sphères dures inélastiques pour lesquelles le coefficient de restitution, qui exprime la fraction d'énergie des particules perdue à chaque collision, n'est pas constant comme dans les modèles habituels, mais aléatoire, et en particulier peut prendre des valeurs plus grandes que 1, ce qui correspond à un gain d'énergie lors d'une collision.

Une étude analytique et numérique de ce modèle a permis de montrer qu'il pouvait prédire diverses formes de distributions de vitesse, en fonction de la distribution de probabilité des coefficients de restitution. En particulier des distributions en accord avec des résultats expérimentaux peuvent être obtenues. Pour aller au-delà, il faudrait introduire des corrélations entre les vitesses initiales des particules et le coefficient de restitution efficace.

Références: E. Trizac, A. Barrat, *Free cooling and inelastic collapse of granular gases in high dimensions*, Eur. Phys. J. E **3**, 291 (2000); A. Barrat, E. Trizac, J.N. Fuchs, *Heated granular fluids: the random restitution coefficient approach*, Eur. Phys. J. E **5**, 161 (2001).