

Reconstructions de champs de densité primordiaux

H. Mathis (Oxford), R. Mohayaee (Obs. Nice), S. Colombi (IAP) et J. Silk (Oxford)



PLAN DE L'EXPOSE

- 1 Motivations pour les reconstructions théoriques
- 2 Modèles de champs de densité primordiaux
- 3 Setup des simulations et résumé de MAK
- 4 MAK : un reconstruteur non-linéaire quasi-idéal
- 5 Applications à la non-Gaussianité
- 6 Comprendre la PDF des densités de MAK

Qu'entend-on par “reconstruction” ici ?

⇒ **DONNEES** : le champ de densité actuel

⇒ **RESULTATS** :

- Le champ de densité à grand z couvrant le même volume comobile, et qui est aussi proche que possible d'un champ de densité simulé
- Le champ de vitesses particulières reconstruit, à $z = 0$ et grand z

⇒ **METHODE** : **MAK** (Monge-Ampère Kontorovitch) : un problème de **transport optimal de masse**

NOTE : les champs de vitesse propres **ne sont pas** utilisés comme données

Motivations pour les reconstructions théoriques

1 Comprendre l'algorithme de reconstruction

- Déterminer sa **précision**
- Interpréter l'algorithme en **termes physiques**
- Mettre en relief les **possibles limitations**

2 Développer et valider des outils additionnels

- **Séparer** les non-Gaussianités induites par la **gravitation** de possibles **composantes primordiales**
- Traiter les erreurs, le bruit, les géométries complexes, la complétude, etc ...
- ⇨ **Une étape nécessaire** avant une possible application aux catalogues

PLAN DE L'EXPOSE

- 1 Motivations pour les reconstructions théoriques
- 2 Modèles de champs de densité primordiaux
- 3 Setup des simulations et résumé de MAK
- 4 MAK : un reconstruteur non-linéaire quasi-idéal
- 5 Applications à la non-Gaussianité
- 6 Comprendre la PDF des densités de MAK

4 modèles de champs de densité primordiaux

1 Modèle Gaussien de référence

⇒ UNSKEWED, LINEAIRE

4 modèles de champs de densité primordiaux

2 Modèle chi-square (χ^2)

- Étudié en détails par Peebles (1999a, b)
- Une possibilité pour une non-Gaussianité **dépendant de l'échelle**
- Le champ de densité est le **carré d'une Gaussienne** : $\rho_{\text{final}} = \psi_{\text{gaussien}}^2$

⇒ FORTEMENT POSITIVEMENT SKEWED, LINEAIRE

4 modèles de champs de densité primordiaux

3 Modèle avec réseau de vides primordiaux (*PVM*)

- Motivé dans certains modèles d'inflation (transition de phase de premier ordre)
- En accord avec les observations récentes du CMB (Griffiths et al. 03)
- Peut aider à expliquer les grands vides observés dans la distribution locale de galaxies
- En pratique : des **vides absolus** entourés de coquilles fines de matière noire, avec une distribution de rayons :

$$N_V(> r) = A r^\alpha \quad \text{with} \quad \alpha = -3$$

⇨ FORTEMENT NEGATIVEMENT SKEWED, NON-LINEAIRE

4 modèles de champs de densité primordiaux

4 Modèles avec corrections du potentiel gravitationnel primordial (Q)

- Type de non-Gaussianité attendu **même** dans de **simples modèles** d'inflation (Maldacena 2003)
- Potentiel primordial incluant des **contributions quadratiques** (Verde et al. 2000, Matarrese et al. 2000) :

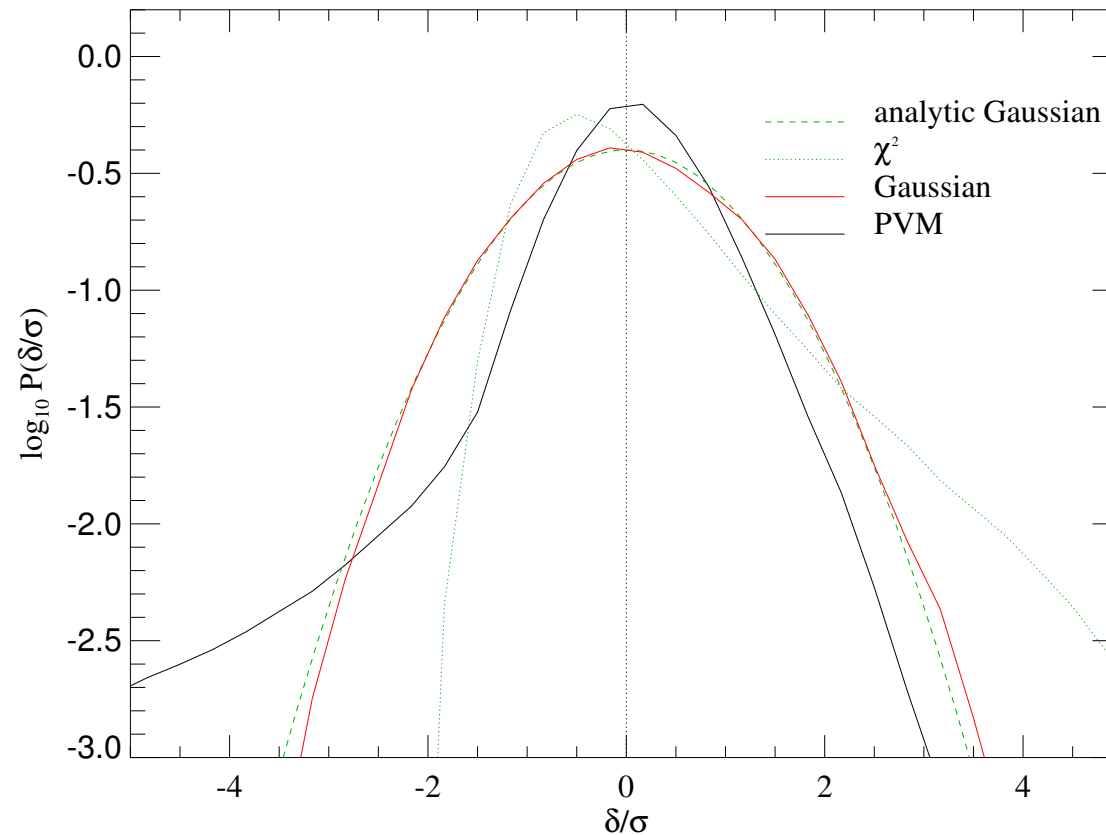
$$\phi_{\text{non-Gaussien}} = \phi_{\text{Gaussien}} + f_{\text{NL}} \times (\phi_{\text{Gaussien}}^2 + \langle \phi_{\text{Gaussien}}^2 \rangle)$$

- f_{NL} **contraint par WMAP** selon $f_{\text{NL}} \in [-50, 100]$ (Komatsu et al. 2003)
- on prendra : $f_{\text{NL}} = -100, -50, +50, +100$

⇨ DIVERS DEGRES DE SKEWNESS, LINEAIRE

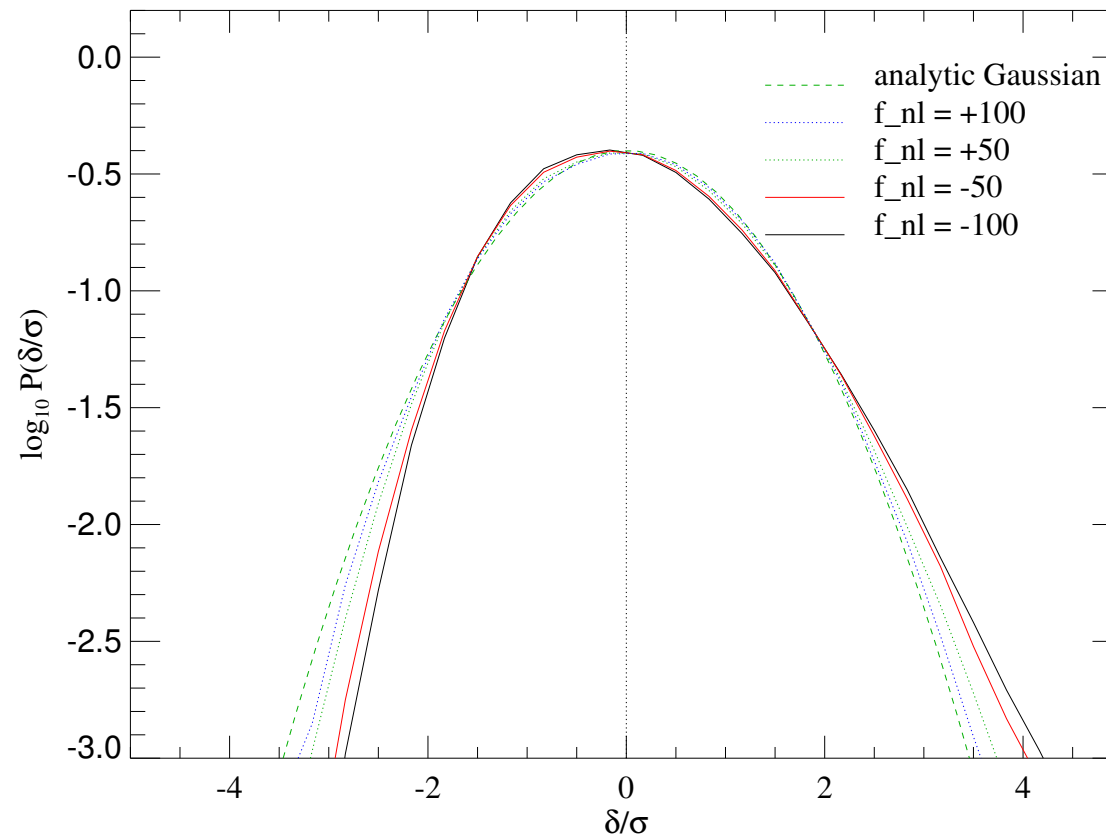
4 modèles de champs de densité primordiaux

PDF de $\nu = \delta/\sigma$ à $z = 70$ avec des particules : modèles Gaussien, χ^2 et *PVM*



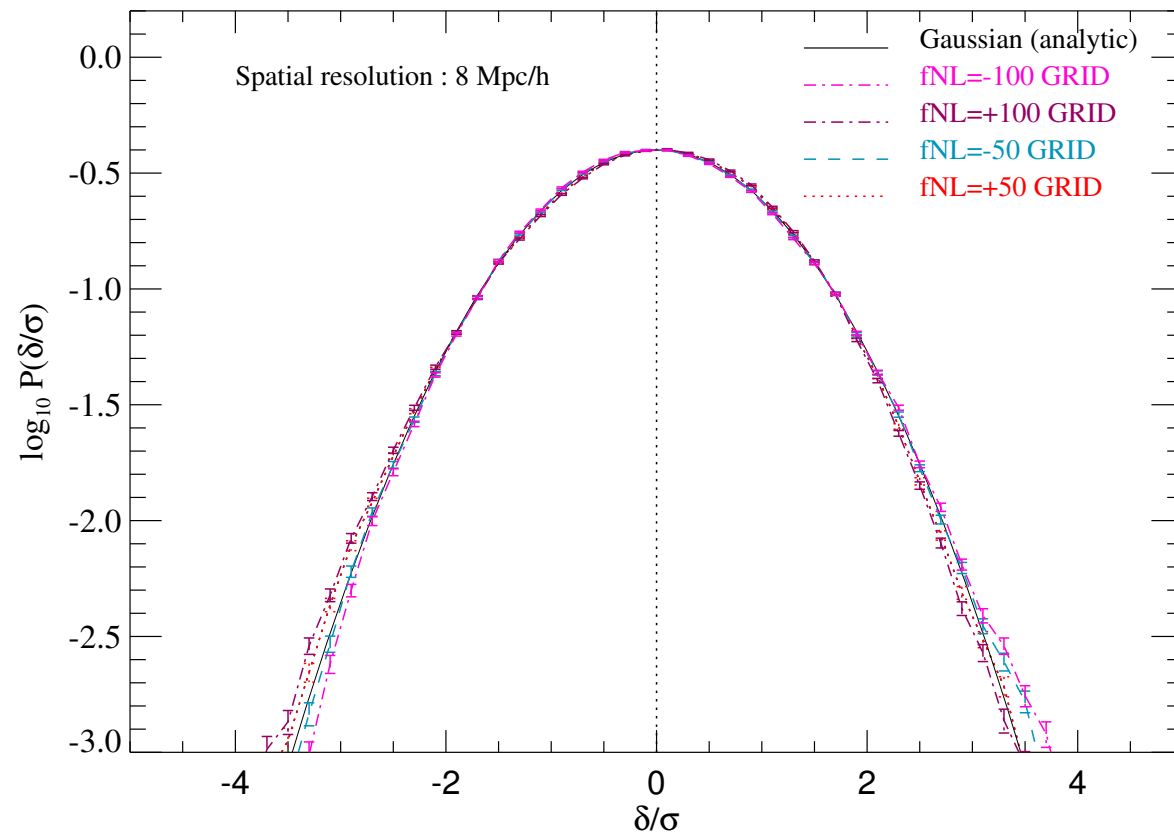
4 modèles de champs de densité primordiaux

PDF de $\nu = \delta/\sigma$ à $z = 70$ utilisant des particules : modèles Q



4 modèles de champs de densité primordiaux

PDF de $\nu = \delta/\sigma$ (sur une grille) : modèles Q



Paramètres cosmologiques et normalisation

1 Paramètres cosmologiques

Modèle	$\Omega_{0,\text{CDM}}$	$\Omega_{0,\Lambda}$	h	σ_8
Gaussien ^a	0.3	0.7	0.7	0.9
χ^2	0.2	0.8	0.7	0.61
<i>PVM</i>	0.3	0.7	0.7	0.9
<i>Q</i> série	0.3	0.7	0.7	0.9

^a valeurs *WMAP* + *SDSS*

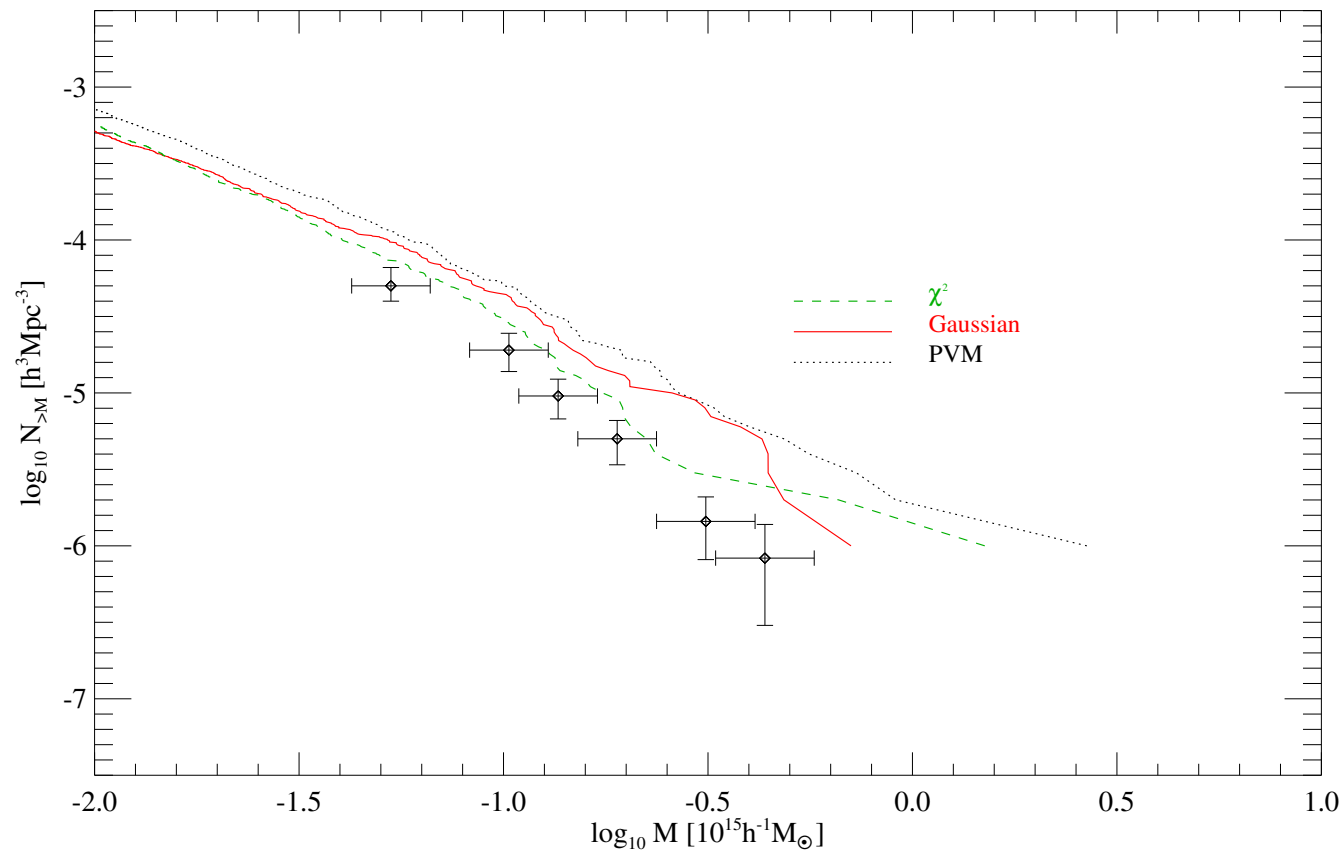
2 Normalisation

Abondances similaires d'amas massifs à $z = 0$:

- Modèle gaussien en **excès** par rapport à Bahcall et al. (2003) fonction de masse **optique**
- **Léger déficit** dans le modèle χ^2 , et **excès** dans le modèle *PVM*

Fonctions de masse des halos

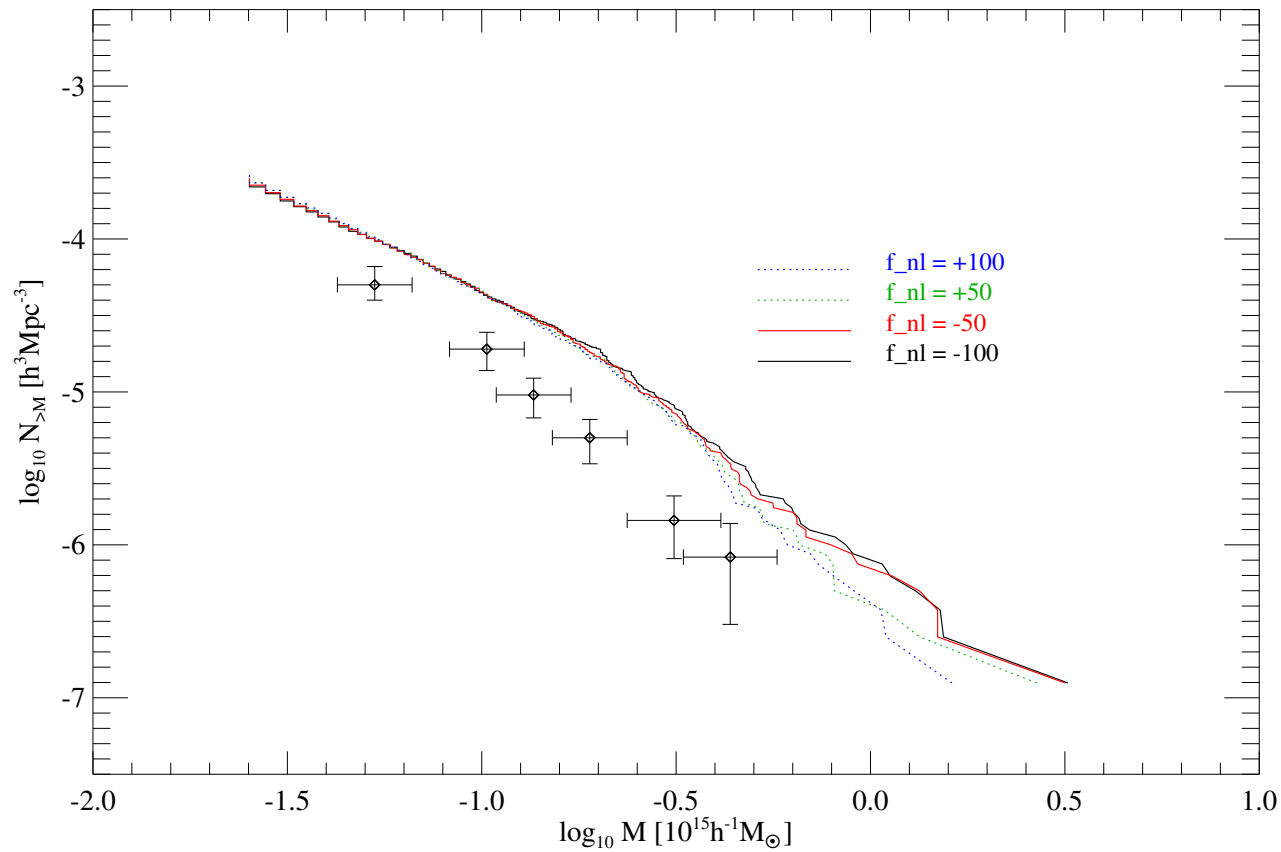
$N(> M)$ en unités $h^3 \text{Mpc}^{-3}$ pour les modèles C^2 et PVM



(données de Bahcall et al. 2003)

Fonctions de masse des halos

$N(> M)$ en unités $h^3 \text{Mpc}^{-3}$ pour les modèles Q



(données de Bahcall et al. 2003)

PLAN DE L'EXPOSE

- 1 Motivations pour les reconstructions théoriques
- 2 Modèles de champs de densité primordiaux
- 3 Setup des simulations et résumé de MAK
- 4 MAK : un reconstruteur non-linéaire quasi-idéal
- 5 Applications à la non-Gaussianité
- 6 Comprendre la PDF des densités de MAK

Simulations N-corps : généralités

⇒ Intégration non-collisionnelle avec GADGET (Springel et al. 2001) et HYDRA (Couchman et al. 1995)

⇒ Volume cosmologique périodique :

- $N_{\text{parts}} = 128^3$
- $L = 200 h^{-1} \text{ Mpc}$ (périodique)
- $l_{\text{soft}} = \bar{l}/10$

⇒ Startup : $z_{\text{start}} = 70$, avec les particules distribuées initialement sur une grille régulière

Simulations N-corps : échantillons pour reconstructions

⇒ Dans le cas Gaussien : reconstruction de **tout** l'ensemble de particules S_0 :

- séparation moyenne interparticule (résolution) $\sim 1.6 h^{-1}$ Mpc

⇒ Dans tous les modèles : on reconstruit les positions de **sous-ensembles** S_1 de 64^3 particules :

- **régulièrement échantillonné** depuis la grille uniforme Lagrangienne de $200^3 h^{-3}$ Mpc³
- séparation moyenne interparticule (résolution) $\sim 3.2 h^{-1}$ Mpc

⇒ Dans les modèles Gaussien, χ^2 et *PVM* : on reconstruit aussi un **ensemble dense** S_2 de 64^3 particules pour tester des échelles plus non-linéaires que celles de S_1 :

- extraites du cube central de $100^3 h^{-3}$ Mpc³ de la grille Lagrangienne
- séparation moyenne interparticule (résolution) $\sim 1.6 h^{-1}$ Mpc

Echantillon	N	Boîte [h^{-1} Mpc]	\bar{l} [h^{-1} Mpc]
Gaussien			
boîte complète S_0	128^3	200	1.6
échantillon sparse S_1	64^3	200	3.1
échantillon dense S_2	64^3	100	1.6
χ^2			
échantillon sparse S_1	64^3	200	3.1
échantillon dense S_2	64^3	100	1.6
<i>PVM</i>			
échantillon sparse S_1	64^3	200	3.1
échantillon dense S_2	64^3	100	1.6
Q			
échantillon sparse S_1	64^3	200	3.1

Simulations à N-corps : conditions initiales

MEMO : les particules sont toujours déplacées à partir des **noeuds de la grille régulière**

1 Modèle gaussien

- ① champ de densité CDM gaussien adiabatique avec $n_s = 1$ réalisé sur une grille de 128^3
- ② approximation de Zel'dovich "usuelle"

Simulations à N-corps : suite

2 Modèle χ^2

- ① Champ de densité Gaussien $n_{s,\text{init}} = -2.4$ réalisé sur 128^3 puis **carré** donnant $n_s \sim -1.7^a$
- ② Fonction de transfert isocourbure CDM et normalisation à $\sigma_8 = 0.61$
- ③ Plug dans l'approximation de Zel'dovich "usuelle"

^ala non-Gaussianité est **légèrement** dépendant de l'échelle dans la boîte de simulation

Simulations à N-corps : suite

3 Réseau de vides primordiaux *PVM*

- ① Particules initialement perturbées avec des fluctuations Gaussiennes adiabatiques CDM avec $\sigma_8 = 0.9$ (l'étape Zel'dovich)
- ② Le réseau de vides est ensuite "excavé" à ($z_{\text{start}} = 70$); les particules internes sont déplacées à leur frontière formant des coquilles compensatrices
- ③ Les vitesses des particules sur les coquilles ont des scalings de type Sedov (Bertschinger 1985)

⇨ *PVM* est non-linéaire aux petites échelles, même à z_{start} !

Simulations à N-corps : suite

4 Modèles avec potentiel gravitationnel quadratique (Q)

- ① on réalise un champ Gaussien $n_s = 1 \phi_{\text{Gaussien}}$ sur une grille de 128^3 avec une variance **normalisée à COBE** à $l \sim 10$ (Bunn et al. 95)
- ② on calcule sur la grille :

$$\phi_{\text{non-Gaussien}} = \phi_{\text{Gaussien}} + f_{\text{NL}} \times (\phi_{\text{Gaussien}}^2 + \langle \phi_{\text{Gaussien}}^2 \rangle)$$

- ③ on normalise $\phi_{\text{non-Gaussien}}$ à **l'abondance des amas** et on fait l'étape de Zel'dovich

Reconstruction MAK : résumé

⇒ **BUT** : obtenir les positions et déplacements des particules à grand redshift ($z_{\text{start}} = 70$)

⇒ **INPUT** : la **seule** connaissance actuelle des positions (3D) qui ont été sélectionnées initialement sur la grille uniforme

⇒ **METHODE** : **trouver une bijection** entre les positions actuelles des particules et leur distribution sur la grille uniforme (Frisch et al. 2002, Brenier et al. 2003, Mohayaee et al. 2003)

⇒ **RAISON** : **MOTIVE PHYSIQUEMENT** (Croft & Gaztanaga 1997) sous trois hypothèses

Reconstruction MAK : trois hypothèses

- La distribution initiale de particules est **HOMOGENE**
- Les particules se déplacent suivant des **ORBITES RECTILIGNES** depuis $z = 0$ jusqu'à high- z avec les scalings de la croissance linéaire
- Le **SHELL CROSSING** est **NEGLIGEABLE**

Reconstruction MAK : équations

1 De Lagrangien (\mathbf{q}) à Eulerian (\mathbf{x})

La bijection $\mathbf{q} \rightarrow \mathbf{x}$ depuis les \mathbf{q} uniformes à z_{init} jusqu'au $\mathbf{x}(\mathbf{q}, t(z_{final}))$ agrégés est le **gradient** d'un potentiel **convexe** $\Phi(\mathbf{q}, t)$:

$$\mathbf{x}(\mathbf{q}, t) = \nabla_{\mathbf{q}} \Phi(\mathbf{q}, t)$$

Ceci assure l'**existence d'un inverse** :

$$\mathbf{q} = \nabla_{\mathbf{x}} \Theta(\mathbf{x}, t)$$

Reconstruction MAK : équations (suite)

2 Solution de l'équation de Monge-Ampère (MA)

$\Theta(\mathbf{x}, t)$ satisfait l'équation de Monge-Ampère :

$$\det \left[\frac{\partial^2 \Theta(\mathbf{x})}{\partial x_i \partial x_j} \right] = \frac{\rho(\mathbf{x})}{\bar{\rho}}$$

Réolvons pour $\Theta(\mathbf{x}, t)$:

- $\nabla_{\mathbf{x}} \Theta(\mathbf{x}, t)$ est l'**unique** solution d'un **problème de transport de masse** (Benamou & Brenier 2000)

Reconstruction MAK : équations (suite)

- La solution minimise la fonction de coût :

$$I = \int_{\mathbf{q}} \rho_0(\mathbf{q}) |\mathbf{x} - \mathbf{q}|^2 d^3q = \int_{\mathbf{x}} \rho(\mathbf{x}) |\mathbf{x} - \mathbf{q}|^2 d^3x$$

⇨ Trouver les associations correctes (particule) à (noeud de la grille primordiale)

Reconstruction MAK : équations (suite)

Pour interpoler en redshift entre $z = 0$ et $z = \infty$, on utilise les scalings de Zel'dovich :

- Pour les positions :

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{q} + \frac{D(t)}{D_0} (\mathbf{x}_0 - \mathbf{q})$$

- Pour les vitesses propres :

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\Omega) H(t) \times (\mathbf{x}(t) - \mathbf{q})$$

D est le facteur de croissance linéaire, H la constante de Hubble, et $f(\Omega) \sim \Omega^{0.6}$

Autres méthodes de reconstruction que l'association optimale

- Avec des théories Eulériennes ou Lagrangiennes perturbatives : Nusser & Dekel (1992), Gramann (1993), Nusser et al. (1995), Monaco et al. (2000)

⇒ certaines nécessitent un lissage **significatif** du champ de densité évolué

- Principes de moindre action : Peebles (1989), Shaya et al. (1995), Nusser & Branchini (2000)

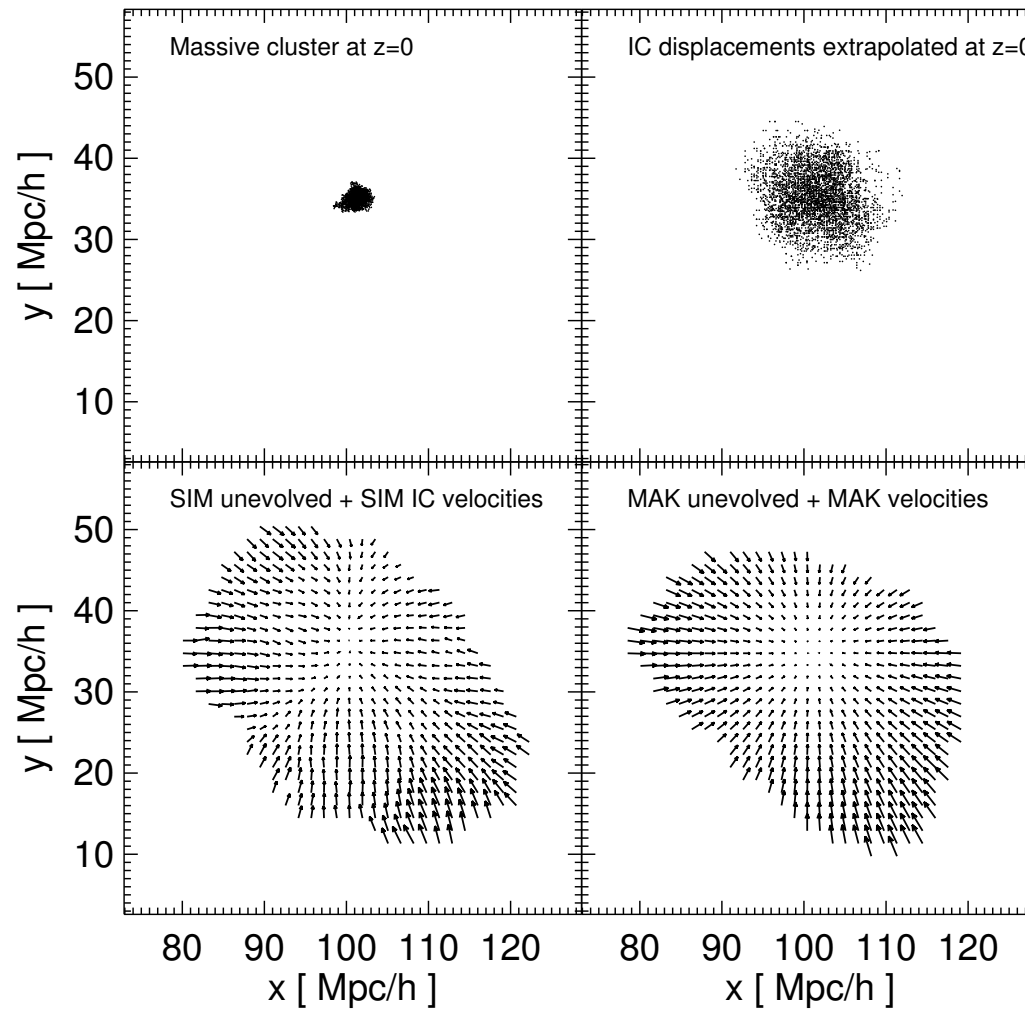
⇒ **non-unique** : plusieurs solutions possibles

⇒ besoin d'**autres critères** pour discriminer entre ces solutions

PLAN DE L'EXPOSE

- 1 Motivations pour les reconstructions théoriques
- 2 Modèles de champs de densité primordiaux
- 3 Setup des simulations et résumé de MAK
- 4 MAK : un reconstruteur non-linéaire quasi-idéal
- 5 Applications à la non-Gaussianité
- 6 Comprendre la PDF des densités de MAK

Cas Gaussien : heuristique : origine Lagrangienne d'un amas massif

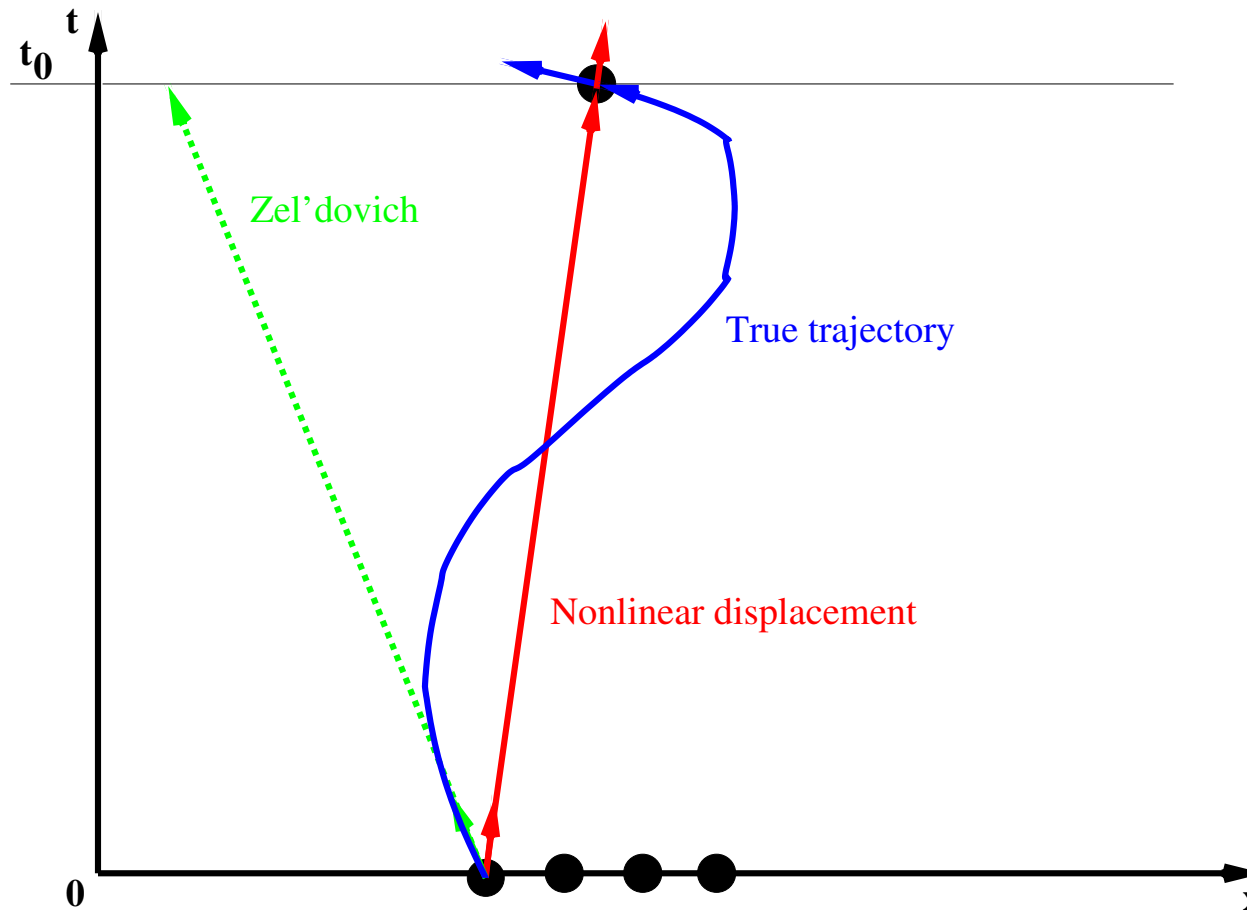


Cas Gaussien : heuristique : origine Lagrangienne d'un amas massif (suite)

⇒ On va comparer les trajectoires MAK aux trajectoires non-linéaires, simulées, rectilignes

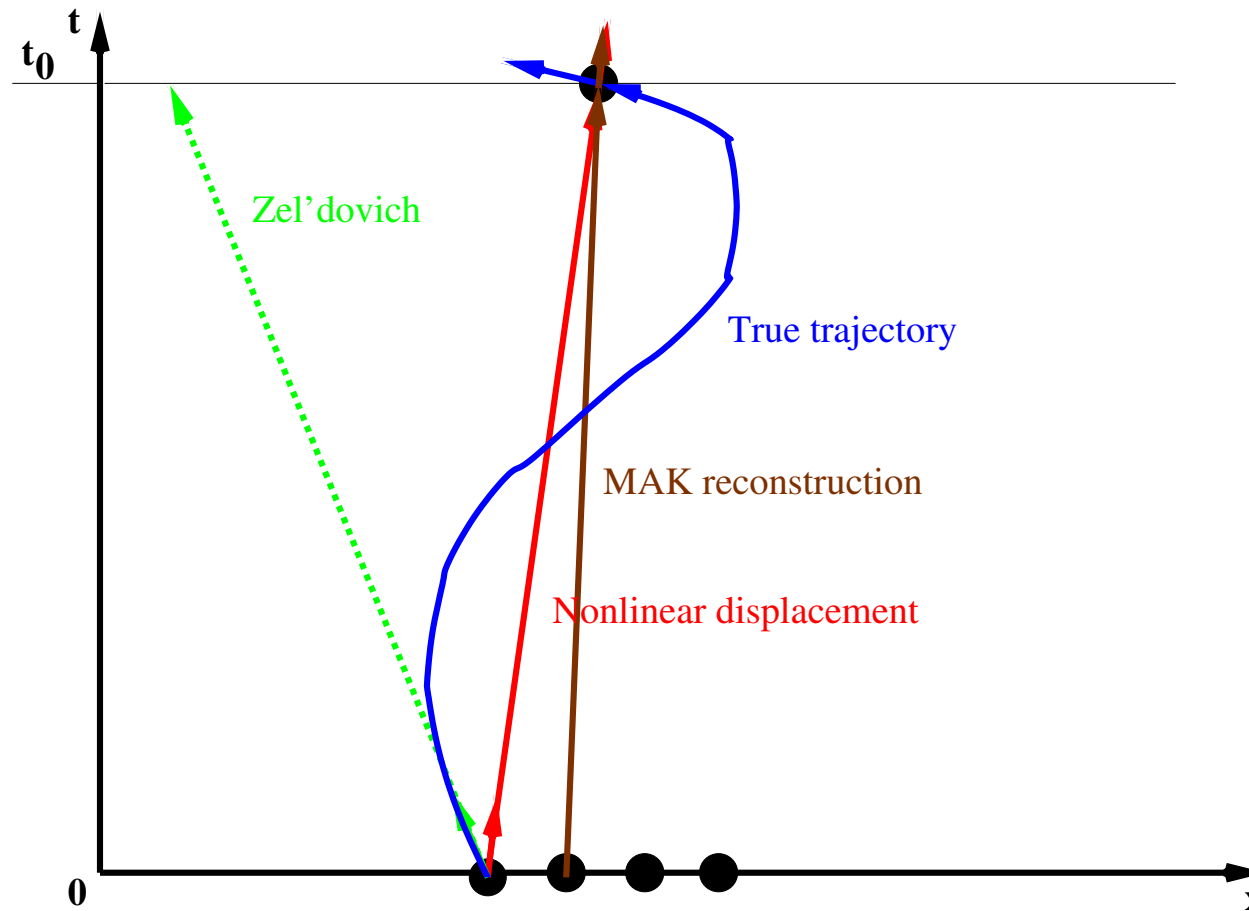
Cas Gaussien : le champ de déplacement non-linéaire

⇒ Mesuré entre la position à $z = 0$ et à $z = \infty$ (sur un noeud de la grille)



⇒ Dans la suite ce déplacement s'appelle **SIM NL**

Cas Gaussien : le champ de déplacement non-linéaire (suite)



Cas Gaussien : champs à grand z : remarques préliminaires

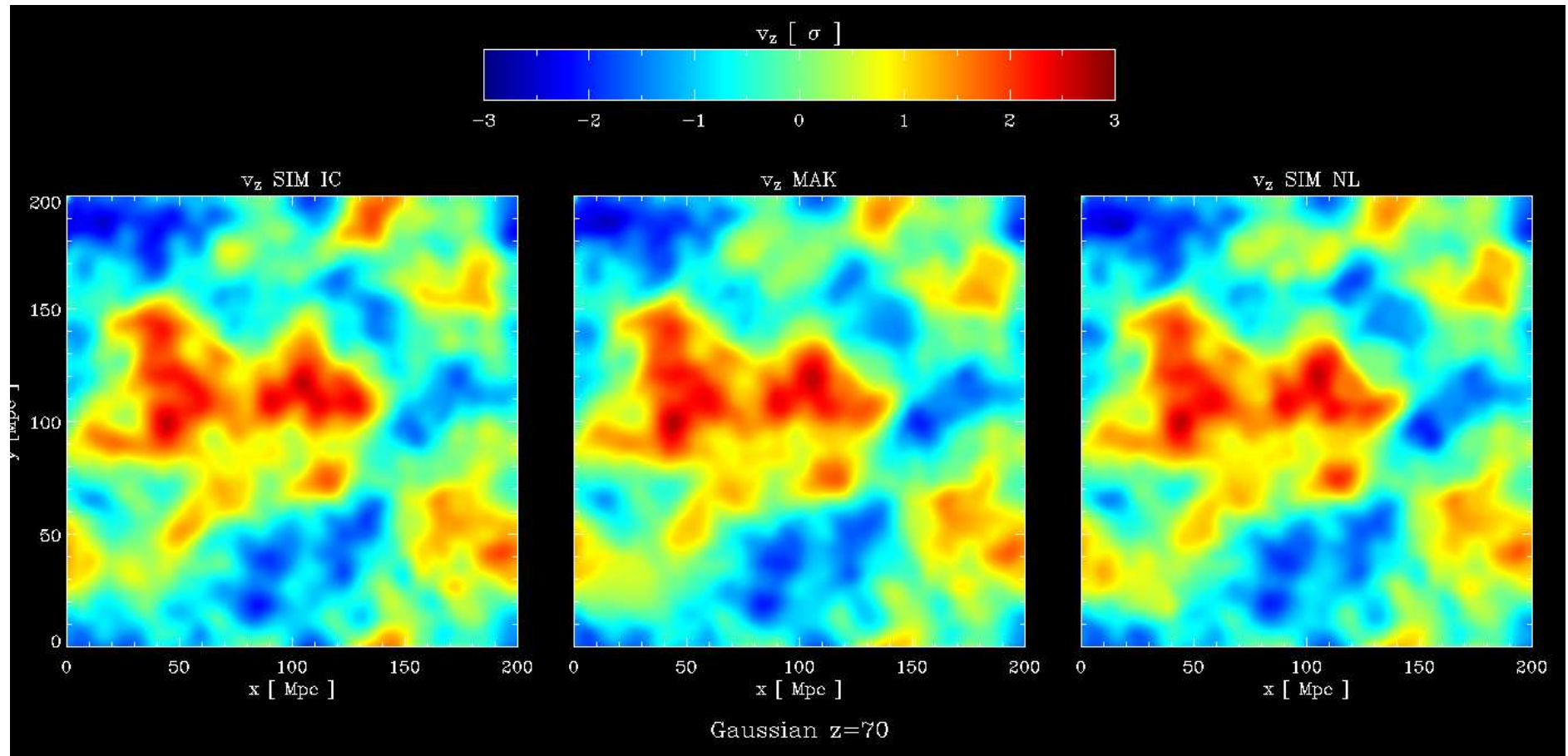
- comparaison des **déplacements initiaux** (confondra “déplacements” et “vitesses”)
- comparaison des **densités initiales** :
 - on utilise la relation valable dans le **régime linéaire** à **grand redshift** :

$$\delta \propto -\nabla \mathbf{v}$$

(ceci réduit les patterns de bruit/grille pour l'estimation pratique de la densité d'un champ très lisse)

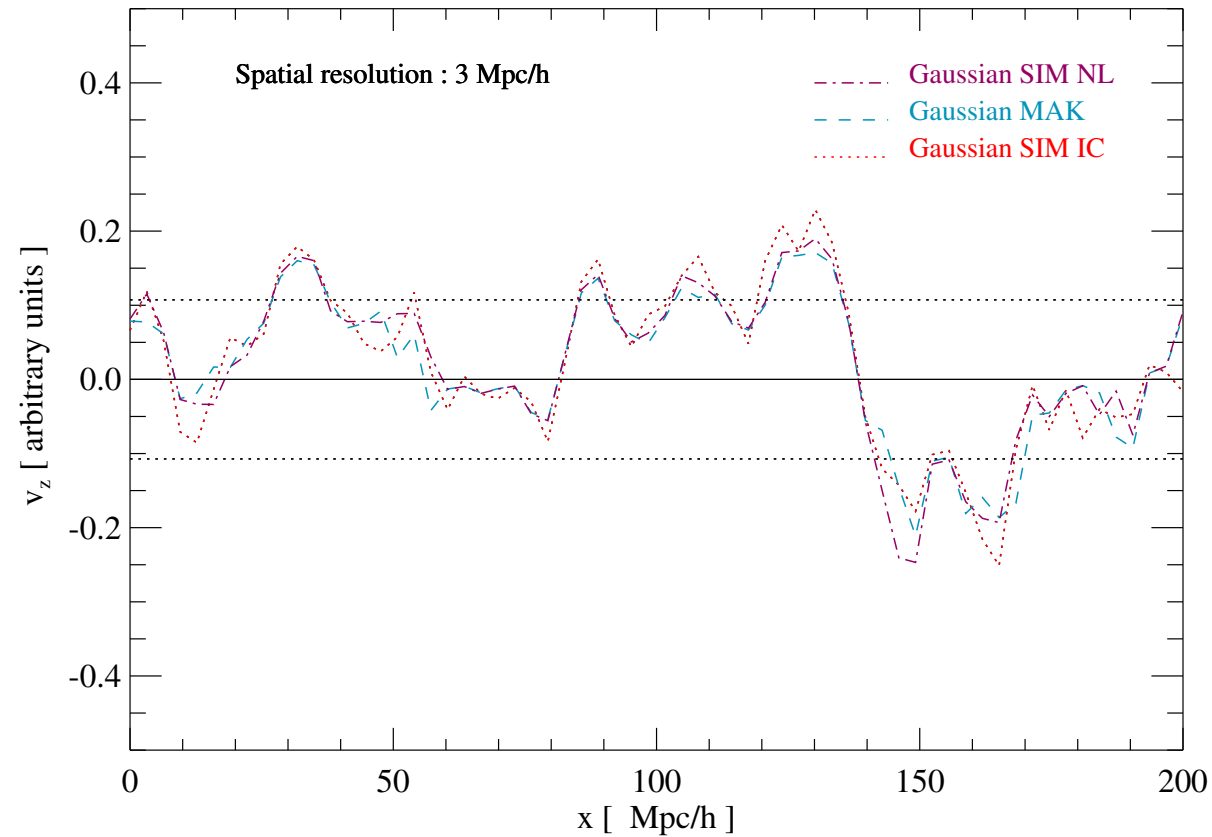
(On se place à $z = 70$: redshift initial des simulations)

Cas gaussien : champ v_z à $z=70$



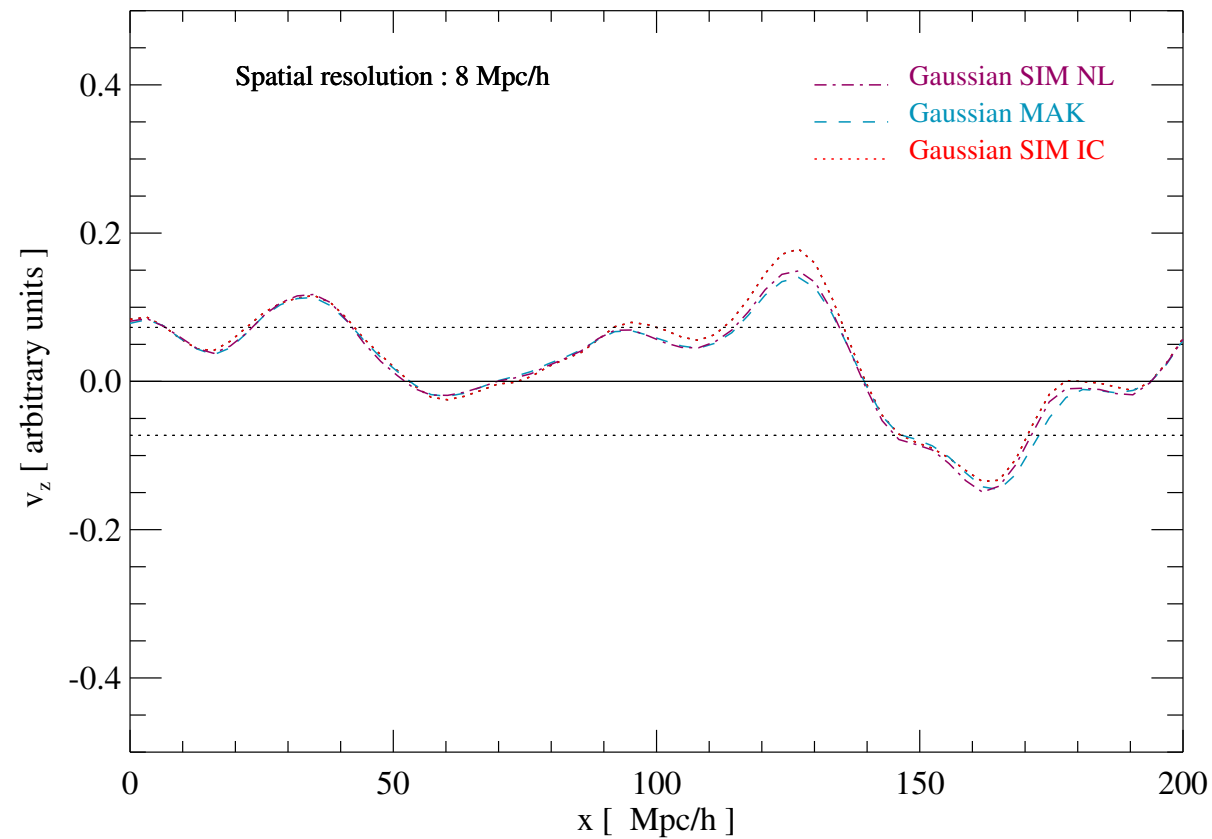
Cas gaussien : champ v_z à $z=70$

Déplacement v_z le long d'une ligne test : $3 h^{-1}$ Mpc de résolution

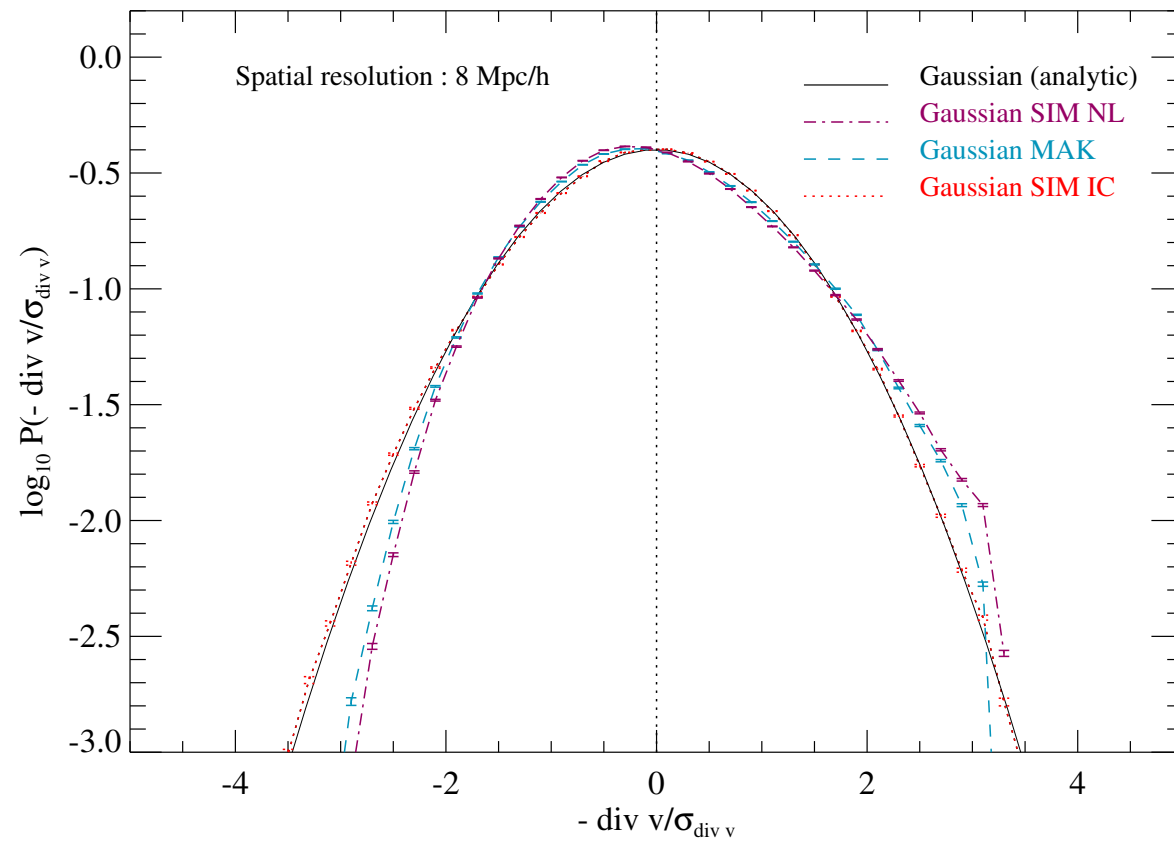


Cas Gaussien : champ v_z à $z=70$

Déplacement v_z le long d'une ligne test : $8 h^{-1}$ Mpc de résolution

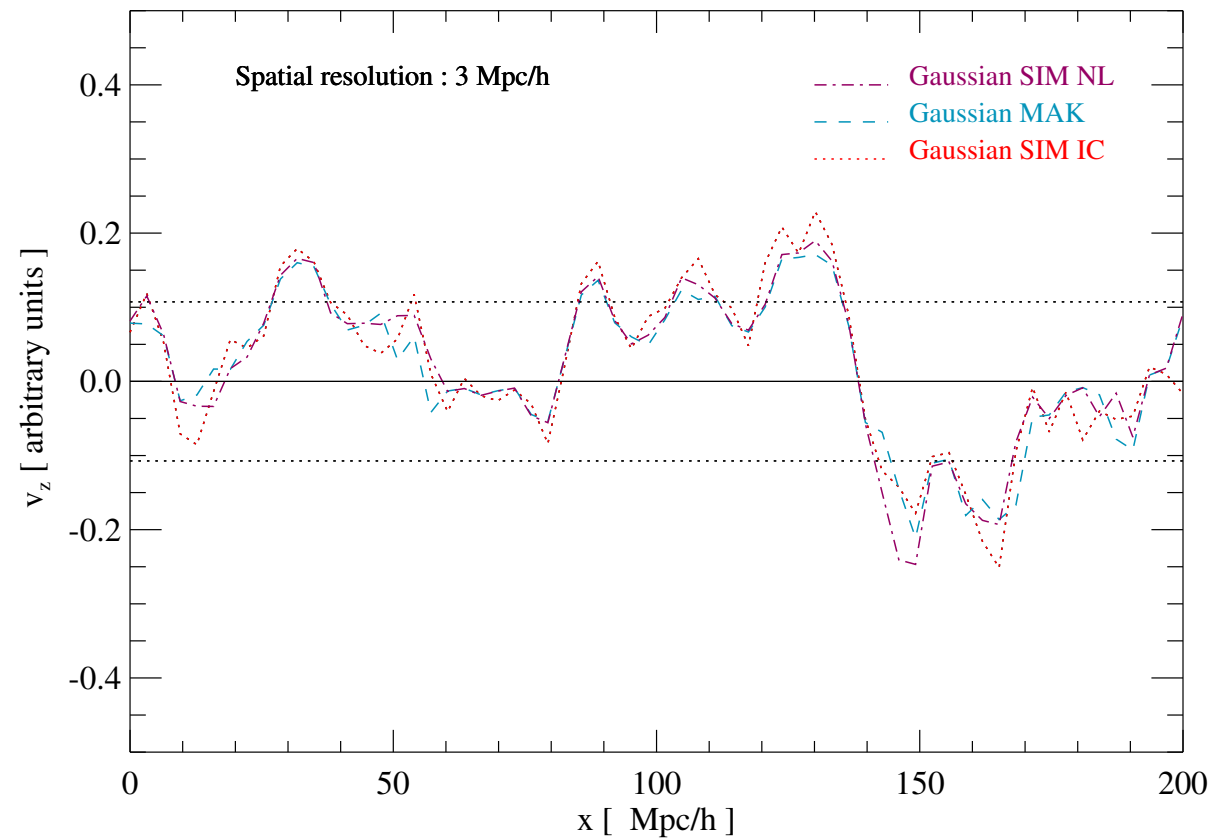


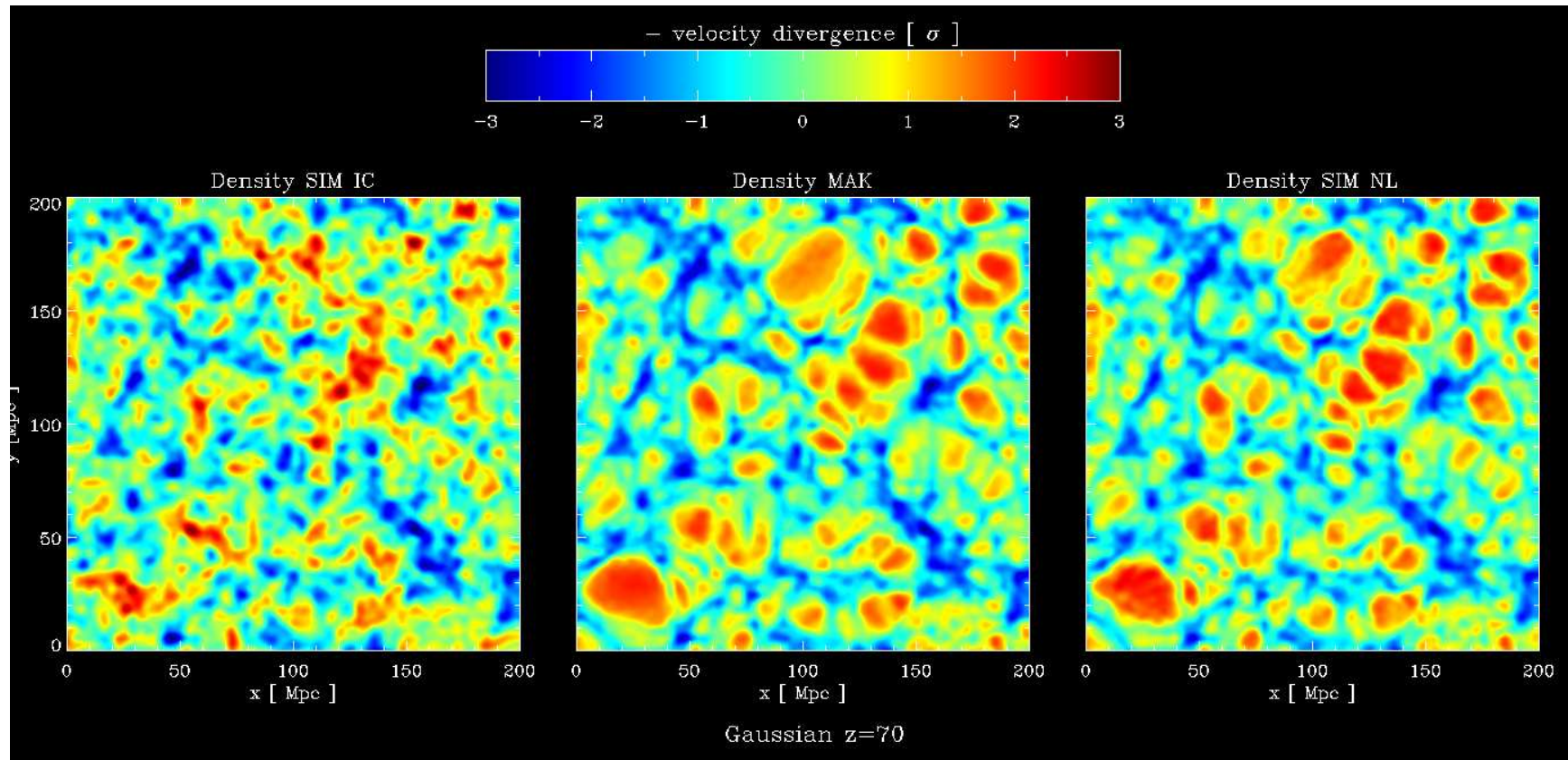
Cas Gaussien : PDF du champ de densité à $z=70$

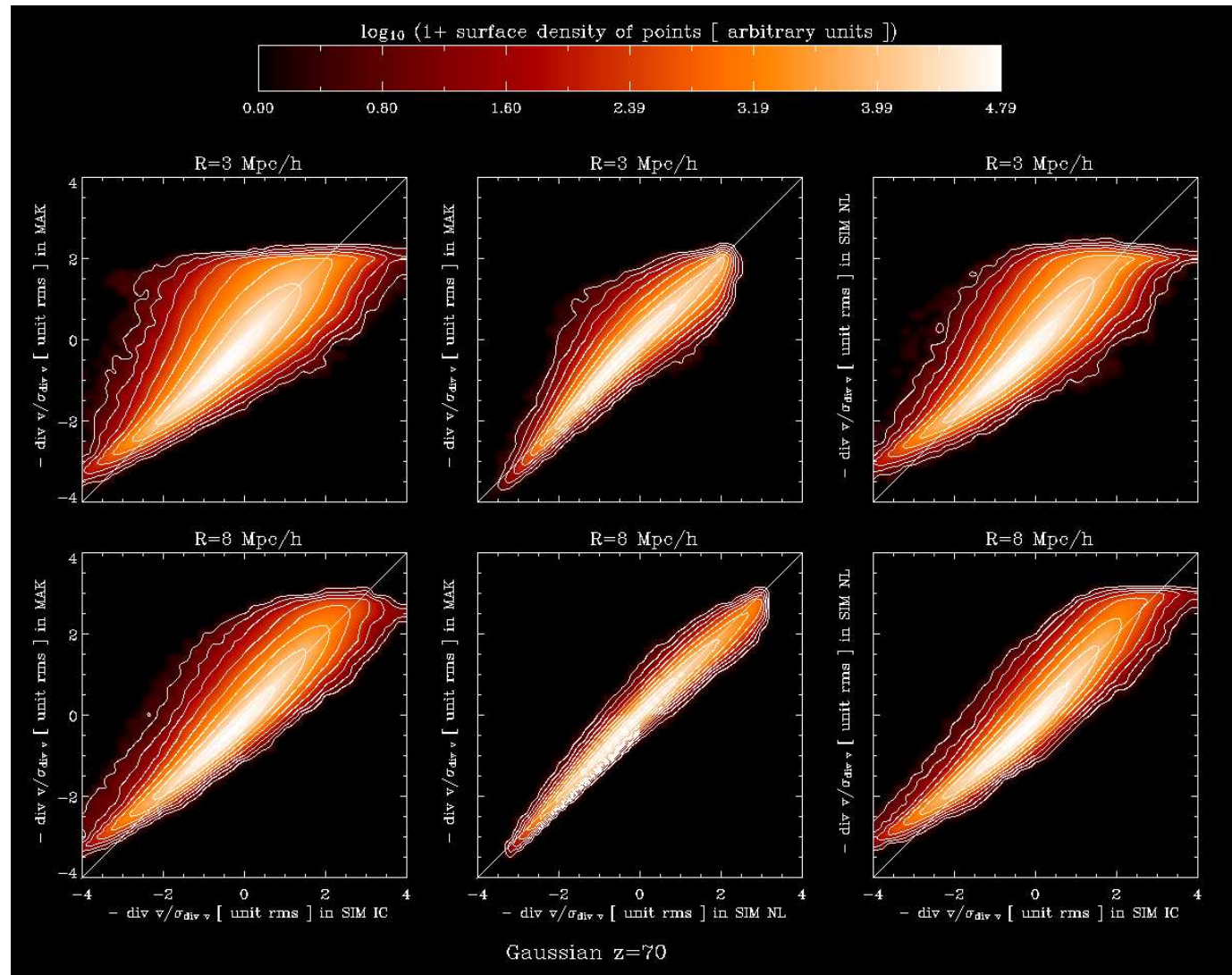


Cas Gaussien : champ de densité à $z=70$

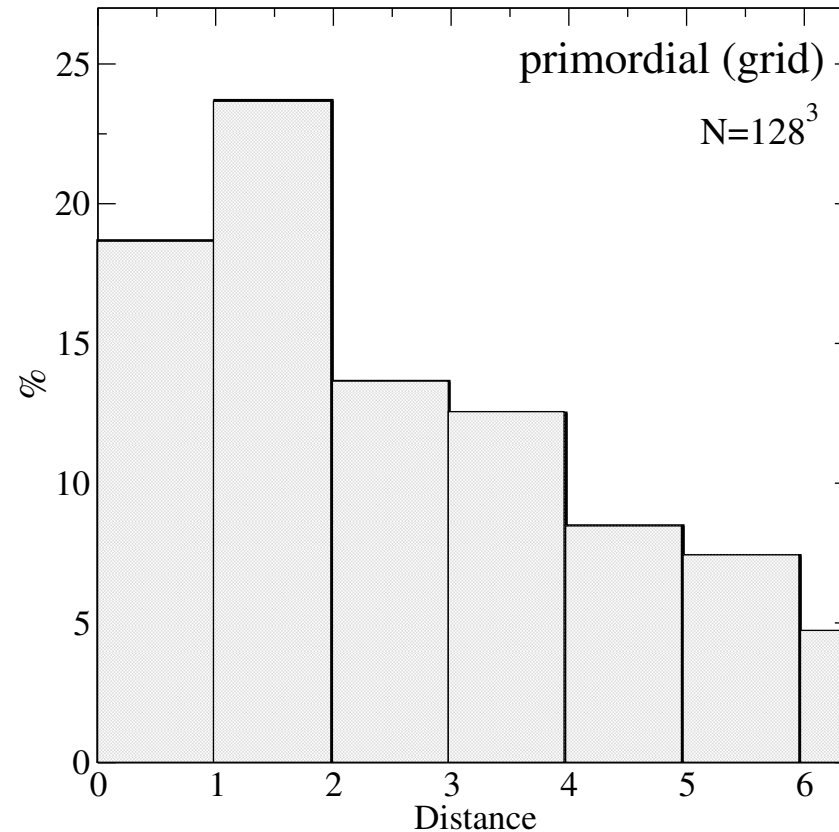
Champs de densité le long d'une ligne test : $3 h^{-1}$ Mpc de résolution





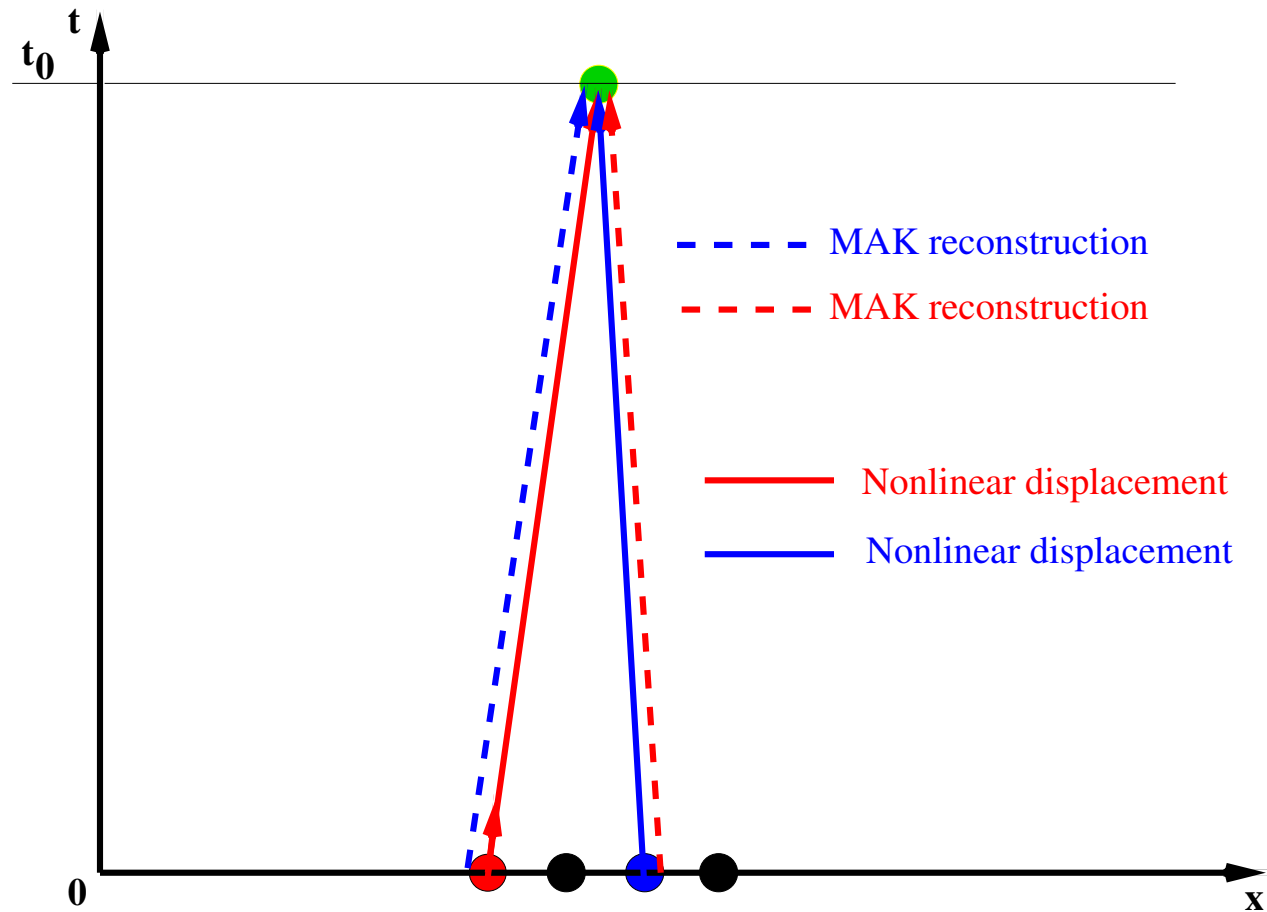


Cas Gaussien : qualité de l'association primordiale



Fraction de $\sim 18\%$ de particules “exactement” reconstruites : **est-ce un problème ?**

Cas Gaussien : qualité de l'association primordiale (suite)



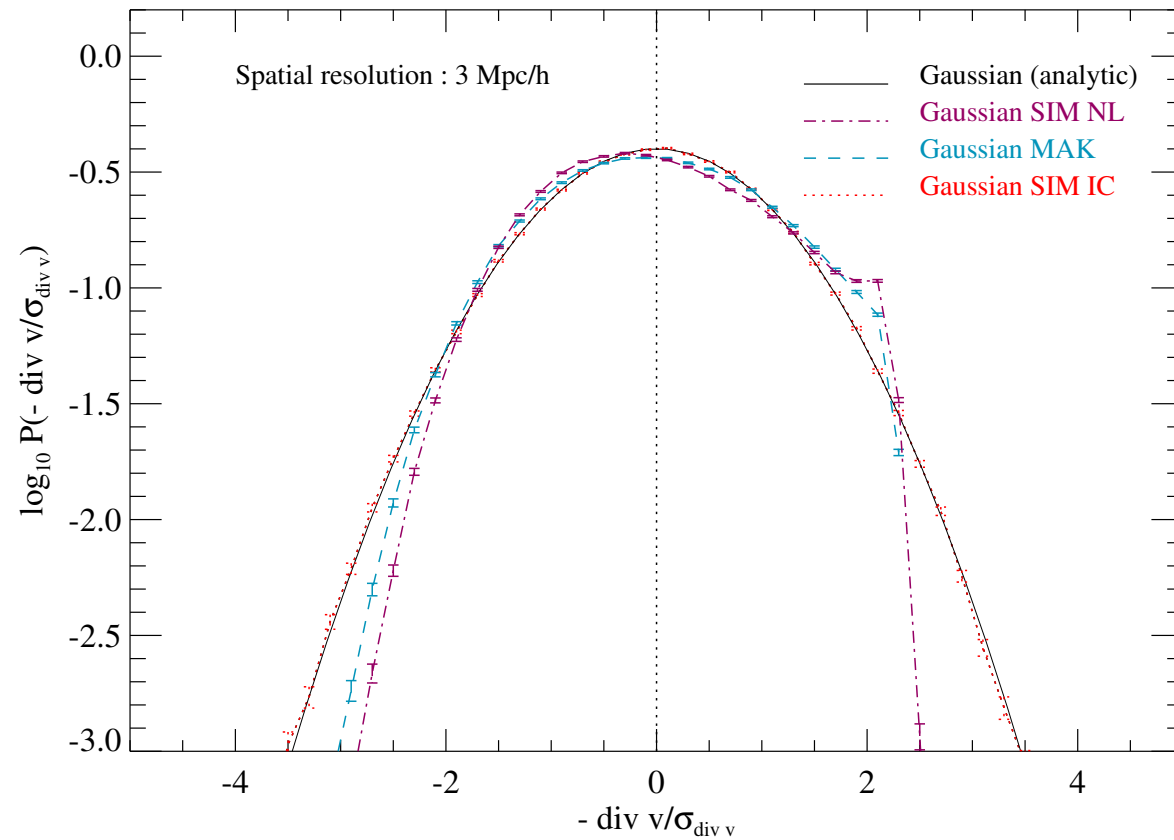
Cas Gaussien : tests de résolution

- En échantillonnant à 128^3 particules (S_0) plutôt que 64^3 (S_1) le même volume total de $200^3 h^{-3} \text{ Mpc}^3$
 - ⇨ test de la **saturation** de la reconstruction à petite échelle à cause du **shell crossing**
- En reconstruisant avec 64^3 (S_2) particules un sous-volume de $100^3 h^{-3} \text{ Mpc}^3$ extrait du centre de la boîte
 - ⇨ test de la **sensitivité** de la reconstruction **aux limites supposées** (et des conditions de périodicité)
 - ⇨ test de **l'influence des modes négligés**

Echantillon	N	Boîte [h^{-1} Mpc]	\bar{l} [h^{-1} Mpc]	fraction exacte [%]
<i>Gaussien</i>				
boîte complète S_0	128^3	200	1.6	18
échantillon sparse S_1	64^3	200	3.1	37
échantillon dense S_2	64^3	100	1.6	17
χ^2				
échantillon sparse S_1	64^3	200	3.1	31
échantillon dense S_2	64^3	100	1.6	33
<i>PVM</i>				
échantillon sparse S_1	64^3	200	3.1	28
échantillon dense S_2	64^3	100	1.6	10
Q_{+100}				
échantillon sparse S_1	64^3	200	3.1	41

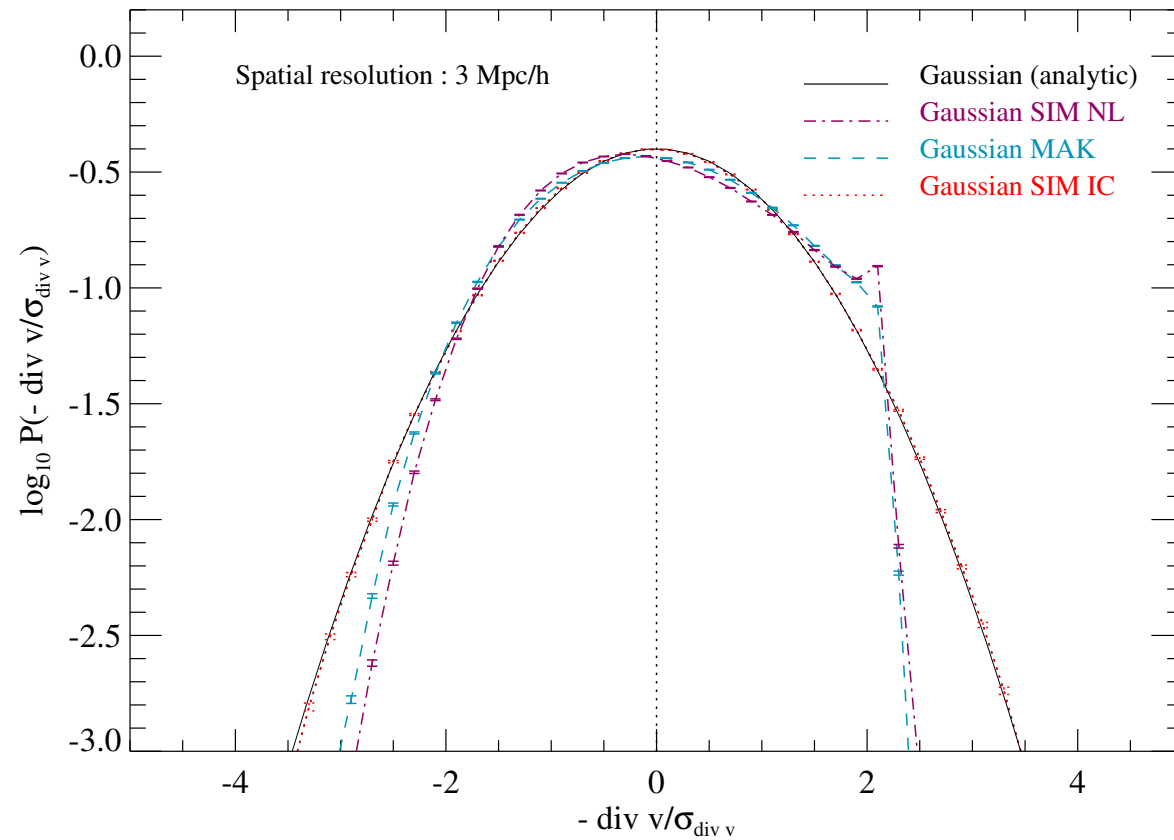
Cas Gaussien : tests de résolution (suite)

Echantillon 64^3 particules (volume total) lissé à $3 h^{-1}$ Mpc



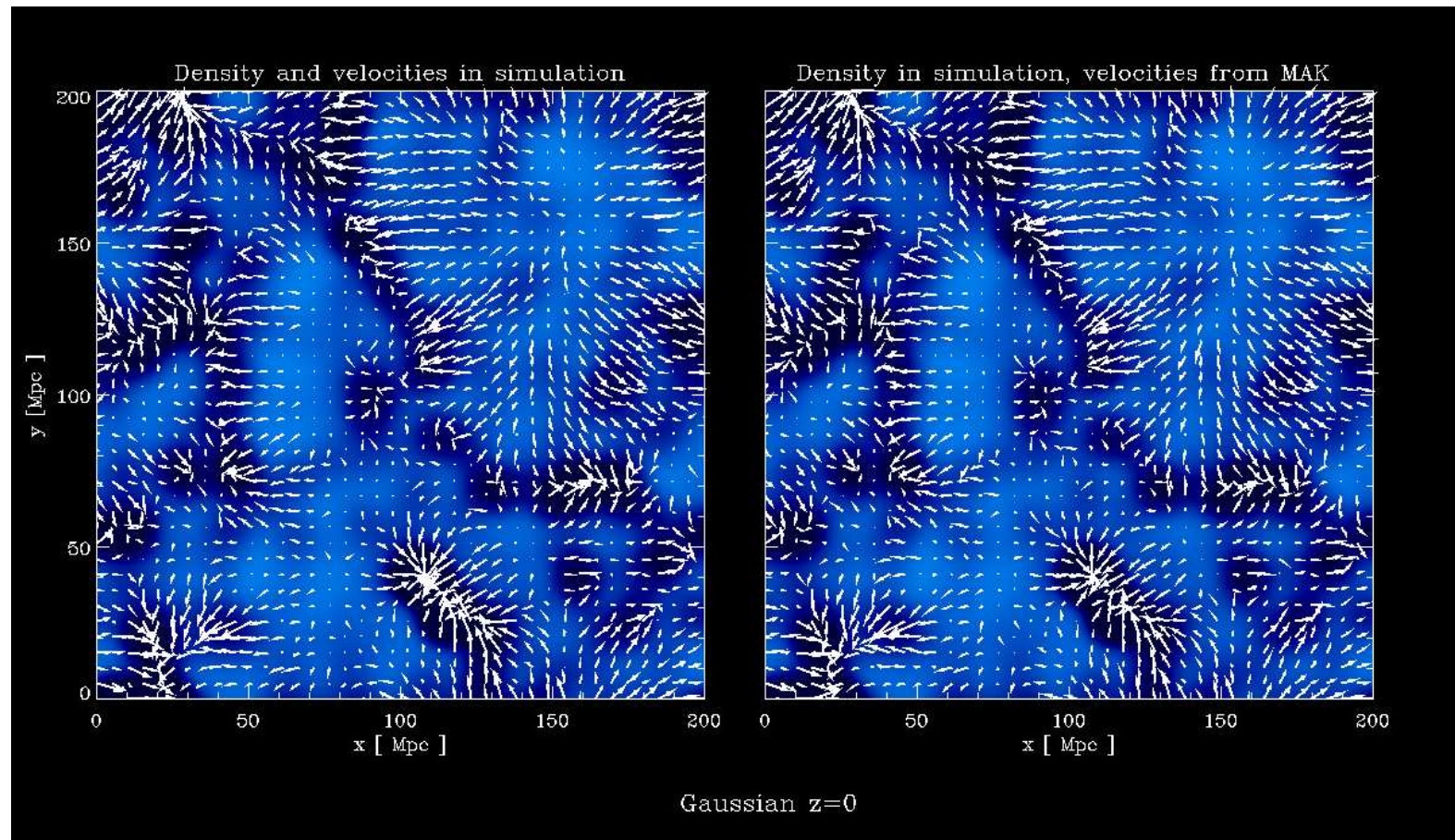
Cas Gaussien : tests de résolution (suite)

Echantillon 128^3 particules (volume total) lissé à $3 h^{-1}$ Mpc



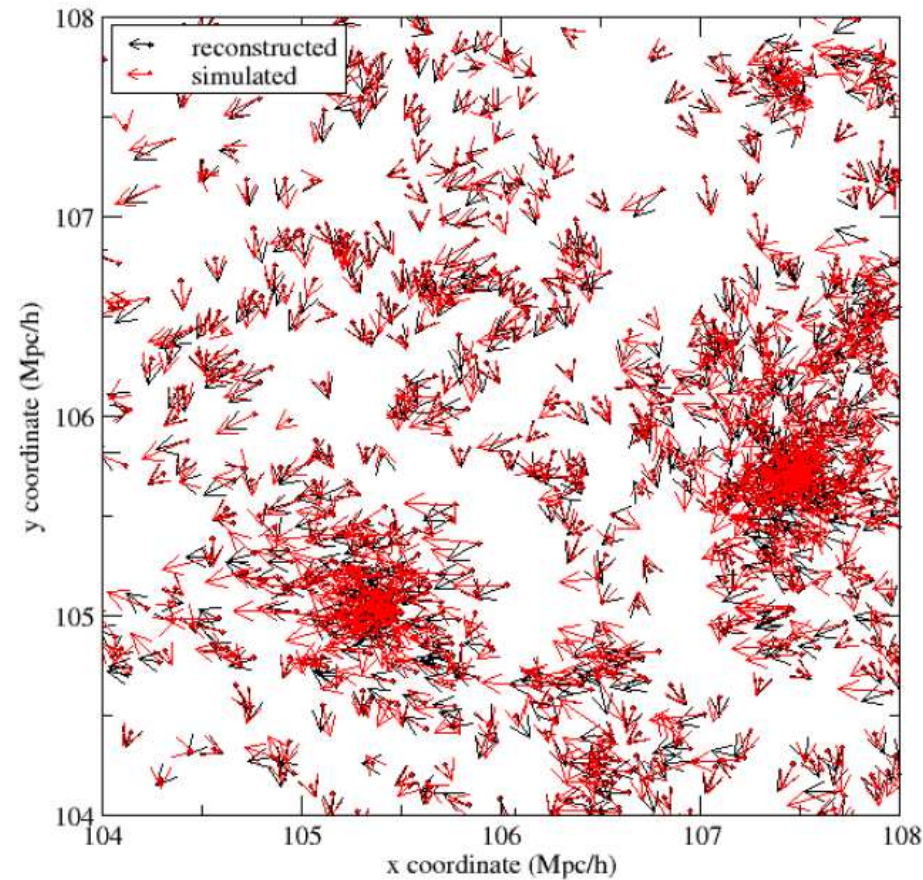
Cas Gaussien : champs de vitesses propres à $z=0$

Les champs de vitesse et de densité ont été lissés à $R = 8 h^{-1}$ Mpc



Cas Gaussien : champs de vitesses propres à $z=0$ (suite)

Le champs de vitesse n'a pas été lissé



MAK, un excellent reconstruteur non-linéaire

- MAK **retrouve très bien** les **trajectoires non-linéaires rectilignes** à des échelles plus grandes que celles avec shell crossing significatif
- MAK **est** non-linéaire (voir la PDF)

Efficacité de MAK peut devenir un **problème** pour séparer les non-Gaussianités primordiales de celles induites par la gravité

On s'attend à ce que la reconstruction faite par MAK :

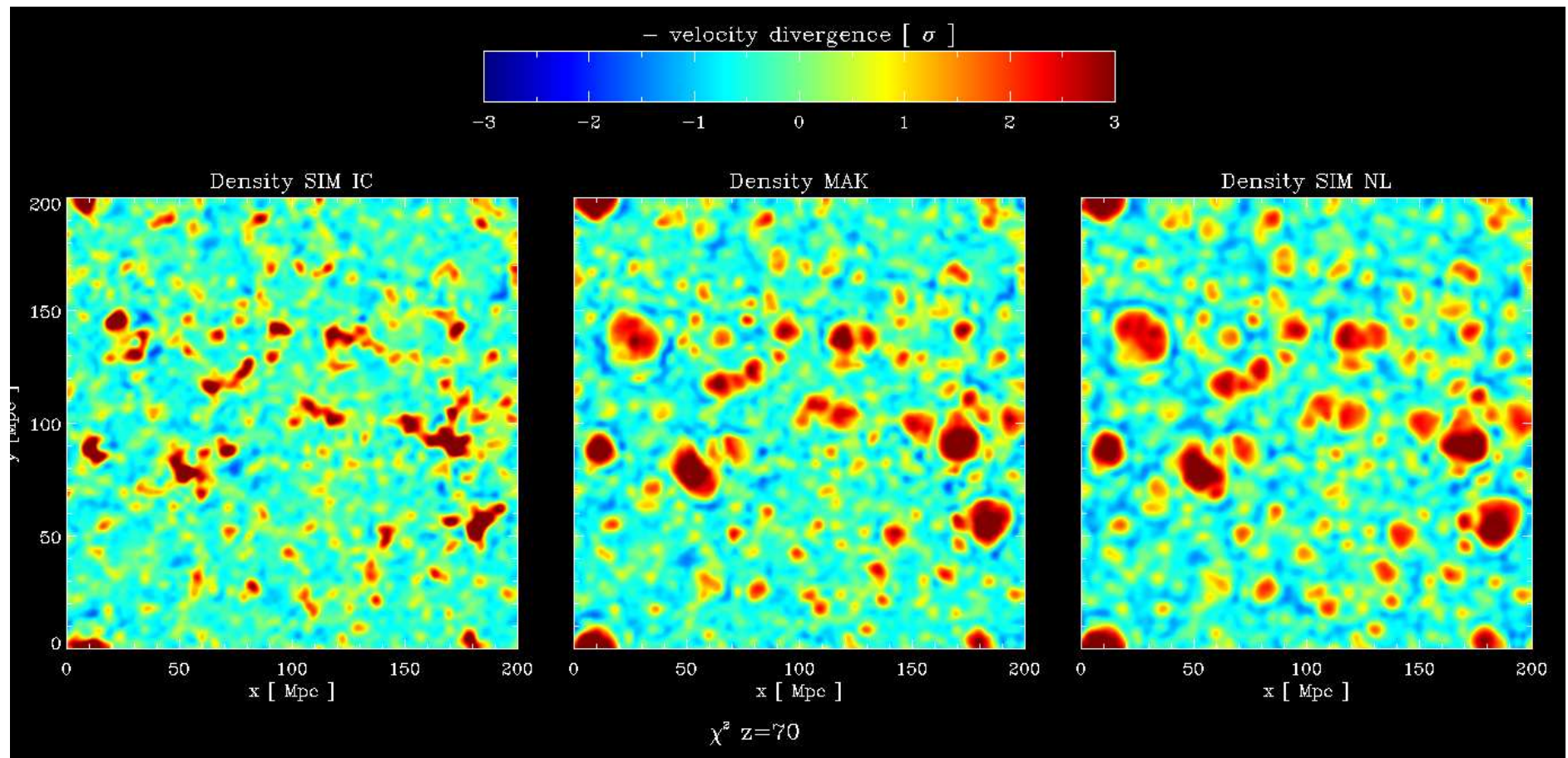
- **Garde la signature** des **fortes** non-Gaussianités primordiales présentes dans un champ de densité linéaire
- **Mélange la signature** des non-Gaussianités primordiales **petites** ou noyées dans un champ non-linéaire

PLAN DE L'EXPOSE

- 1 Motivations pour les reconstructions théoriques
- 2 Modèles de champs de densité primordiaux
- 3 Setup des simulations et résumé de MAK
- 4 MAK : un reconstruteur non-linéaire quasi-idéal
- 5 Applications à la non-Gaussianité
- 6 Comprendre la PDF des densités de MAK

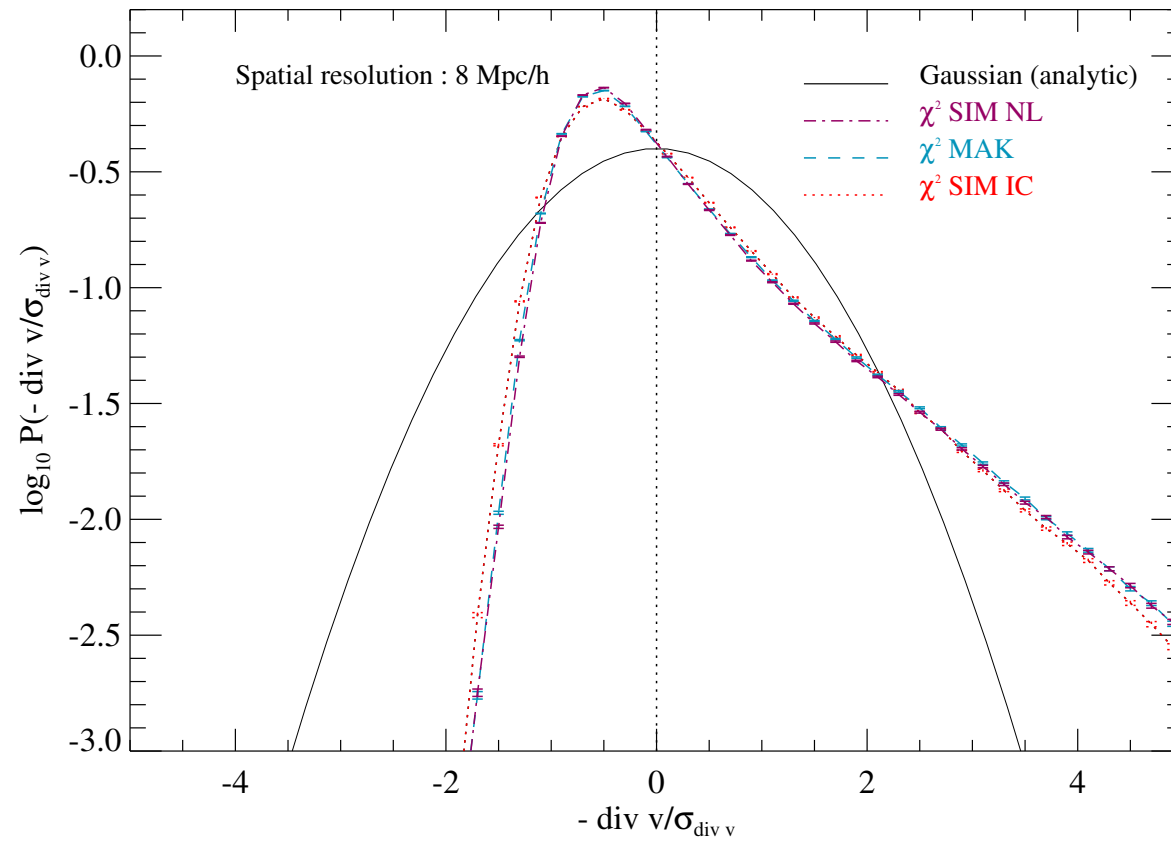
Modèle χ^2 comme non-Gaussianité forte, linéaire

Champ de densité à $z = 70$ (lissé sur $8 h^{-1}$ Mpc)



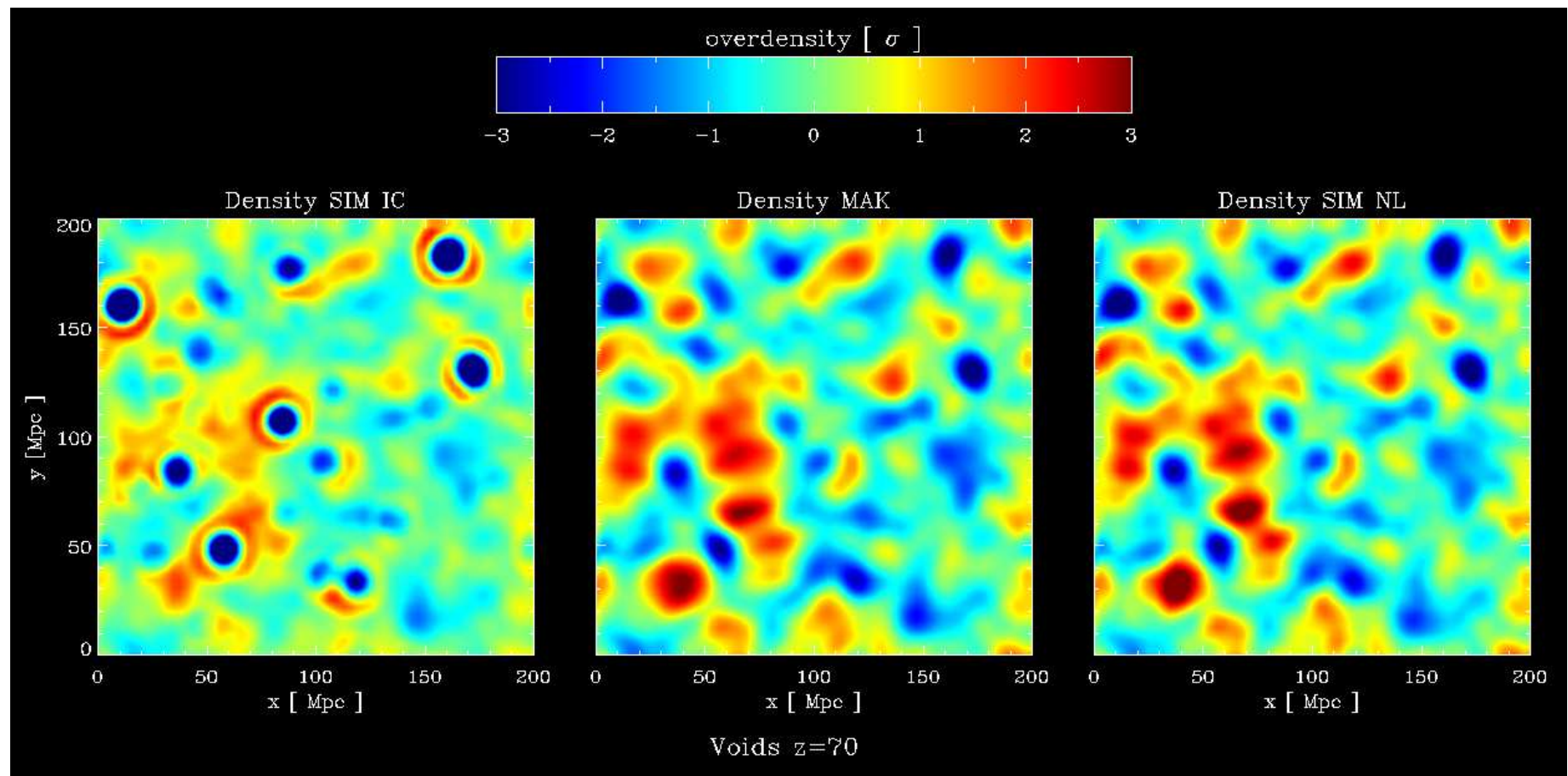
Modèle χ^2 comme non-Gaussianité forte, linéaire

PDF de la densité $(-\nabla \mathbf{v})$ à $z = 70$



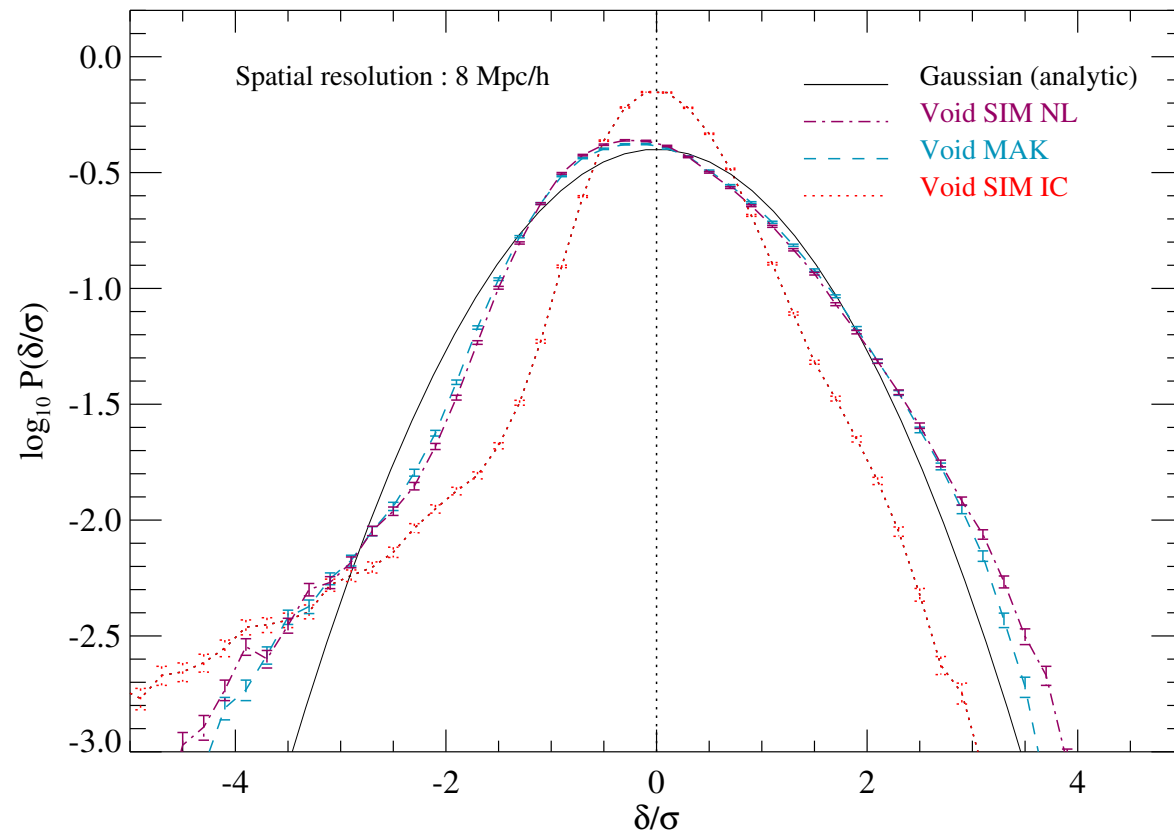
PVM comme non-Gaussianité forte et non-linéaire

Champ de densité à $z = 70$ (lissé sur $8 h^{-1}$ Mpc)



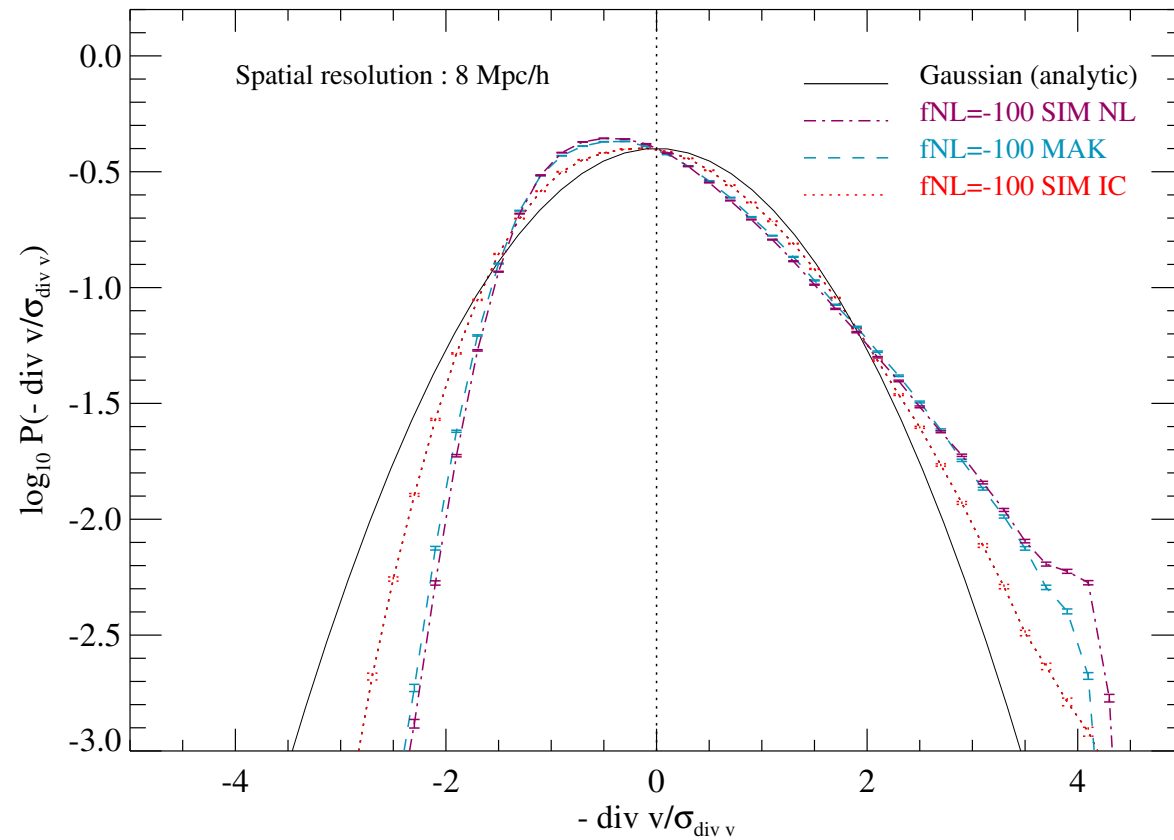
PVM comme non-Gaussianité forte et non-linéaire

PDF de δ_8 à $z = 70$



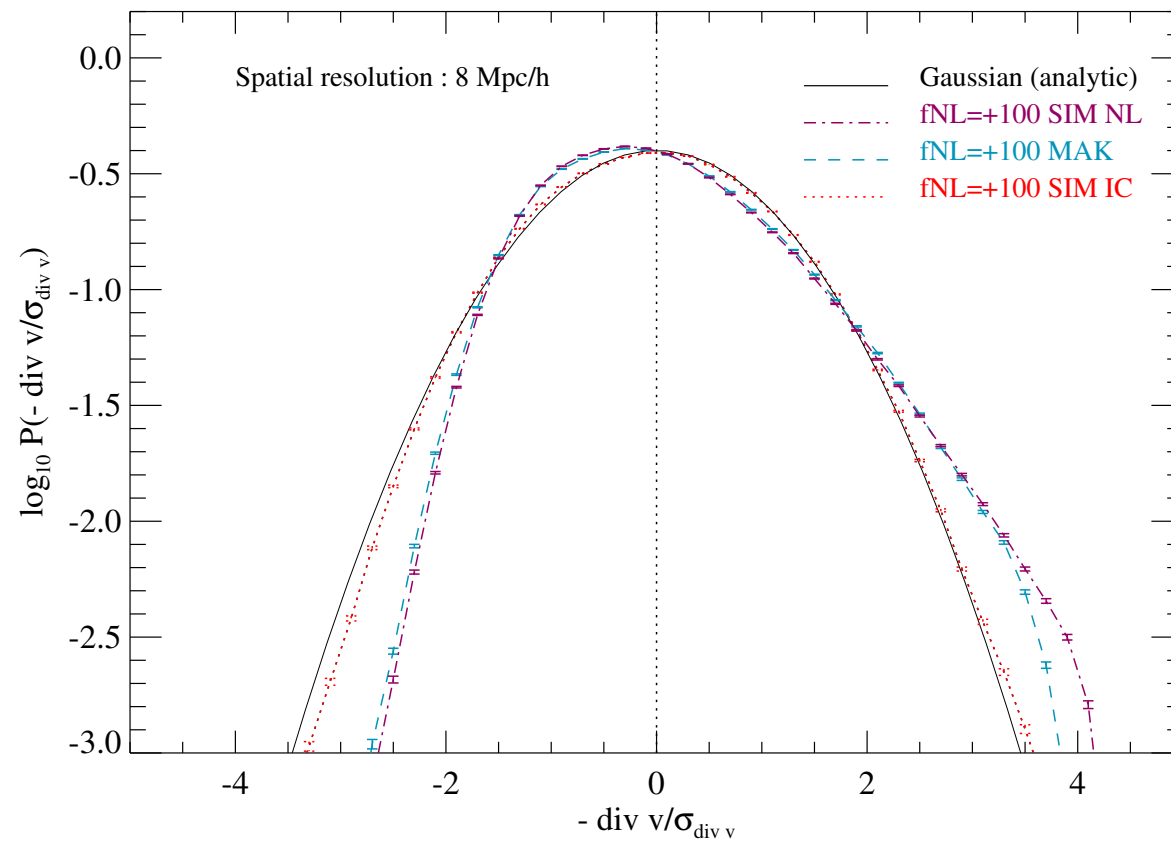
Q_{-100} : non-Gaussianité faible

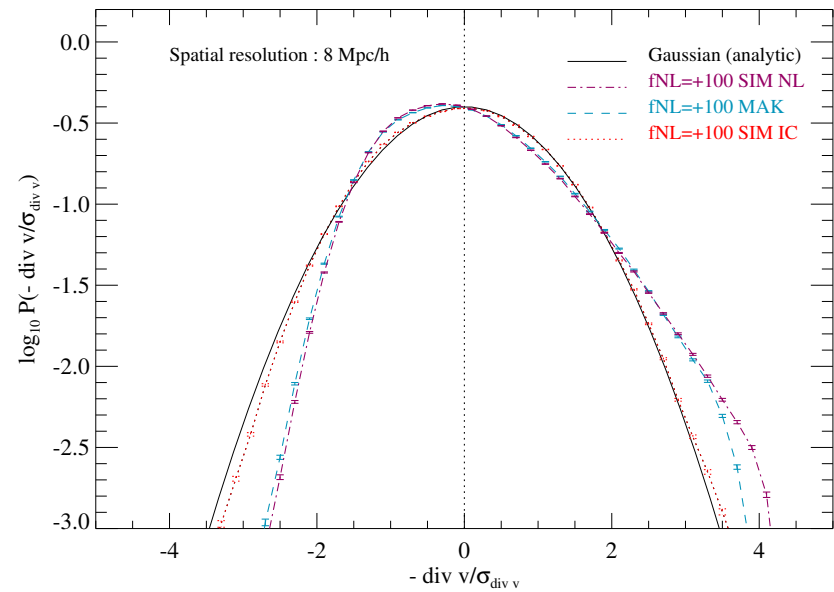
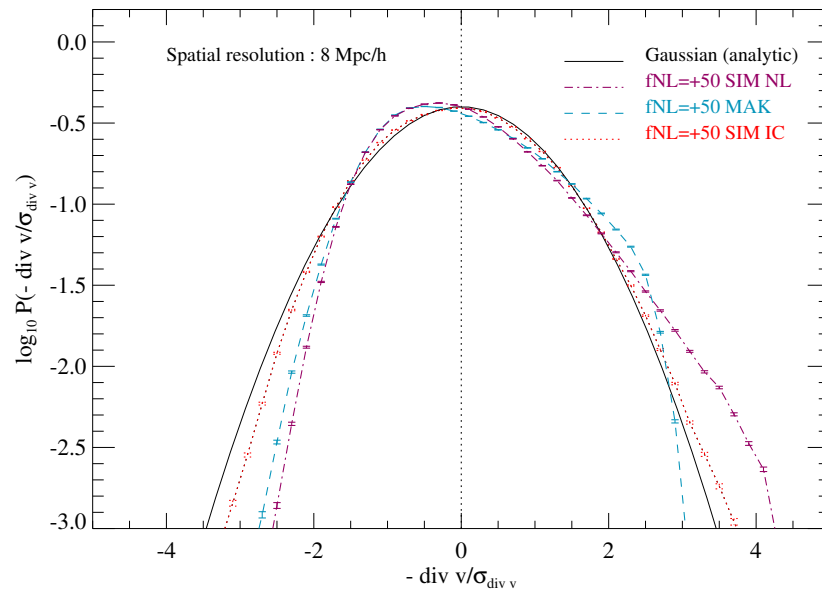
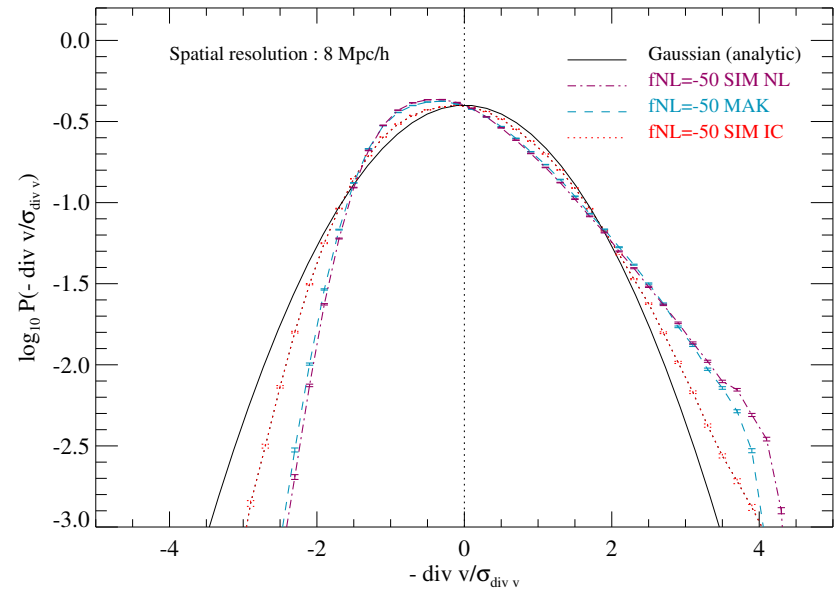
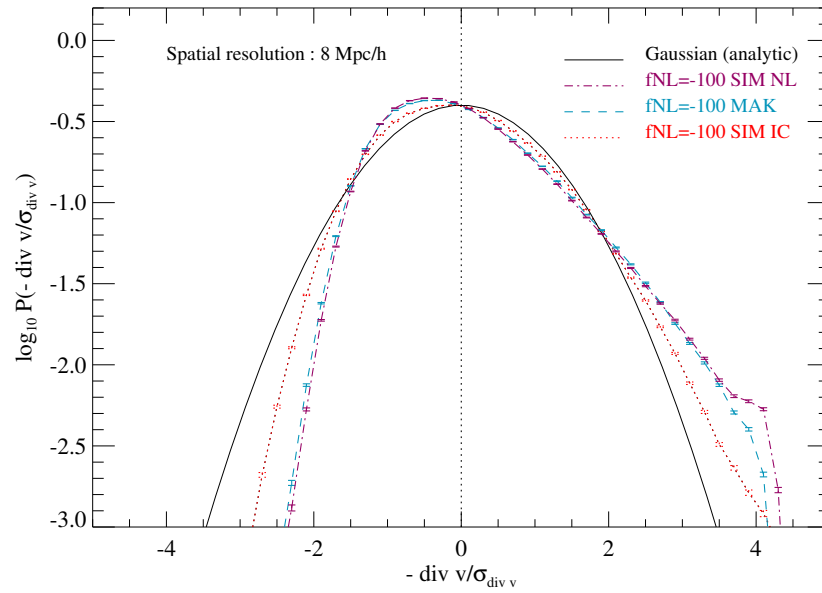
PDF de $-\nabla\mathbf{v}$ à $z = 70$



Q_{+100} : non-Gaussianité faible

PDF de $-\nabla\mathbf{v}$ à $z = 70$





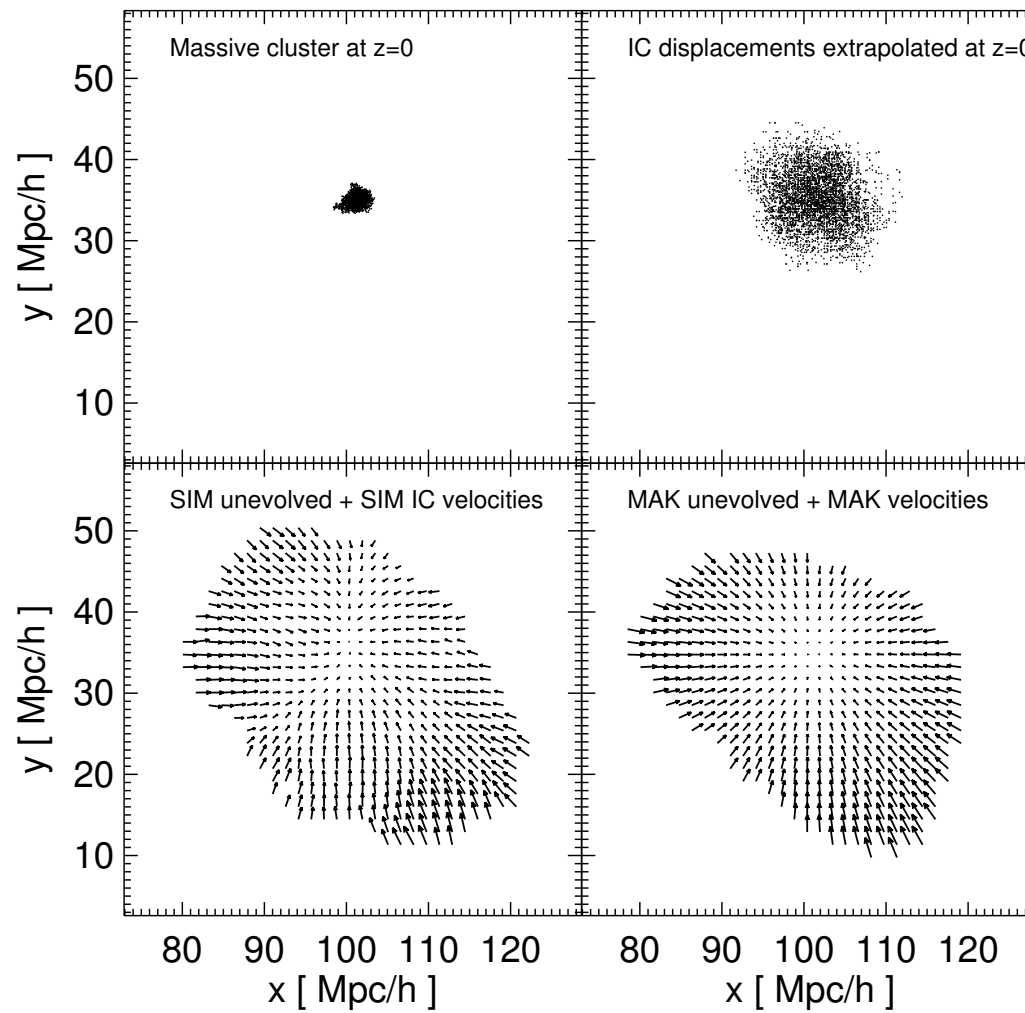
Contraindre la non-Gaussianité utilisant MAK

- MAK reconstruit le **déplacement non-linéaire**
- PDF du champ de densité reconstruit est **non-Gaussienne** (même dans le cas Gaussien)
 - ⇨ 1^{re} étape : il faut comprendre et estimer cette PDF “théoriquement”
 - ⇨ 2^e étape : il faut corriger systématiquement les reconstructions

PLAN DE L'EXPOSE

- 1 Motivations pour les reconstructions théoriques
- 2 Modèles de champs de densité primordiaux
- 3 Setup des simulations et résumé de MAK
- 4 MAK : un reconstruteur non-linéaire quasi-idéal
- 5 Applications à la non-Gaussianité
- 6 Comprendre la PDF des densités de MAK

Comprendre la PDF reconstruite par MAK



Comprendre la PDF reconstruite par MAK (suite)

- On passe à grande échelle à $z = 0$ ($\sim 20 h^{-1}$ Mpc) pour pouvoir appliquer la théorie des perturbations et avoir S3, S4 théoriques

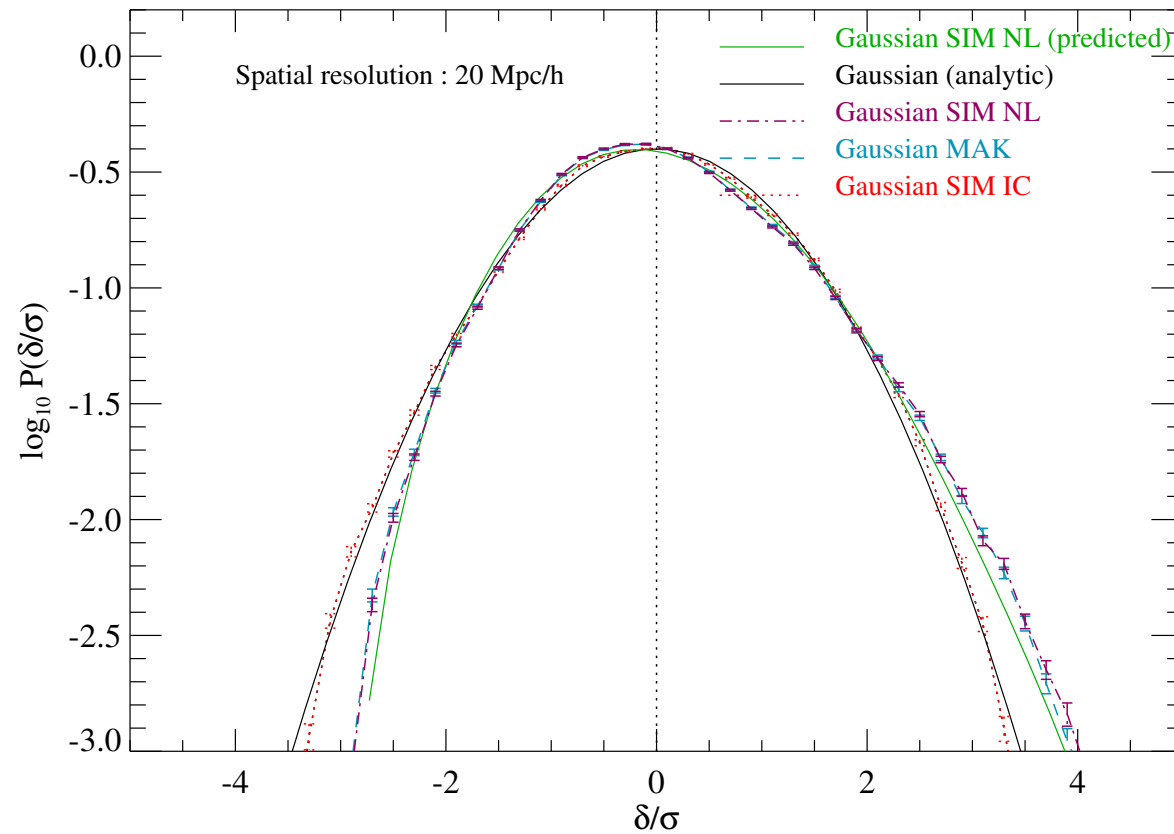
- On applique la méthode de Fosalba et Gaztanaga (1998) basée sur la **collapse sphérique** :
 - contribution uniquement des **monopoles** (symétrie sphérique)
 - donne les **S3, S4** à $z = 0$ en fonction de **B3, B4, B5, B6**, de S_{grav} et de σ_l
 - **on inverse** pour avoir B3 et B4 en tronquant la hiérarchie

Comprendre la PDF reconstruite par MAK (suite)

- On suppose que B3 et B4 sont **indépendants de l'échelle**
- On les utilise à 20 et à $8 h^{-1}$ Mpc dans le **développement de Hedgeworth** de la PDF

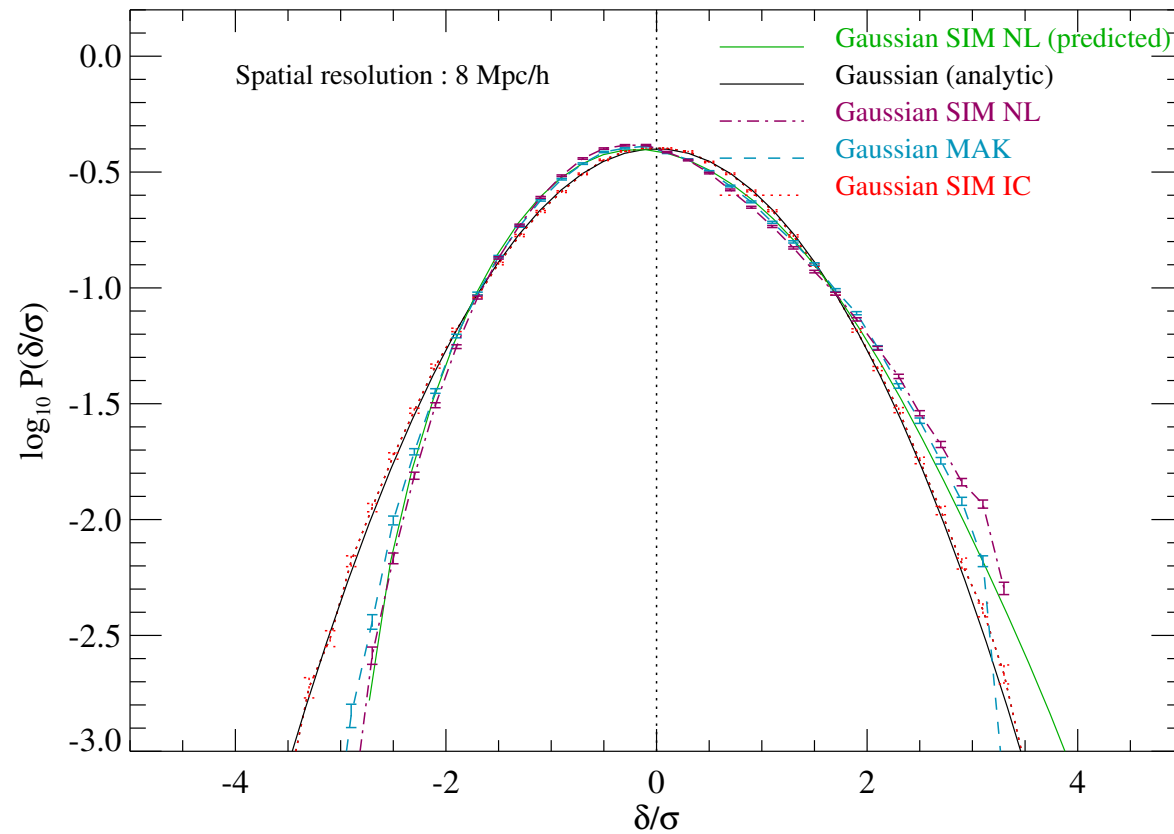
Comprendre la PDF reconstruite par MAK (suite)

PDF de ρ à $z = 70$ lissé à $20 h^{-1}$ Mpc



Comprendre la PDF reconstruite par MAK (suite)

PDF de ρ à $z = 70$ lissé à $8 h^{-1}$ Mpc



Conclusions

- 1 MAK se compare au **champ de déplacement non-linéaire** (et non au champ de déplacement initial (Zel'dovich) des simulations !)
- 2 MAK reconstruit **extrêmement bien** ce déplacement non-linéaire
- 3 La **hiérarchie non-Gaussienne** induite par la gravité **se retrouve dans les champs reconstruits**
- 4 Il faudra **corriger *a posteriori*** pour pouvoir trouver une non-Gaussianité primordiale faible