

A Variation on Einstein-Cartan Theory: Spin-2 Fields From Torsion, Dark Energy and Bouncing Cosmology

Vicente Antunes & Mario Novello
ICRA/CBPF

28 de abril de 2015

- Teorias modificadas da gravitação
 - Modificações na estrutura dinâmica da RG: $f(R)$, Teorias Escalar-Tensoriais, Massive Gravity, Geometric Scalar Gravity (GSG), *etc.*
 - Teorias com dimensões extras: Brane-World, Chaplygin Gas, String Gas, *etc.*
 - Teorias com torção: Einstein-Cartan-Sciama-Kibble (ECSK), Teleparallel Gravity, $f(T)$, *etc.*
 - Outras: MONDs, Conformal Gravity, *etc.*

- Motivações
 - Energia escura
 - Energia do vácuo \rightarrow Problema da Constante Cosmológica
 - Campo escalar cosmológico \rightarrow atua como uma constante cosmológica, porém **não** resolve o Problema da Constante Cosmológica

- Motivações
 - Problema da Singularidade Inicial
 - Curvatura diverge próximo à singularidade
 - Espaço-tempo não definido no ponto singular \rightarrow RG perde a validade no ponto singular
 - Problema de Condições Iniciais não pode ser definido em um espaço-tempo singular
 - Modelos não singulares podem ser gerados por fluídos materiais exóticos ou modificações da RG

- Motivações
 - Matéria escura?

- Teoria Einstein-Cartan-Sciama-Kibble (ECSK)
(Sciama 1961, Kibble 1962)
 - Espaço-tempo com torção: espaço-tempo de Riemann-Cartan
 - Partículas teste e observadores inerciais representados tanto por curvas extremais quanto por curvas geodésicas
 - Possivelmente a modificação mais natural da RG
 - Evita a singularidade inicial (Trautman 1980)
 - Torção se acopla com correntes de spin → não pode oferecer uma solução para os problemas da energia e matéria escuras

- Variação sobre a Teoria ECSK

- Espaço-tempo com torção \leftarrow número de graus de liberdade da torção reduzidos de 24 para 20 (espaço-tempo de Riemann-Cartan restrito)
- Dinâmica descrita pela ação de Einstein-Cartan da teoria ECSK
- Partículas teste e observadores inerciais representados apenas por curvas extremas no espaço-tempo de Riemann-Cartan restrito

- Esta variação corresponde a uma modificação “mínima” da RG
 - A cinemática einsteiniana é recuperada no espaço-tempo riemanniano “associado”
 - A torção passa a ser fonte da curvatura de Riemann
 - Torção pode ser decomposta em dois campos de spin-2 com energias de sinais opostos

Espaço-Tempo de Riemann-Cartan

- Geometria

- Espaço-fibrado de referenciais $e \equiv (e_a)$, $a, b, c, \dots = 0, 1, 2, 3$, sobre uma variedade \mathcal{M}^4
- Equipado com estrutura conectiva, $(\omega^a_b) \rightarrow D = d + \omega \wedge$
- Geometrias naturais: espaços fibra e estrutura tangente coincidem \rightarrow forma de “soldagem” $\theta \equiv (\theta^a)$
- Equações de estrutura (Cartan 1923)

$$\Omega = D(De)$$

$$\Theta = D\theta$$

- equações de estrutura em componentes em termos de de um referencial arbitrário (Cartan 1923)

$$R^a_{\text{brs}} = \partial_s \Gamma^a_{rb} - \partial_r \Gamma^a_{sb} + \Gamma^a_{sl} \Gamma^l_{rb} - \Gamma^a_{rl} \Gamma^l_{sb} + \Gamma^a_{lb} C^l_{rs} \quad (1)$$

$$S^a_{rs} = \Gamma^a_{rs} - \Gamma^a_{sr} - C^a_{rs} \quad (2)$$

- A estrutura métrica $ds^2 = g_{ab}\theta^a \otimes \theta^b$ compatível com a conexão $Dg_{ab} = 0$ e assinatura $(+ - - -)$, define o espaço-tempo de Riemann-Cartan
- A estrutura métrica permite definir um campo de tetradas $(e^{(a)})$ e cotetradas $(\theta^{(a)}) \rightarrow ds^2 = \eta_{(a)(b)}\theta^{(a)} \otimes \theta^{(b)}$

- A estrutura métrica permite a decomposição

$$\Gamma^a_{sb} = \overset{\circ}{\Gamma}^a_{sb} + K^a_{sb} \quad (3)$$

onde $\overset{\circ}{\Gamma}^a_{sb}$ são os coeficientes da conexão riemanniana pura e as componentes do tensor de contorção

$$K^a_{sb} \equiv \frac{1}{2} g^{ar} (S^l_{rb} g_{ls} + S^l_{rs} g_{lb} - S^l_{bs} g_{lr}) \quad (4)$$

- Decomposição da curvatura de Riemann-Cartan:

$$R^a_{brs} = \overset{\circ}{R}^a_{brs} + \overset{\circ}{D}_s K^a_{rb} - \overset{\circ}{D}_r K^a_{sb} + K^a_{sc} K^c_{rb} - K^a_{rc} K^c_{sb} \quad (5)$$



$$R = \overset{\circ}{R} + K^{ab}_r K^r_{ab} - K^a_{ar} K^{rb}_b + \overset{\circ}{D}^b K^a_{ab} - \overset{\circ}{D}_a K^{ab}_b \quad (6)$$

onde $\overset{\circ}{D}$ é a derivada covariante riemanniana, $\overset{\circ}{R}_{abrs}$ a curvatura de Riemann e $\overset{\circ}{R}$ o escalar de Ricci

- Geodésicas (autoparalelas) no espaço-tempo de Riemann-Cartan

$$V^a D_a V^b = V^a \partial_a V^b + \Gamma^b_{ac} V^a V^c = 0 \quad (7)$$

- Referencial normal (princípio de equivalência)
- Equação do desvio geodésico e identidades de Bianchi modificadas

- Curvas extremais no espaço-tempo de Riemann-Cartan

$$\delta \int (g_{ab} V^a V^b)^{1/2} dt = 0 \quad (8)$$



$$V^a \overset{\circ}{D}_a V^b = V^a \partial_a V^b + \overset{\circ}{\Gamma}^b_{ac} V^a V^c = 0 \quad (9)$$

envolve apenas a conexão riemanniana pura

- Violação do princípio de equivalência no espaço-tempo de Riemann-Cartan

- A torção é uma estrutura natural no formalismo que fundamenta as teorias geométricas da gravitação
- Sua presença, no entanto, modifica fortemente a estrutura cinemática em relação à RG
- Ambiguidade na escolha das curvas causais que representam partículas teste e observadores inerciais

Campos de Spin-2 no Espaço-tempo de Minkowski

- Representação de Fierz: tensores de Fierz (Novello & Neves 2002)

$$\Phi_{\alpha\beta\gamma} = -\Phi_{\beta\alpha\gamma} \quad (10a)$$

$$\Phi_{\alpha\beta\gamma} + \Phi_{\beta\gamma\alpha} + \Phi_{\gamma\alpha\beta} = 0 \quad (10b)$$

$$\partial^\alpha (*\Phi)_{\alpha(\beta\gamma)} = 0 \quad (10c)$$

onde $(*\Phi)_{\alpha\beta\gamma} = (1/2)\eta_{\rho\sigma\alpha\beta}\Phi^{\rho\sigma}{}_\gamma$ é o dual de Hodge, e $X_{(\alpha\beta)} \equiv X_{\alpha\beta} + X_{\beta\alpha}$ simboliza a simetrização de índices

- Os tensores de Fierz admitem a seguinte expressão em termos de um campo $\varphi_{\alpha\beta}$ simétrico (Novello & Neves 2002)

$$\Phi_{\beta\gamma\alpha} = \frac{1}{2} \left(\partial_\gamma \varphi_{\beta\alpha} - \partial_\beta \varphi_{\gamma\alpha} - \Phi_\gamma \eta_{\alpha\beta} + \Phi_\beta \eta_{\alpha\gamma} \right) \quad (11)$$

$$\Phi_\gamma = \eta^{\alpha\beta} \Phi_{\gamma\alpha\beta} = \partial_\gamma \varphi - \partial^\beta \varphi_{\beta\gamma} \quad (12)$$

onde

$$\varphi \equiv \eta^{\alpha\beta} \varphi_{\alpha\beta} \quad (13)$$

denota o traço do campo

- Ação para campos de spin-2 (Novello & Neves 2002)

$$\mathcal{S}[\phi] = \frac{1}{2\lambda} \int (\phi_{\alpha\beta\gamma} \phi^{\alpha\beta\gamma} - \phi_{\alpha} \phi^{\alpha}) d^4x \quad (14)$$



- Equação de campo do campo de spin-2 no espaço-tempo de Minkowski

$$\partial^{\alpha} \phi_{\alpha(\beta\gamma)} = 0 \quad (15)$$

→ Idêntica à equação de Fierz-Pauli

$$-\partial^{\mu} \phi_{\mu(\alpha\beta)} = \square \varphi_{\alpha\beta} - \partial_{(\alpha} \partial^{\mu} \varphi_{\beta)\mu} + \partial_{\alpha} \partial_{\beta} \varphi - (\square \varphi - \partial_{\mu} \partial_{\nu} \varphi^{\mu\nu}) \eta_{\alpha\beta} \quad (16)$$

Campos de Spin-2 em Espaço-tempo Curvo

- Acoplamento mínimo \rightarrow as expressões (10), que definem os tensores de Fierz, assumem a forma (Novello & Neves 2002)

$$\Phi_{abc} = -\Phi_{bac} \quad (17a)$$

$$\Phi_{abc} + \Phi_{bca} + \Phi_{cab} = 0 \quad (17b)$$

$$\overset{\circ}{D}^a (*\Phi)_{a(bc)} = \frac{1}{2} \left[(\overset{\circ}{R}*)_{brsc} + (\overset{\circ}{R}*)_{rbcs} \right] \varphi^{rs} \quad (17c)$$

- Os tensores de Fierz em espaço-tempo curvo admitem a seguinte expressão em termos de um campo φ_{ab} simétrico (Novello & Neves 2002)

$$\Phi_{bca} = \frac{1}{2} \left(\overset{\circ}{D}_c \varphi_{ba} - \overset{\circ}{D}_b \varphi_{ca} - \Phi_c g_{ab} + \Phi_b g_{ac} \right) \quad (18)$$

$$\Phi_c = g^{ab} \Phi_{cab} = \partial_c \varphi - \overset{\circ}{D}^b \varphi_{bc} \quad (19)$$

onde

$$\varphi \equiv g^{ab} \varphi_{ab} \quad (20)$$

- equação de campo do campo de spin-2 em espaço-tempo curvo

$$\overset{\circ}{D}^a \Phi_{a(bc)} = 0 \quad (21)$$

$$\begin{aligned} -\overset{\circ}{D}^a \Phi_{a(bc)} = & \overset{\circ}{D}_a \overset{\circ}{D}^a \varphi_{bc} - \frac{1}{2} \left[\overset{\circ}{D}^a \overset{\circ}{D}_{(c} \varphi_{b)a} + \overset{\circ}{D}_{(c} \overset{\circ}{D}^a \varphi_{b)a} \right] + \overset{\circ}{D}_b \overset{\circ}{D}_c \varphi \\ & - \left(\overset{\circ}{D}_a \overset{\circ}{D}^a \varphi - \overset{\circ}{D}_a \overset{\circ}{D}_d \varphi^{ad} \right) g_{bc} \end{aligned} \quad (22)$$

- Recupera a forma linearizada das equações de Einstein da RG No espaço-tempo de Minkowski (Novello & Neves 2002)

- Em espaço-tempo curvo, a equação de movimento para um campo de spin-2 não é em geral compatível com correntes conservadas

$$\overset{\circ}{D}^b \overset{\circ}{D}^a \phi_{a(bc)} \neq 0 \quad (23)$$

- A inclusão de interações para campos de spin-2 acoplados com o campo gravitacional é não trivial (Novello & Neves 2002)

Campos de Spin-2 com Origem na Torção

- Variação da teoria ECSK:

- (1) Cinemática construída sobre um espaço-tempo de Riemann-Cartan restrito

$$(*S)^a_{ac} = 0 \quad (24)$$

24 graus de liberdade $\rightarrow 20 = 10 + 10$ graus de liberdade

- (2) Partículas teste e observadores inerciais representados exclusivamente por curvas do tipo tempo extremais

$$\delta \int (g_{ab} V^a V^b)^{1/2} dt = 0$$

As curvas extremais do espaço-tempo de Riemann-Cartan correspondem às geodésicas do espaço-tempo de Riemann associado

(3) A torção pode ser decomposta em dois campos de spin-2

$$S^a_{cd} = \phi_{cd}{}^a + (*\psi)_{cd}{}^a + \Sigma^a_{cd} \quad (25)$$

ϕ_{cda} e ψ_{cda} são tensores de Fierz e a torção está sujeita à restrição

$$\Sigma_{acd} = \frac{1}{2} g_{a[c} g_{d]b} \phi^b - \eta_{cdab} \psi^b \quad (26)$$

(4) A dinâmica é definida pela ação de Einstein-Cartan

$$\mathcal{S}_{EC} = \frac{1}{2\kappa} \int R \eta \quad (27)$$

$$\kappa = 8\pi G \quad (\hbar = c = 1)$$

$$R = \overset{\circ}{R} + K^{ab}{}_r K^r{}_{ab} - K^a{}_{ar} K^{rb}{}_b + \overset{\circ}{D}^b K^a{}_{ab} - \overset{\circ}{D}_a K^{ab}{}_b$$

Da decomposição da contorção em termos dos tensores de Fierz segue

$$K_{abc} = 2\Phi_{acb} + \eta_{acrs} \psi^r{}_b + g_{a[b} g_{d]c} \phi^d + \eta_{acbd} \psi^d \quad (28)$$



$$K^a{}_c{}^b K^c{}_{ab} - K^a{}_{ac} K^{cb}{}_b = -2(\phi_{abc} \phi^{abc} - \phi_a \phi^a) + 2(\psi_{abc} \psi^{abc} - \psi_a \psi^a) - 4\phi_{abc} (*\psi)^{abc} \quad (29)$$

(29) permite reescrever a ação de Einstein-Cartan na forma

$$\mathcal{S}_{EC} \sim \frac{1}{2\kappa} \int \left(\overset{\circ}{R} - 2L[\Phi] + 2L[\Psi] - 2(*\overset{\circ}{R})_{abcd}\varphi^{ac}\psi^{bd} \right) \eta \quad (30)$$

$$L[\Phi] \equiv \Phi_{abc} \Phi^{abc} - \Phi_a \Phi^a$$

$$\Phi = \Phi, \Psi$$

onde o último termo decorre da relação

$$2 \int \Phi_{abc} (*\Psi)^{abc} \eta \sim \int (*\overset{\circ}{R})_{abcd} \varphi^{ac} \psi^{bd} \eta. \quad (31)$$

(4b) Será tomada a seguinte ação

$$\mathcal{S} = \frac{1}{2\kappa} \int \left(\overset{\circ}{R} - 2\widetilde{L}[\Phi] + 2\widetilde{L}[\Psi] - 2(*\overset{\circ}{R})_{abcd}\varphi^{ac}\psi^{bd} \right) \eta \quad (32)$$

onde

$$\widetilde{L}[\Phi] = \phi_{abc}\phi^{abc} - \phi_a\phi^a - V[\Phi] \quad (33)$$

$\Phi = \phi, \Psi$, i.e. foram introduzidos potenciais de auto-interação $V[\Phi]$ e $V[\Psi]$ com a mesma forma funcional para ambos os campos de spin-2

- Equações dinâmicas

$$\overset{\circ}{R}_{ab} - \frac{1}{2}\overset{\circ}{R}g_{ab} = -\kappa T_{ab} + T_{ab}^{\phi} - T_{ab}^{\psi} - \Delta_{ab}(\phi, \psi) \quad (34a)$$

$$\overset{\circ}{D}^c \phi_{c(ab)} - \frac{\delta V[\phi]}{\delta \varphi^{ab}} = -8(*\overset{\circ}{R})_{acbd}\psi^{ab} \quad (34b)$$

$$\overset{\circ}{D}^c \psi_{c(ab)} - \frac{\delta V[\psi]}{\delta \psi^{ab}} = 8(*\overset{\circ}{R})_{acbd}\varphi^{ab} \quad (34c)$$

- Tensor momentum-energia dos campos de spin-2

$$T_{ab}^{\phi} = 4\phi_{acd}\phi_b^{cd} + 2\phi_{cda}\phi_b^{cd} - 2\phi^c\phi_{c(ab)} - 2\phi_a\phi_b + \frac{\delta V[\phi]}{\delta g^{ab}} - L[\phi]g_{ab} \quad (35)$$

$$\phi = \phi, \psi$$

- Termo oriundo da variação com respeito à métrica do termo de interação

$$\Delta_{ab}(\phi, \psi) \equiv 2\frac{\delta}{\delta g^{ab}} \left[(*\overset{\circ}{R})_{rs cd} \varphi^{rc} \psi^{sd} \right]$$

- Os campos ϕ e ψ possuem energias com sinais opostos

Campos de Spin-2 no Espaço-tempo de FLRW

- Espaço-tempo de FLRW

$$ds^2 = dt^2 - A^2(t) \left(\frac{dr^2}{1 - \epsilon r^2} + r^2 d\vartheta^2 + r^2 \sin^2 \vartheta d\phi^2 \right)$$

$$\epsilon = -1, 0, +1$$

- Observador cósmico

$$\theta^{(0)} = dt, \quad \theta^{(1)} = \frac{A(t)}{\sqrt{1 - \epsilon r^2}} dr, \quad \theta^{(2)} = A(t)r d\vartheta, \quad \theta^{(3)} = A(t)r \sin \vartheta d\phi$$

- Homogeneidade e isotropia espaciais + conservação de energia são satisfeitas para as escolhas

$$\varphi_{(a)(b)} = -\alpha(t)\eta_{(a)(b)} \quad (36a)$$

$$\psi_{(a)(b)} = -\beta(t)\eta_{(a)(b)} \quad (36b)$$

e ainda para potenciais de auto-interação polinomiais com a forma

$$V[\Phi] = -\mu\alpha^{-6}(t) + \mu_0 \quad (37a)$$

$$V[\Psi] = -\nu\beta^{-6}(t) + \nu_0 \quad (37b)$$

- Neste caso, o termo de interação $(*\overset{\circ}{R})_{abcd}\varphi^{ac}\psi^{bd}$ é nulo e os campos φ_{ab} e ψ_{ab} desacoplam

- Equações dinâmicas ($\epsilon = 0$)

$$\frac{\ddot{A}}{A} = -\frac{\kappa}{6} \sum_I (\rho_I + 3p_I) + \frac{1}{3} (4\mu\alpha^{-6} - 4\nu\beta^{-6} - \mu_0 + \nu_0) \quad (38a)$$

$$\ddot{\Phi} + \frac{\dot{A}}{A} \dot{\Phi} - 4\mu\Phi^{-7} = 0 \quad (38b)$$

$$\ddot{\Psi} + \frac{\dot{A}}{A} \dot{\Psi} - 4\nu\Psi^{-7} = 0 \quad (38c)$$

sujeitas ao vínculo

$$\sum_I \Omega_{I0} + \Omega_{\phi 0} - \Omega_{\psi 0} = 1 \quad (38d)$$

onde $I = B$ (bárions), R (radiação), D (mat. escura), $\Omega_I \equiv \rho_I/\rho_c$, $\Omega_{\phi} \equiv \rho_{\phi}/\rho_c$ e $\Omega_{\psi} \equiv -\rho_{\psi}/\rho_c$, $\rho_c = 3H^2/\kappa$ sendo a densidade crítica de energia e $H \equiv \dot{A}/A$ o parâmetro de Hubble.

- Valores dos parâmetros cosmológicos no Universo atual

$$\Omega_{R0} = 5 \times 10^{-4}, \quad \Omega_{B0} = 0.049, \quad \Omega_{D0} = 0.25, \quad \Omega_{\phi0} - \Omega_{\psi0} = 0.70$$

- O cenário favorecido pelas observações é aquele no qual o termo cosmológico é positivo e muito próxima de zero no Universo atual

$$\frac{1}{3} \left(4\mu\Phi_0^{-6} - 4\nu\Psi_0^{-6} - \mu_0 + \nu_0 \right) = \frac{\kappa}{3} \Omega_{\Lambda0} \rho_{c0}. \quad (39)$$

- Soluções numéricas
- Foram procuradas soluções que respeitam os vínculos observacionais

$$t_0 - t_* \gtrsim 1.2 \times 10^{10} \text{ anos} \quad (40)$$

onde t_* é o instante associado a uma singularidade ou a um bounce, e que reproduzem os dados do modelo Λ CDM em todas as eras da história cósmica, exceto para $t \lesssim -1.2 \times 10^{10} \text{ anos}$

- Soluções com estas características resultam das seguintes escolhas

$$\mu \gg \nu, \quad \mu_0 > \nu_0, \quad \Phi_0 \approx \Psi_0, \quad \dot{\Phi}_0 \approx \dot{\Psi}_0$$

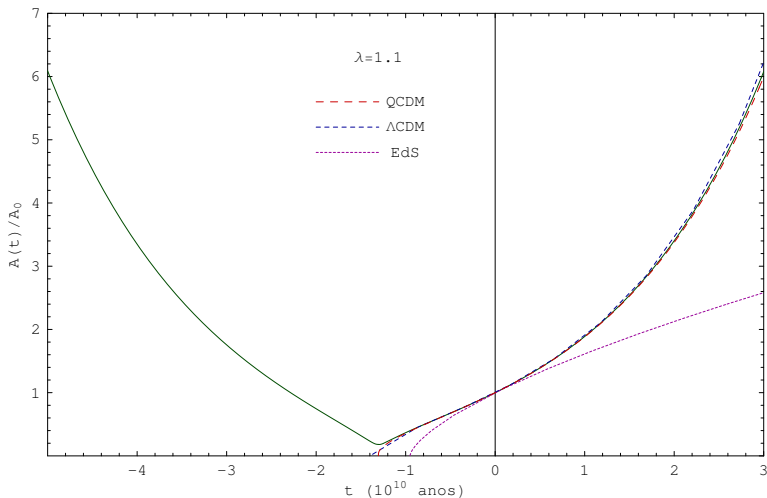


Figura: Evolução do fator de escala $A(t)$ para os parâmetros fixos $\Psi_0/\Phi_0 = 1.1$, $\nu/\mu = 1 \times 10^{-4}$ e $\nu_0/\mu_0 = 0.28$. Os resultados são comparados com as soluções dos modelos de Einstein-de Sitter (EdS), Λ CDM plano e com quintessência (QCDM) plano.

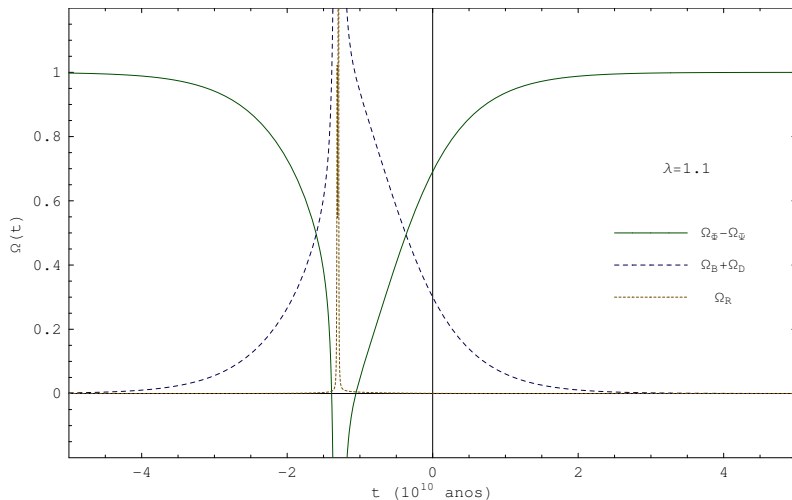


Figura: Evolução das densidades relativas de energia $\Omega_{\Phi}(t) - \Omega_{\Psi}(t)$ (linha sólida), $\Omega_B(t) + \Omega_D(t)$ (linha tracejada) e $\Omega_R(t)$ (linha pontilhada), obtidas por integração numérica do sistema (38a), (38b) e (38c), para os parâmetros fixos $\Psi_0/\Phi_0 = 1.1$, $\nu/\mu = 1 \times 10^{-4}$ e $\nu_0/\mu_0 = 0.28$.

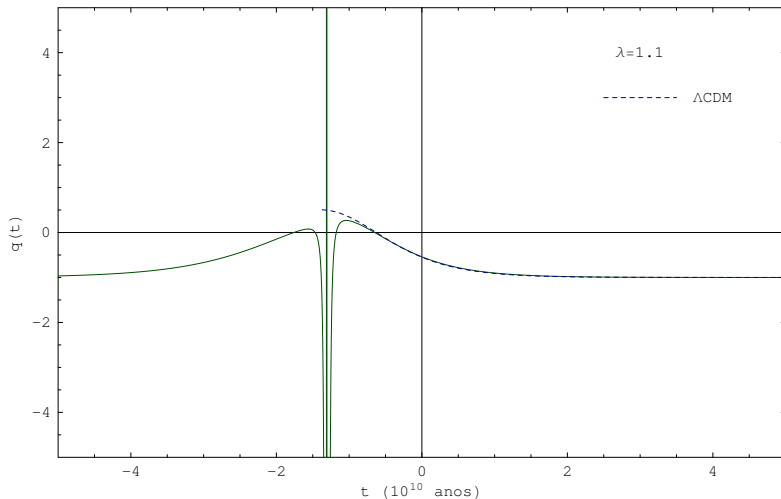


Figura: Evolução do parâmetro de desaceleração $q(t) \equiv -A\ddot{A}/\dot{A}^2$, para os parâmetros fixos $\Psi_0/\Phi_0 = 1.1$, $\nu/\mu = 1 \times 10^{-4}$ e $\nu_0/\mu_0 = 0.28$, sendo $t = 0$ o instante atual. O resultado é comparado com o obtido para o modelo ΛCDM (linha tracejada).

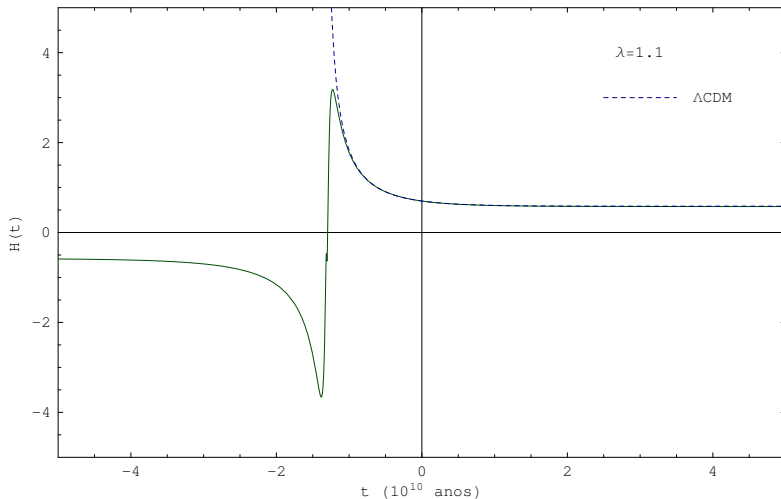


Figura: Evolução do parâmetro de Hubble $H(t) \equiv \dot{A}/A$, para os parâmetros fixos $\Psi_0/\Phi_0 = 1.1$, $\nu/\mu = 1 \times 10^{-4}$ e $\nu_0/\mu_0 = 0.28$, sendo $t = 0$ o instante atual. O resultado é comparado com o obtido para o modelo Λ CDM (linha tracejada).

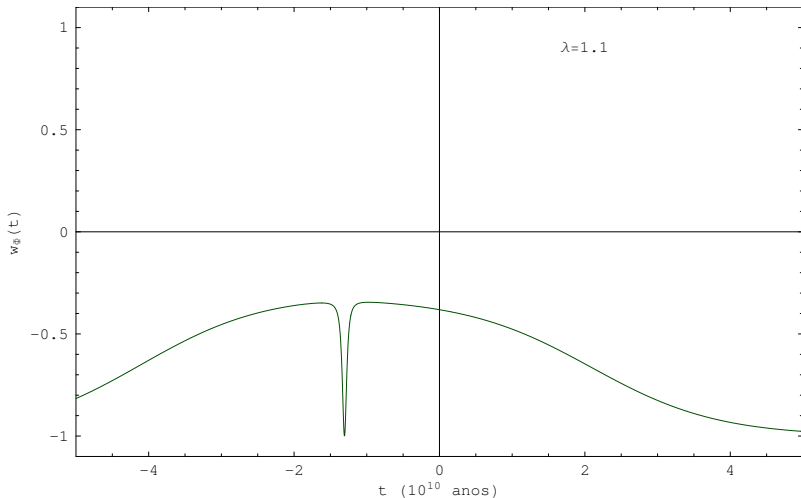


Figura: Evolução da equação de estado $w_\Phi(t) \equiv p_\Phi/\rho_\Phi$ do campo Φ , para os parâmetros fixos $\Psi_0/\Phi_0 = 1.1$, $\nu/\mu = 1 \times 10^{-4}$ e $\nu_0/\mu_0 = 0.28$, sendo $t = 0$ o instante atual.

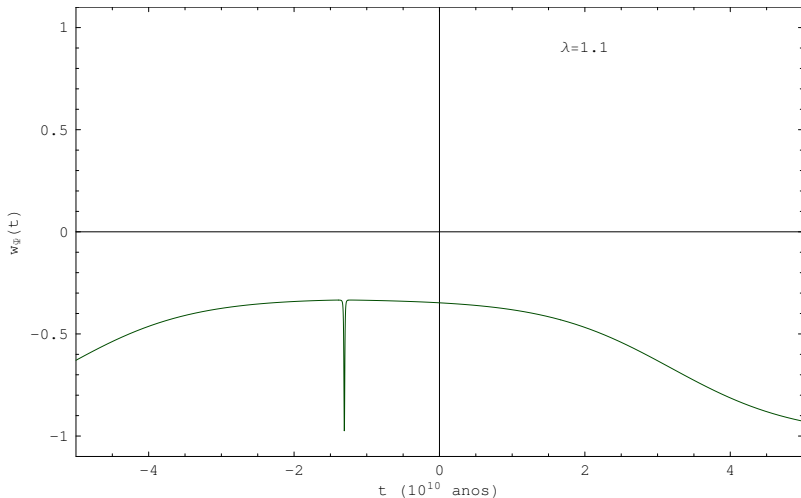


Figura: Evolução da equação de estado $w_\Psi(t) \equiv p_\Psi/\rho_\Psi$ do campo Ψ , para os parâmetros fixos $\Psi_0/\Phi_0 = 1.1$, $\nu/\mu = 1 \times 10^{-4}$ e $\nu_0/\mu_0 = 0.28$, sendo $t = 0$ o instante atual.

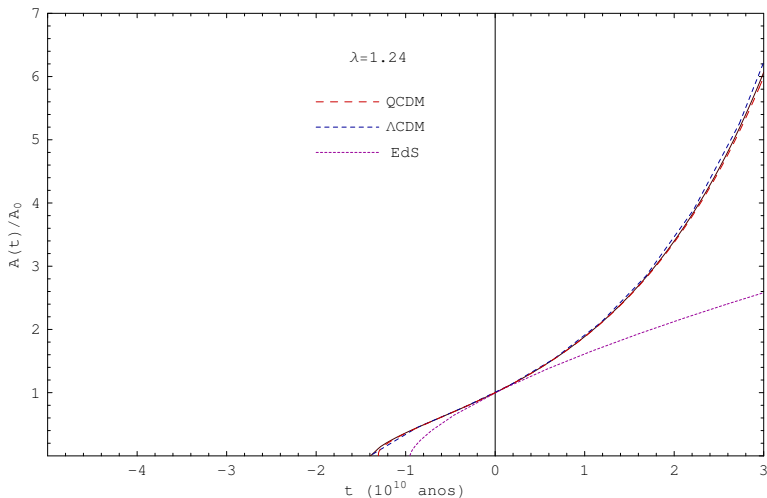


Figura: Evolução do fator de escala $A(t)$ para os parâmetros fixos $\Psi_0/\Phi_0 = 1.24$, $\nu/\mu = 1 \times 10^{-4}$ e $\nu_0/\mu_0 = 0.28$, sendo $t = 0$ o instante atual. Os resultados são comparados com as soluções dos modelos de Einstein-de Sitter (EdS) (linha pontilhada), Λ CDM plano e com quintessência (QCDM) plano (linhas tracejadas).

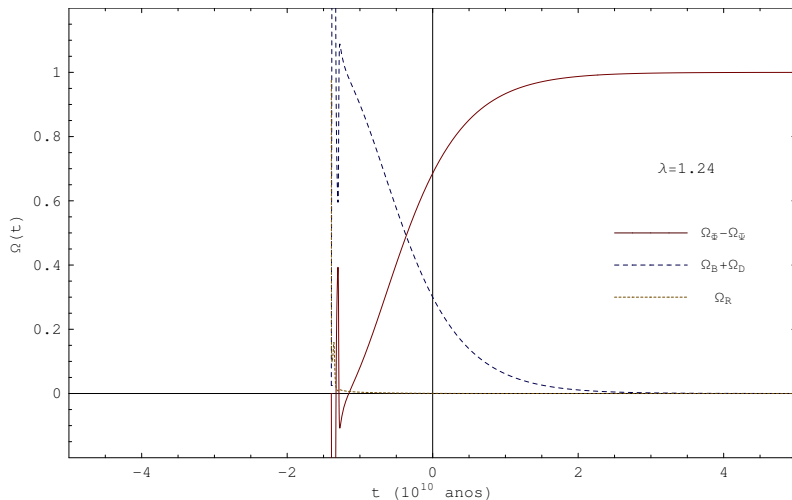


Figura: Evolução das densidades relativas de energia $\Omega_{\Phi}(t) - \Omega_{\Psi}(t)$ (linha sólida), $\Omega_B(t) + \Omega_D(t)$ (linha tracejada) e $\Omega_R(t)$ (linha pontilhada), obtidas por integração numérica do sistema (38a), (38b) e (38c), para os parâmetros fixos $\Psi_0/\Phi_0 = 1.24$, $\nu/\mu = 1 \times 10^{-4}$ e $\nu_0/\mu_0 = 0.28$, sendo $t = 0$ o instante atual.

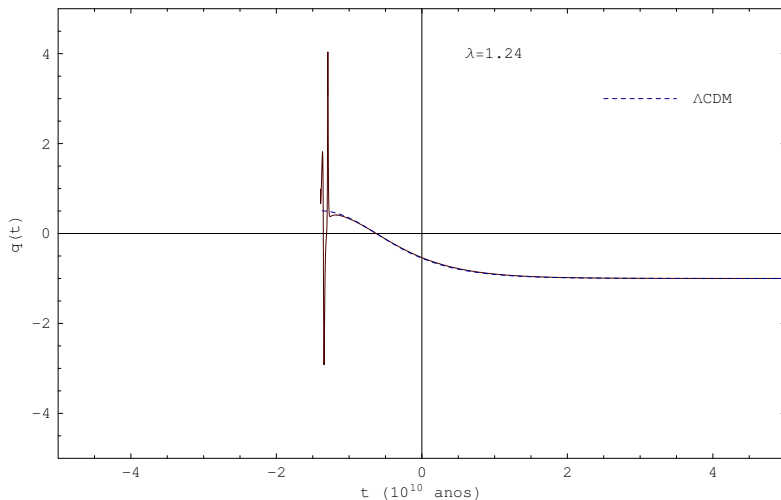


Figura: Evolução do parâmetro de desaceleração $q(t) \equiv -A\ddot{A}/\dot{A}^2$, obtido por integração numérica do sistema (38a), (38b) e (38c), para os parâmetros fixos $\Psi_0/\Phi_0 = 1.24$, $\nu/\mu = 1 \times 10^{-4}$ e $\nu_0/\mu_0 = 0.28$, sendo $t = 0$ o instante atual. O resultado é comparado com o obtido para o modelo Λ CDM (linha tracejada).

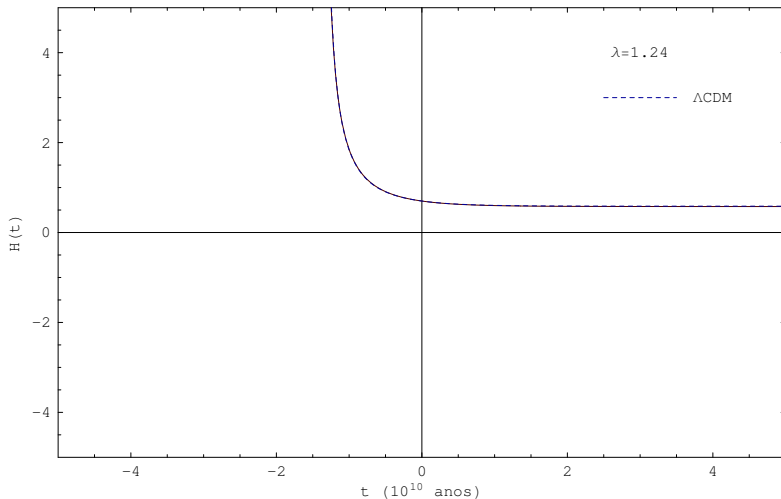


Figura: Evolução do parâmetro de Hubble $H(t) \equiv \dot{A}/A$, obtido por integração numérica do sistema (38a), (38b) e (38c), para os parâmetros fixos $\Psi_0/\Phi_0 = 1.24$, $\nu/\mu = 1 \times 10^{-4}$ e $\nu_0/\mu_0 = 0.28$, sendo $t = 0$ o instante atual. O resultado é comparado com o obtido para o modelo Λ CDM (linha tracejada).

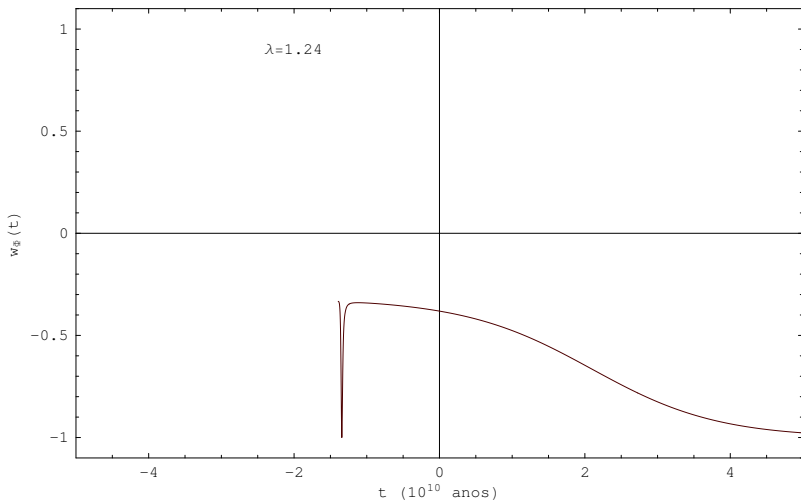


Figura: Evolução da equação de estado $w_\phi(t) \equiv p_\phi/\rho_\phi$ do campo Φ , obtida por integração numérica do sistema (38a), (38b) e (38c), para os parâmetros fixos $\Psi_0/\Phi_0 = 1.24$, $\nu/\mu = 1 \times 10^{-4}$ e $\nu_0/\mu_0 = 0.28$, sendo $t = 0$ o instante atual.

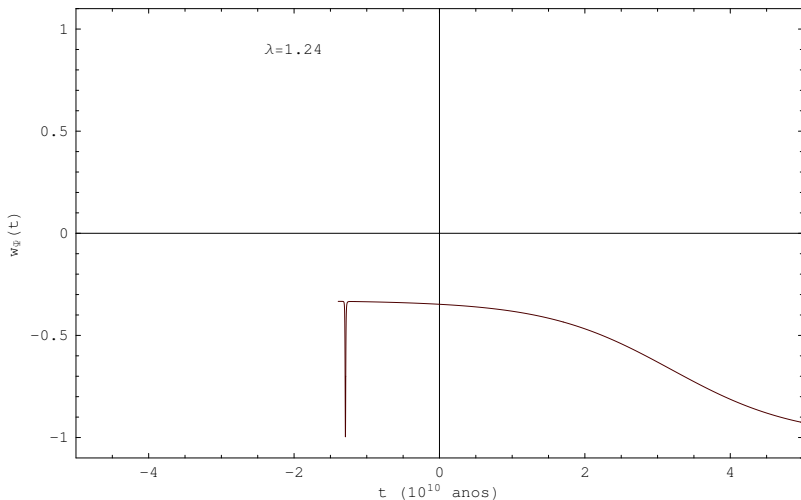


Figura: Evolução da equação de estado $w_\psi(t) \equiv p_\psi/\rho_\psi$ do campo ψ , obtida por integração numérica do sistema (38a), (38b) e (38c), para os parâmetros fixos $\psi_0/\phi_0 = 1.24$, $\nu/\mu = 1 \times 10^{-4}$ e $\nu_0/\mu_0 = 0.28$, sendo $t = 0$ o instante atual.

Conclusão

- Energia escura dinâmica — mais rico que os modelos baseados em campos escalares
- Exibe soluções cosmológicas não-singulares
- Justificativa mais “natural” para o valor pequeno da constante cosmológica?