

Examen : Physique de la Matière Condensée

4 juillet 2014

Remarque : chacun des trois exercices doit être rédigé sur une copie séparée.

Exercice 1 : Métal monovalent

1.1 On considère un échantillon cubique de côté L d'un matériau métallique monovalent. Ce matériau cristallise dans la structure cubique à faces centrées. On notera N le nombre total d'électrons participant à la conduction dans l'échantillon. Donner les expressions, en fonction du paramètre de maille a , des quantités suivantes : n (le nombre d'électrons par unité de volume), k_F (le vecteur d'onde de Fermi), E_F (l'énergie de Fermi), v_F (la vitesse de Fermi) et T_F (la température de Fermi).

1.2 Exprimer la densité d'états par unité d'énergie et par unité de volume, $g(E)$.

Montrer que la densité d'états au niveau de Fermi, $g(E_F)$, s'écrit $g(E_F) = \frac{3n}{2E_F}$.

1.3 Dans le modèle de Sommerfeld, la chaleur spécifique électronique, c_v , est donnée par $c_v = \gamma T$, où $\gamma = \frac{\pi^2}{3} k_B^2 g(E_F)$ et T est la température.

a) Rappeler l'expression de la conductivité électrique σ .

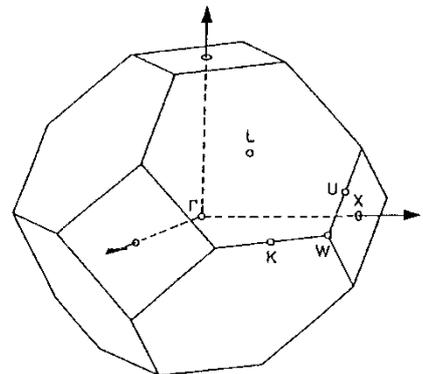
b) Sachant que la conductivité thermique, κ , est donnée par $\kappa = \frac{1}{3} v^2 \tau c_v$, où τ est le temps de relaxation, vérifier que la loi de Wiedemann et Franz est respectée et en déduire l'expression du nombre de Lorenz, L , tel qu'il découle de ce modèle de Sommerfeld.

1.4 La 1^{ère} zone de Brillouin d'un réseau cubique à faces centrées de paramètre a est montrée dans la figure ci-contre.

a) Exprimer ΓX et ΓL en fonction de $\frac{\pi}{a}$.

b) Comparer la valeur du vecteur d'onde de Fermi, k_F , trouvée à la question 1.1, à celles de ΓX et ΓL .

c) Pour que la sphère de Fermi soit tangente à la 1^{ère} zone de Brillouin, le nombre d'électrons par unité de volume, n , doit être modifié (par alliage, par exemple) pour qu'il ait une nouvelle valeur, que l'on notera n' . Calculer le rapport n'/n .



Exercice 2 : Liaisons fortes dans un réseau cubique simple

2.1 Dans l'approximation des liaisons fortes, la relation de dispersion des électrons s de valence est donnée par :

$$E = E_0 - \beta - \gamma \sum_m e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}_m}$$

où β et γ sont positifs.

Que représente \vec{R}_m ? Que signifie γ ? Que signifie E_0 ?

2.2 On considère un réseau cubique simple de paramètre de maille a .

- a. Décrire le réseau réciproque.
- b. Décrire et représenter la première zone de Brillouin.
- c. Expliciter la relation de dispersion des électrons s . Préciser la forme qu'elle prend le long des directions $[100]$ soit ΓX , $[110]$ soit ΓM , $[111]$ soit ΓW et exprimer les énergies aux points X , M , W situés sur la première zone de Brillouin ainsi qu'au centre Γ .
- d. Représenter les courbes de dispersion le long de ΓX , ΓM , ΓW ainsi que le long de XW . En déduire la largeur totale ΔE de la bande s .
- e. Décrire l'allure des courbes d'iso-énergie au voisinage de Γ .
- f. Calculer la masse effective m^* au voisinage de Γ .

EXAMEN DE PHYSIQUE DE LA MATIÈRE CONDENSÉE - SESSION 2
VENDREDI 4 JUILLET 2014 DE 9H À 12H

Exercice 3 – Étude d'un semiconducteur en fonction de la température

Soit un semiconducteur homogène de Germanium. On rappelle que les densités d'électrons et de trous d'un semiconducteur sont données par les expressions : $n_c = N_c e^{-(E_c - \mu)/(k_B T)}$ et $p_v = P_v e^{-(\mu - E_v)/(k_B T)}$, où T est la température, μ le potentiel chimique, E_c le bas de la bande de conduction et E_v le haut de la bande de valence.

Le Germanium est dopé avec de l'Indium (atome accepteur). La concentration d'atomes ionisés en fonction de la température est donnée par :

$$N_a^- = \frac{N_a}{1 + \exp\left(\frac{E_a - \mu}{k_B T}\right)}$$

Dans tout l'exercice, on négligera les variations de N_c et P_v avec la température devant les variations exponentielles de telle sorte que vous considérerez : $N_c = \text{cste}$ et $P_v = \text{cste}$.

On distingue trois domaines de température tels que :

- (a) $T < T_{\min}$: $p_v = N_a^- = N_a \exp\left(-\frac{E_a - \mu}{k_B T}\right)$
- (b) $T_{\min} < T < T_{\max}$: $p_v = N_a^- = N_a$
- (c) $T > T_{\max}$: $p_v = n_c$

1. Expliquer qualitativement ces trois domaines de température ainsi que les expressions de p_v associées. Indiquer pour chaque domaine si le semiconducteur est intrinsèque, ionisé ou saturé.
2. Déterminer les expressions du potentiel chimique μ et de la densité de trous p_v dans chacun des trois domaines de température.
3. En utilisant la continuité du potentiel chimique avec la température, déterminer les expressions des températures T_{\min} et T_{\max} qui délimitent les différents domaines de température.
4. Calculer les valeurs numériques de T_{\min} et T_{\max} .
5. Tracer l'allure de $\ln(p_v)$ en fonction de $1/T$.

A.N. : $N_a = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $N_c = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$, $P_v = 6.10^{18} \text{ cm}^{-3}$
 $E_{\text{gap}} = 0,66 \text{ eV}$, $E_a - E_v = 0,011 \text{ eV}$, $k_B = 8,617.10^{-5} \text{ eV.K}^{-1}$