



UNIVERSITÉ DES COMORES

Science éco 3- 2017/2018
Le 08/01/2017

Examen du 1er Session

Exercice 1

Soit A la matrice définie par

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

1. Calculer la trace de A.
2. Calculer le déterminant de A.
3. A est elle inversible ?
4. Déterminer les valeurs propres de A.
5. Calculer la trace et le déterminant en utilisant les valeurs propres.

Exercice 2

On étudie le processus décrit par le système différentielle

$$X'(t) = AX(t) \text{ avec } A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Etudier la stabilité globale du vecteur d'équilibre $\vec{0}$.
2. Le vecteur $\vec{0}$ est il le seul vecteur d'équilibre ?
3. Déterminer tous les vecteurs d'équilibres .
4. Le processus est-il différentiellement stable ?
5. Déterminer l'ensemble de stabilité du processus.

6. Déterminer la solution du système avec la condition initiale imposée $X_0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Exercice 3

On considère le processus décrit par le système

$$X_{t+1} = AX_t \text{ avec } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -3/4 \\ 0 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$

1. Déterminer les vecteurs d'équilibres.
2. Le vecteur d'équilibre $\vec{0}$ est-il globalement stable ?
3. Le processus est-il séquentiellement stable ?
4. Déduire l'ensemble de stabilité du vecteur d'équilibre $\vec{0}$.
5. Déterminer toutes les solutions du système.