



UNIVERSITÉ DES COMORES

Science éco 1- 2017/2018
Mohamed Mouneime

TD1 : logique mathématique

Exercice 0.1 Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies, lesquelles sont fausses et pourquoi ?

1. Si Ali Soilihi était chinois alors $2-3=2$.
2. Soit Tranbwé était français, soit les chats aboient.
3. Soit les roses sont des animaux, soit les chiens ont 4 pattes.
4. Si l'homme est un quadrupède alors il parle.
5. les roses ne sont ni des animaux, ni des fleurs.
6. Paris est en France ou Moroni est aux Comores.
7. le boeuf est un homme si et seulement si les femme sont des sardines.
8. Les manguiers ne donne pas de pomme et Azali n'est pas chinois

Exercice 0.2 Compléter par le connecteur logique qui s'impose : $\Rightarrow, \Leftarrow, \Leftrightarrow$

1. $x \in \mathbb{R}, x^2 = 4 \dots x = 2$;
2. $z \in \mathbb{C}, z = \bar{z} \dots z \in \mathbb{R}$
3. $x \in \mathbb{R}, x = \pi \dots e^{2ix} = 1$

Exercice 0.3 Soient P, Q et R trois propositions, donner la négation de

1. P et (non Q ou R)
2. P et $Q \Rightarrow R$

Exercice 0.4 Donner la négation mathématiques des phrases suivantes :

1. Toutes les boules contenues dans l'urne sont rouges.
2. Certains nombres entiers sont pairs.
3. Si un nombre entier est divisible par 4 alors il se termine par 4.
Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
4. f est positif, c'est à dire $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \geq 0$
5. f est paire sur \mathbb{R} c'est à dire $\forall x \in \mathbb{R} f(-x) = f(x)$

Exercice 0.5 Soient les 4 assertions suivantes :

- a) $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} x + y > 0$.

- b) $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} x + y > 0$.
- c) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} x + y > 0$. *item [d)]* $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} y^2 > x$.
1. les assertions a, b, c, et d sont-elles vraies ou fausses ?
 2. Donner leur négation.

Exercice 0.6 Les propositions suivantes sont elles vraies ? lorsqu'elles sont fausses, énoncé leur négation.

- a) $\exists x \in \mathbb{N}, x^2 > 7$.
- b) $\forall x \in \mathbb{N}, x^2 > 7$.
- c) $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N} y > x^2$. *item [d)]* $\exists x \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{N} y > x^2$.
1. les assertions a, b, c, et d sont-elles vraies ou fausses ?
 2. Donner leur négation.

Exercice 0.7 soit $x_0 \in \mathbb{R}$ et $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une application.

On pose

$$P = \forall \epsilon > 0, \exists \alpha > 0 / \forall x \in \mathbb{R} |x - x_0| < \alpha \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \epsilon$$

Déterminer \bar{P}

Exercice 0.8 Notons E l'ensemble des étudiants, S l'ensemble des jours de la semaine et pour un étudiant x , $h_j(x)$ son heure de réveil le jour j .

- a) Ecrire avec des symboles mathématiques la proposition « Tout étudiant se réveille au moins un jour de la semaine avant 8h »
- b) Ecrire la négation de cette proposition avec des symboles mathématiques puis en français.

Exercice 0.9 On considère la proposition (P) suivante :

(P) « Pour tout nombre réel x , il existe au moins un entier naturel N supérieur ou égal à x »

1. Ecrire la proposition (P) avec des quantificateurs.
2. Ecrire la négation avec des quantificateurs puis l'énoncer en français.

Exercice 0.10 Soient A et B deux parties de \mathbb{N} . Ecrire en utilisant \forall, \exists les assertions :
 $A = \emptyset, A \cap B \neq \emptyset, A \subset B, A \subsetneq B$