



UNIVERSITÉ DES COMORES

Science éco 3- 2017/2018
Mohamed Mouneime

TD2 : Système de n équations différentielles linéaires d'ordre 1 à coefficients constants

Exercice 0.1 Soit la matrice A définie par

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Une telle matrice s'appelle matrice Atilia.

1. Calculer la trace de A .
2. Calculer le déterminant de A .
3. Calculer les valeurs propres de A .
4. Calculer la trace et le déterminant en utilisant les valeurs propres.
5. Calculer les vecteurs et les sous-espaces propres associé à chacune des valeurs propres.

io

Exercice 0.2 On étudie le processus décrit par le système différentielle

$$X'(t) = AX(t) \text{ avec } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Etudier la stabilité globale du vecteur d'équilibre $\vec{0}$.
2. Le vecteur $\vec{0}$ est-il le seul vecteur d'équilibre ?
3. Etudier la stabilité globale du processus.
4. Calculer la solution du système avec la condition initiale $X(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Exercice 0.3 On étudie le processus décrit par le système différentielle

$$X'(t) = AX(t) \text{ avec } A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Etudier la stabilité globale du vecteur d'équilibre $\vec{0}$.
2. Le vecteur $\vec{0}$ est-il le seul vecteur d'équilibre ?
3. Déterminer tous les vecteurs d'équilibres .
4. Etudier la stabilité globale du processus.
5. Déterminer l'ensemble de stabilité de l'équilibre.
6. Déterminer toutes les solutions du système.

Exercice 0.4 Considérons le processus décrit par le système :

$$X'(t) = AX(t) \text{ avec } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \text{ et } X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

1. Déterminer tous les vecteurs d'équilibres .
2. Etudier la stabilité globale du vecteur d'équilibre $\vec{0}$.
3. Etudier la stabilité globale du processus.
4. Déterminer l'ensemble de stabilité de l'équilibre.
5. Déterminer la solution du processus.

Exercice 0.5 On étudie le processus décrit par le système différentielle

$$X'(t) = AX(t) \text{ avec } A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Etudier la stabilité globale du vecteur d'équilibre $\vec{0}$.
2. Le vecteur $\vec{0}$ est-il le seul vecteur d'équilibre ?
3. Déterminer tous les vecteurs d'équilibres .
4. Etudier la stabilité globale du processus.
5. Déterminer l'ensemble de stabilité du processus.
6. Déterminer toutes les solutions du système.